

239383

Prolegômenos sobre a Filosofia da Matemática

Carlos Magno Corrêa Dias

RESUMO

Partindo-se do pressuposto que a Matemática, enquanto Ciência das Estruturas, encerra em sua fundamentação o exame sobre a dicotomia dos sentidos a priori e a posteriori, o presente escorço, dissociando quaisquer ponderações preconcebidas atinentes aos diferentes aspectos relacionais e às múltiplas dimensões conceituais, apresenta considerações basilares, embora essenciais, sobre a gênese do discurso matemático quando se pretende individualizar o objeto, o método e o valor cognoscitivo da Ciência em questão. Trata-se, pois, de uma contribuição preliminar que procura, tomando-se as principais concepções sobre a Matemática, instaurar a convergência necessária entre Matemática e Filosofia, para qualificar, a despeito de discussões causais, a função primeira do conhecimento matemático, impondo-lhe os limites estruturais ao nível da argumentação.

Carlos Magno Corrêa Dias, Mestre em Educação e Lógica pela UFPR e Doutorando pela USP, é Professor de Ensino Superior do Departamento de Matemática do Cefet-PR de Curitiba e Professor Adjunto do Departamento de Matemática e Física da PUC-PR. Tem diversos Trabalhos Científicos publicados sobre Matemática e Lógica Matemática.

Toda ciência é caracterizada por seu objeto, o qual, a despeito de tendências estilísticas heterodoxas ou não, deve ser, predominante e estruturalmente, independente do de outras ciências; uma vez que, abstraindo preceitos de natureza causal, o objeto da ciência particulariza em essência o método da mesma. Conseqüentemente, objetos distintos devem indicar ciências distintas, as quais apresentam, sobremaneira, devido à gênese correspondente das diversas estruturas, métodos múltiplos e distintos e/ou, ao menos, ajustados aos respectivos objetos específicos.

Como a Matemática tem por objeto o estudo das estruturas, propriedades dos seres abstratos (ou também qualificados como entidades ideais) - tais como os números, as figuras geométricas e outras de natureza análoga - e as relações passíveis de se estabelecer entre tais elementos, uma tal ciência reduz o seu método, como geralmente promulgado por estudos específicos nos últimos séculos, mas de forma nímia a de se ressaltar, ao método hipotético-dedutivo; porquanto, a Matemática se distingue das diversas ciências naturais e/ou sociais tendo em vista solicitar, a cada fase de seu desenvolvimento, a demonstração das leis ou teoremas que alicerçam os conteúdos que lhe particularizam a forma qualquer que tenha sido a maneira pela qual os mesmos foram "descobertos".

A bem da verdade, saliente-se, a despeito do método de organização ou sistematização do conhecimento matemático, que a Matemática extrai do conteúdo ideal que lhe caracteriza todas as conseqüências possíveis ao nível relacional da definição matemática (indicação de como se forma a "noção" definida), dos axiomas (princípios necessários, de forma geral, evidentes por si mesmos e indemonstráveis) e dos postulados (proposições admitidas sem demonstração, de forma particular, não tão evidentes quanto os axiomas) para atingir, com propriedade, a excelência da demonstração; o que permite qualificar, com atributo geralmente aceito, a Matemática como a "Ciência das Estruturas".

Se a Matemática é a "Ciência das Estruturas", quais são, categoricamente, as denominadas estruturas fundamentais que assinalam a natureza do conteúdo das disciplinas matemáticas; tornando esta ciência distinta, por seu método próprio, de outras ciências? É a Matemática estritamente soberana sobre si mesma apesar de que também é, a mesma, independente das diversas ciências segundo a natureza formal da demonstração? O que, ou a partir do que

se torna inequívoco e preciso o conceito de demonstração matemática? Se um teorema da teoria matemática é conseqüência de axiomas e postulados, qual sistema lógico ou filosófico abstrato os pode anteceder ou explicar?

Por outro lado, teria, então, razão de ser a tendência *Intuicionista* ou *Construtivista* da Matemática? Que tendências são estas? Quaisquer antinomias, ao nível relacional, podem ser dissipadas pelo *Formalismo Matemático*? A *Lógica Matemática* pode estudar a prática dedutiva em Matemática, caracterizando esta última como uma ciência dedutiva? Em que consiste a demonstrabilidade ou não-demonstrabilidade de uma proposição em Matemática? Em que consiste a indecidibilidade do problema da demonstrabilidade em Matemática? Qual tendência filosófica, completamente, quando instada, permite estruturar os aspectos explicativos (como metalinguagem) e algorítmico (como instrumento de cálculo formal dissociado da argumentação intuitiva e informal) da Matemática? Afinal, existem tendências filosóficas diversas e distintas sobre a Matemática? Qual é a lógica, e por que, logo não o dizer, qual é a filosofia da Matemática?

Perceber os limites (se é que existem) estruturais ou filosóficos a respeito da Matemática é algo que se vai aprendendo ou apreendendo na medida em que algumas das questões acima se apresentam respondidas; contudo, mais longe ficará o estudioso de esgotar a investigação e as novas questões sobre o assunto, pois que a Matemática, acima de quaisquer tendências, é uma atividade criativa do pensamento humano para a formulação e resolução de problemas, os quais podem ter relevância prática e/ou constituir uma pura associação infinita de teorização abstrata. Não é, pois, a Matemática, como freqüentemente se ouve dizer, uma ciência "acabada", "pronta". Constitui, sim, uma ciência viva e de constante investigação que ao passar dos séculos evolui continuamente, permitindo ao homem compreender e organizar a sua realidade.

Observa-se, entretanto, com infeliz constância e exacerbada preocupação, que existe uma atonia intelectual generalizada sobre o estudo da Matemática, a qual é causada, em grande parte, pela falta de incentivo, condições e motivação necessários para levar avante o efetivo e eficaz desenvolvimento de métodos e técnicas que venham consolidar a exuberância, o fascínio e a grandeza da Matemática.

A carência de desafio (rigor) científico que caracterizam, em grande parte, os sistemas de disseminação cabal dos conteúdos afetos, direta ou indiretamente, às ciências matemáticas, contribui, efetiva e impropriamente, para a formação de profissionais alheios às potencialidades da Matemática. Porquanto, preconceber que o fracasso dos indivíduos em Matemática se deve, única e exclusivamente, aos próprios aprendizes (e/ou aos respectivos “instrutores”), os quais não rezam os “sacrifícios” do conhecimento, é, a bem da verdade, pretender advogar como justificativa insólita que o pleno domínio ou o correto manuseio da Matemática é patente particular de gênios sobrenaturais.

Deve-se, porém, reconhecer que o labor matemático, que a investigação científica a respeito dos pressupostos lógicos inseridos no conhecimento matemático, corresponde a um caminho árduo e complexo; onde a perseverança, empenho e dedicação devem conduzir a tônica de quaisquer investigações ou intenções, dada a gênese dos fundamentos e as questões delimitadoras do que venha configurar, essencial e categoricamente, a Ciência Matemática. Por outro lado, transpondo as dificuldades decorrentes do estudo pormenorizado e consciente desta ciência, deve-se encará-la como o ideal do conhecimento analítico e a ela dedicar-se com esmerado comprometimento e com resignada humildade, desde que se pretenda realmente compreendê-la para, ulteriormente, difundi-la.

O espírito de justiça, por outro prisma, obriga mencionar que as falhas constatadas, vivenciadas na evolução dos meios de se difundir a Matemática, não se devem, apenas, ao aspecto da competência ou não dos profissionais envolvidos no processo e, nem tampouco, da insensatez e obscuridade promulgada pelo pedantismo oriundo da detenção do conhecimento, mas, essencial ou predominantemente, tem suas desconcertantes origens na conjuntura científica do país. Pois, é verificado, ao longo do processo histórico, que muitos daqueles que manuseiam entidades matemáticas relegam a um segundo plano, ou mesmo abandonam completamente, ou, em posição mais grave ainda, desconhecem totalmente os estudos sobre os fundamentos e as questões norteadoras que regem a Ciência em questão.

Ora, se as considerações fundamentais a respeito da filosofia da Matemática, sobre as questões do fundamento *a priori* - *a posteriori* (sobre

a gênese da Matemática) e outros problemas relacionados ao porque da Matemática não assumem a devida importância, como poderá o não cientista desenvolver-se em um mundo abstrato e formal que solicita investigações aprofundadas e periódicas, que, ele próprio, desconhece e/ou renega? E a este tempo saliente-se que o primeiro passo, a primeira intenção necessária, o requisito imprescindível para bem ensinar Matemática (ou quaisquer aspectos relacionados com esta) é ter plena consciência de que ela é um desenvolvimento cumulativo, sendo praticamente impossível aprender e ensinar as mais novas criações desconhecendo-se os fundamentos que lhe dão origem. (*Post hoc, ergo propter hoc.*)

Muito embora as gerações atuais tenham diante de si um mundo, em sua quase totalidade, “pensado”; um mundo, em essência, “interpretado”, estas mesmas gerações não podem anular-se ou atuar passivamente diante do mundo “estabelecido” por gerações anteriores. E, em Matemática, principalmente, nada deve ser aceito sem o devido questionamento ou, antes, sem a devida compreensão, ou ainda, categoricamente, sem a devida demonstração, ressaltados os axiomas e postulados que dão prefácio à teoria consistente que lhe torna eminente dentre as outras ciências. Porquanto, o grande mérito, a divina qualidade do homem, ser que “pensa e conhece”, reside na constante busca da verdade que é, foi e sempre será o objetivo principal da Matemática. Acrescente-se, em paralelo, também, que em Matemática cada geração posterior constrói um novo andar no edifício do conhecimento, devido, exatamente, a esta procura constante da ordem, da “verdade” em si mesma, e à natureza monossêmica (consistente e exata) de suas estruturas.

Assim, reproduzir, mecânica e desmotivadamente os compêndios de Matemática inscritos em textos pouco originais é, antes de qualquer estudo pormenorizado, uma falta virtual de compreensão daquilo que se pretende difundir. Constata-se, contudo, que tanto professores quanto alunos, em muitas das vezes, não experimentam o desafio emergente do estudo da Matemática; sendo exatamente esta falta de desafio que corrobora a aversão, o pavor ou, no melhor dos casos, a indiferença para com a Matemática difundida pelos currículos atuais.

Desta forma, ao se banir a investigação do fundamento e dos princípios que consolidam o raciocínio

matemático, tem-se instituído a propagação do caos no que diz respeito à difusão da Matemática. A falta de conhecimento sobre as concepções ou, de forma globalizante e categórica, sobre a filosofia da Matemática conduz ao sombrio estágio da estagnação e da dissimulação. “Ensinar” ou, primeiramente, “estudar” Matemática de forma fria, sem vida, sem propósito definido e de forma mecânica é, por assim dizer, destruir todo o sentido e o espírito que tornam a Matemática o ideal da ciência. Trabalhar os compêndios da Matemática sem motivação, sem lhes caracterizar a importância e o propósito, servindo-se da simples reprodução e da memorização de conceitos, é produzir no ser humano nada além de inércia mental; a qual, por seu turno, vem obscurecer ou, de forma inconteste, tolher o raciocínio subjacente.

A Matemática é, por excelência, uma ciência analítica e progressiva, cujas possibilidades são infinitas; não sendo, como alguns céticos desavisados insistem em preconizar, um simples conjunto de tautologias. Deve-se, no entanto, reconhecer que a Matemática não se deduz de fatos particulares, mas de condições gerais, nas quais podem estar envolvidos os fatos particulares. As leis mais gerais do pensamento fundamentam as verdades matemáticas; ou seja, as verdades matemáticas fundamentam-se sobre leis lógico-rationais, as quais equacionam um sistema analítico completamente coerente e consistente. Assim, toda verdade matemática coaduna uma série de juízos necessários que, incontestáveis, confere ao todo o grau de severidade indispensável para se dissipar quaisquer antinomias. Desta forma, em Matemática são utilizados objetos dados diretamente pela razão, sendo que qualquer forma de análise constitui uma efetiva construção do raciocínio e, desconhecer tal realidade intrínseca é renegar a existência da própria Matemática (muito embora afirme-se que a aceitação de tal posicionamento não seja unânime).

Porquanto, para que o conhecimento matemático se estabeleça de maneira verdadeira e permanente deve-se estimular a curiosidade natural do ser humano em descobrir os porquês do desenvolvimento matemático inserir-se no mais amplo e diversificado panorama do pensar, sendo ideada e orientada por este.

Neste sentido, defende-se a tese de que o estudo das principais concepções a respeito dos pressupostos filosóficos e/ou lógicos, por parte dos envolvidos nos processos que dizem respeito à

Matemática, contribuiria, especialmente, para remediar, ao menos, alguns dos problemas anteriormente apresentados; o presente relato apresenta, a seguir, uma visão geral de tais entidades, aqui considerada de vital importância para que a Matemática se desenvolva e atinja, potencialmente, todos os campos do conhecimento humano.

Ao percorrer os caminhos históricos que tratam do problema do fundamento da Matemática ou, mais categoricamente, das questões associadas à filosofia de uma tal ciência, depara-se com uma série de tendências, muitas das quais de pouca relevância quanto à essência da Matemática. Portanto, no que concerne ao objetivo do presente compêndio, assentam-se, a seguir, considerações estruturais sobre algumas das principais escolas concebidas ao longo do desenvolvimento da Matemática; as quais tomam, como se mostrará, posições diferenciadas (e em determinados sentidos, contrárias) no que tange às bases da ciência em análise.

Assim sendo, desconsiderando-se posições artificiais sobre a gênese da Matemática (ou mesmo divorciadas dos respectivos fundamentos), tem-se evidenciado, em termos sistemáticos, um grupo de seis correntes filosóficas que suscitam discussões interessantes e questionamentos necessários a respeito da Matemática; quais sejam: o Nominalismo, o Conceptualismo, o Intuicionismo, o Realismo, o Logicismo e o Formalismo.

Tomando-se o Nominalismo, para dar início à análise proposta, diga-se desde já: é insuficiente para qualificar precisamente a natureza da Matemática; porquanto, reputa como real e válido tão somente aquilo que advém de natureza sensível; passando a ignorar que a ciência, em qualquer de seus liames, é, por excelência, fundamentada na interpretação, na construção e na invenção (em níveis mais ou menos acentuados dependendo do grau de exigência de sua aplicabilidade na solução de problemas do mundo real).

O Nominalismo, de forma global, rejeitando as concepções abstratas (ideais, pode-se acrescentar) e aceitando tão somente as realidades empíricas deixa-se dominar por verdades de natureza fenomenológicas (em sentido estrito); e vem eliminar, por completo, a bivalência entre os sentidos *a priori* - *a posteriori* da Matemática, conseguindo negar, ditosamente, o caráter ideal das estruturas matemáticas.

A tese Nominalista (defendida por Borel, Lebesgue e outros) beira o absurdo conceitual, uma vez que na mesma os

números como quaisquer outras estruturas matemáticas são conseqüências da realidade empírica; sendo simples representações mentais de entidades concretas. Neste sentido, o Nominalismo promulga a negação do valor ideal da Matemática, confinando-a em um universo limitado onde suas verdades existem tão somente quando fundamentadas em interpretações mentais de realidades concretamente estabelecidas.

Se, por exemplo, os números corresponderem essencialmente a realidades concretas, dissociadas do universo do pensamento, muitas das estruturas matemáticas seriam de todo impossíveis. A quais realidades concretas corresponderiam o zero, o infinito, a ordenação e combinação dos números, as *n*-uplas ordenadas de números, e outras tantas estruturas matemáticas existentes? E, além do mais, se cada número (quando dissociado de seu conteúdo inteligível) correspondesse exclusivamente a entidades físicas, cada indivíduo certamente referir-se-ia a realidades concretas diferentes e o que aconteceria com o padrão universal de compreensão? Seria desnecessária a consistência que caracteriza a Matemática?

Em face ao exposto, caberiam inúmeros outros questionamentos; dentre os quais, certamente o Nominalismo seria incapaz de responder ou embasar sistematicamente. Por outro lado, contudo, como o Nominalismo sustentaria ou rejeitaria o fato de que a Matemática pode ser considerada como uma ciência analítica e postulacional regida, em diversas de suas partes constituintes, pela criação intelectual do homem? Como poderia, efetiva e categoricamente, o Nominalismo renegar o caráter ideal, o sentido *a priori*, da Matemática eliminando simplesmente as entidades abstrato-formais da mesma? Teria, enfim, a tese Nominalista condições de responder a estas questões de forma sistematizada e, além do mais, poderia apresentar argumentos suficientemente coerentes para posicionar-se diante da antítese lógico-ontológico, que permeia os fundamentos da Matemática?

Certamente, pelo breve comentário acima apresentado, fica claro que o Nominalismo, revestido de aspectos metafísicos, constitui-se de uma concepção incompleta (e por que não dizer, ingênua) sobre os fundamentos da Matemática; sendo de todo incapaz de explicar completamente a natureza de uma tal ciência.

Seguindo o estudo das tendências filosóficas sobre a Matemática, depara-

se, em seguida, com o Conceptualismo, o qual constitui uma abordagem mais avançada sobre a gênese dos fundamentos da Matemática, contudo portadora de algumas incongruências.

No Conceptualismo tem-se configurado que os números, enquanto tais, existem e são tomados como entidades abstratas produzidas pela mente humana. São invenções da mente humana. São entidades existentes tão somente em pensamento; porém, constituídas de um valor inteligível. Entretanto, uma tal tendência, tanto quanto o Nominalismo, pretende ser absoluta, não levando em conta as demais dimensões e extensões da Matemática.

O Conceptualismo Matemático é a escola segundo a qual os conceitos matemáticos (ou as entidades matemáticas) existem a título de idéia e não como realidades à parte dos objetos individuais. Em sentido extremo, poder-se-ia dizer que o Conceptualismo vem dotar a Matemática de uma função onipotente; a qual é capaz de "criar" do nada quaisquer estruturas que venha desejar fazer existir.

A crítica que se apresenta, comumente, ao Conceptualismo reside, pois, no fato do mesmo predizer que a mente tem o poder de criar, por motu próprio, quaisquer entidades matemáticas de forma imperiosamente livre (dissociadas estas totalmente de realidades do mundo concreto). Mas inúmeras estruturas da Matemática são desenvolvidas objetivando resolver problemas concretos da realidade. Mais uma vez, portanto, pretende-se negar a bivalência dos sentidos *a priori* - *a posteriori* da Matemática. A dicotomia de tais sentidos é mais uma vez estabelecida. De forma excludente (e imprópria) privilegia-se um em detrimento do outro.

Outra das críticas freqüentes ao Conceptualismo está centrada na falta de coerência que uma tal tendência pretende estabelecer em Matemática. Sendo as possibilidades de criação ditadas tão somente pela criação da mente uma tal corrente filosófica tornaria a Matemática vulnerável quanto ao estabelecimento da coerência dos seus conteúdos, porquanto nada asseguraria a manutenção dos princípios da Identidade, da Não-Contradição e do Terceiro Excluído. Se na construção da Matemática fosse deixado de se observar a coerência (assegurada, em parte, pela observância dos três princípios mencionados), mesmo sendo as potencialidades de criação ilimitadas, um tal "sistema" poderia ser aceito?

Quaisquer estruturas poderiam ser criadas sacrificando a consistência de toda a teoria? Mas, é notório que a Matemática é, por excelência, um sistema completamente coerente e consistente.

Por outro lado, quais, então, seriam as prescrições ou interdições, do ponto de vista do Conceptualismo, que isentariam a Matemática (em sua função *a posteriori*) de ser, também, uma ciência dedutiva, inventiva, descobridora de novas verdades quando aplicada para a solução de problemas do mundo real? E, ainda, como tal escola se posicionaria sobre o aspecto intuitivo da Matemática? Sentido este que, inegavelmente, permeia o labor matemático.

Em relação à função intuitiva da Matemática, a despeito das teorias psicológicas existentes, desenvolveu-se, também, uma doutrina particular segundo a qual em Matemática somente devem ser consideradas as entidades que se podem construir (e/ou justificar) por intuição. Uma tal tendência (que ainda não considera as relações mútuas entre os estados *a priori* - *a posteriori*) ficou consagrada como Escola Intuicionista ou Intuicionismo Matemático.

Para os intuicionistas (tais como Brouwer, Heyting, Weyl, Griss e outros tantos) a Matemática tem sua origem, seus fundamentos estruturais, na intuição; sendo que, pela própria intuição seus conceitos e entidades se tornam perfeitamente claros e coerentes. O poder intuitivo da mente humana é a base, o alicerce do conhecimento matemático; pretende-se com tal ponderação afirmar, o Intuicionismo, que as funções da mente são necessárias e suficientes para traduzir evidências em Matemática.

De acordo com os seguidores da corrente Intuicionista, o valor das entidades matemáticas apenas alcançam o devido valor enquanto construídas por ação exclusiva do intelecto. Contudo, o intelecto, em tal escola, é competente apenas no âmbito das operações finitas; o que, certamente, vem limitar a Matemática à esfera da intuibilidade enumerável, sendo, por tal aspecto, em consequência, fonte de inúmeras e radicais objeções.

O intuicionismo, em oposição ao Formalismo e ao Logicismo (adiante qualificados), admitindo uma considerável distinção entre Lógica e Matemática, vem predizer que a Matemática é uma "atividade" mental cujos resultados se comunicam subseqüentemente através da linguagem e afirma que a linguagem, qualquer que

seja, não significa nada além de um meio de comunicação. Assim, no núcleo do Intuicionismo, tem-se estabelecido que as denominadas possibilidades do "pensamento" não podem ser reduzidas a um número limitado de regras previamente determinadas quer sejam as mesmas de natureza lógica ou formal (o que em verdade, dada a natureza relacional e simbólica da Matemática, constitui um equívoco).

Segundo vários estudos, o Intuicionismo se apresenta caracterizado pelas seguintes peculiaridades, quais sejam: fundamentando-se em intuições elementares ou auto-evidentes os números são "construções do intelecto"; um processo demonstrativo diz-se construtivo desde que permita calcular ou construir o objeto que se deva demonstrar; nem todos os enunciados matemáticos podem ser decididos; em Matemática não existe o infinito enquanto tal; e, a natureza intelectual da Matemática e sua identidade para todos os sujeitos está baseada na "intuição primitiva".

Uma posição radical dos intuicionistas (e no mínimo ingênua em essência) diz respeito à defesa de que toda afirmação dada pelo intelecto deve ser demonstrada; uma vez que o intelecto deve ser capaz de justificar tudo o quanto construa. Assim, para citar uma anomalia de um tal posicionamento, dizem os intuicionistas que para criar os números reais (que são em maior número que os naturais) o homem teria que executar infinitos procedimentos que a ele seriam impossíveis; dizendo que teoremas como este são "indecifráveis".

Dentre os princípios fundamentais em Matemática tem-se o princípio do terceiro excluído; segundo o qual entre a Verdade e a Falsidade não existem quaisquer outros valores. Admitindo-se os tais teoremas "indecifráveis", vem o Intuicionismo refutar o citado princípio; porquanto nesta concepção além da Verdade e da Falsidade existe ainda a "indecidibilidade" (o que, na melhor das objeções, poderia ser qualificado como artificioso).

Diante das características acima apresentadas, pode-se dizer, tomando-se em referência a totalidade e as potencialidades da Matemática, que a tese Intuicionista deixa muito a desejar quando pretendente a instituir os fundamentos da Matemática. Além do mais, acrescente-se, também, que se o Intuicionismo é ditado predominantemente pela intuição e não envolve, portanto, qualquer cogitação prévia ou pensamento refletido, então fundamenta-se o mesmo no *a priori* intelectual. E, neste sentido, a concepção

intuicionista é fonte de inúmeros questionamentos e de pesadas críticas.

Pela exposição em referência, conservando as impropriedades do Intuicionismo, seria lícito então afirmar que os entes matemáticos são válidos tão somente em relação à maneira pela qual são intuídos pela mente e não em relação ao modo como são em si mesmos? Seria a Matemática uma ciência fundada, apenas, em processos construtivos asseverados pela intuição? Toda a parte da Matemática que envolve a concepção de infinito deveria ser abandonada haja visto ser constituída de enunciados que se apresentam com valor de “indecidibilidade”? A Matemática, enquanto instrumento hipotético das ciências naturais, com fundamento estabelecido *a posteriori*, constituída de teoremas “indecifráveis” pela intuição deveria ser extinta do saber humano?

Partindo-se do fato que o Conceptualismo e o Intuicionismo, tanto quanto o Nominalismo, limitam a importância e a abrangência da Matemática surge, no caminho da evolução das concepções sobre os fundamentos da Matemática, em oposição frontal às primeiras, a corrente metodológica denominada Realismo Matemático.

O Realismo, também denominado Platonismo, vem reverenciar, em contraste com as tendências anteriores, o aspecto da descoberta em Matemática; admitindo que esta não sendo uma ciência convencional vem evidenciar, em sua gênese, as leis racionais do pensamento considerando-as possuidoras de uma racionalidade intrínseca. Para o Racionalismo, portanto, a Matemática não pode ser rotulada como uma ciência arbitrária; pois que considerando a objetividade e a racionalidade de suas leis como sendo independentes do pensamento condicionante, vem defender que os elementos afins à Matemática são qualificados por estruturas objetivas as quais não se limitam à simples criação arbitrária do pensamento.

Muito embora o Realismo venha tratar da natureza, do fundamento e da extensão da Matemática (tratamento este aceito por grande parte dos matemáticos), não leva em conta a avaliação da técnica correspondente. Segundo o Realismo, que se encontra orientado pelo realismo matemático clássico, é a Matemática, como dizia Platão, “alcançável com inteligência e razão”. Nesta acepção, é a Matemática uma ciência orientada pela objetividade e racionalidade de suas leis as quais por excelência são independentes do

pensamento arbitrário (“independentes do fato de serem pensadas ou da natureza psicológica de quem as pensa”).

Segundo Platão, os Realistas dizem que as verdades em Matemática são descobertas pela mente através de procedimentos intuitivos-construtivos; sendo que as idéias matemáticas vêm exprimir relações racionais de impregnação imutáveis e eternas; residindo neste contexto o valor transcendente das construções em Matemática. A Matemática (em a República de Platão, Livro VII, capítulo VIII) “impele energicamente a alma para o alto e constrange-a a raciocinar sobre os números em si mesmos, repelindo sempre quem raciocina apresentando-lhe números relativos a corpos visíveis e palpáveis”. E, um tal posicionamento, constitui característica patente da Escola Realista em Matemática.

Dissociando concepções metafísicas, o Realismo deixa-se contaminar por um pesado racionalismo ao realizar extrapolações do ideal para o real e do lógico para o ontológico. Em sua perspectiva unilateral dos fundamentos da Matemática, o Platonismo comete o erro de não admitir as ligações ambivalentes existentes entre o ideal e o experimental, entre o lógico e a realidade sensível, entre a natureza absoluta das leis matemáticas e as várias formas de conhecimento.

Estando o Realismo centrado em uma concepção filosófica de conjunto sobre a Matemática que pretende afirmar ser tal ciência fundada na descoberta e não na criação, abandona, talvez por conveniência, a análise técnica das estruturas envolvidas. Assim, preconizando que “todo conhecimento deve ser reconhecimento” (nas palavras de Russell), surge, em sentido conexo com o Realismo, uma fantástica visão de conjunto sobre a Matemática que, além das questões de caráter estritamente filosófico quanto aos fundamentos da ciência em pauta, vem avaliar e analisar a estrutura técnica da mesma. Uma tal concepção intitulou-se Logicismo.

O Logicismo, diga-se de início, ao desconsiderar a natureza inteiramente despótica (arbitrária) dos fundamentos matemáticos, vem sustentar que a estrutura lógica é a característica essencial da Matemática; porquanto, as leis matemáticas são originárias de princípios lógicos determinantes. Nesta concepção, toda verdade matemática encerra em sua gênese um conjunto de raciocínios emanados de leis lógicas, de leis gerais do pensamento; as quais não apenas lhe dão o fundamento, mas,

principalmente, permitem a estruturação e validação da técnica correspondente.

Ressalte-se, a despeito da afirmação acima, que o Logicismo se ocupa, em uma de suas dimensões, da estruturação e da qualificação de mecanismos conceituais necessários e suficientes para se corroborar a afirmação acima referenciada; mostrando que pelo Logicismo a validade de um raciocínio (ou mesmo de um enunciado) matemático não depende dos sujeitos determinados ou do predicado concreto que nele figure, uma vez que a validade de uma inferência matemática não depende senão da forma estrutural da mesma e esta pode ser avaliada através de técnicas de natureza lógica, para ulteriormente encontrar uma razão aplicativa no mundo sensível.

Afirme-se que já entre os gregos havia uma preocupação em evidenciar as relações de impregnação mútua entre a Matemática e a Lógica; sendo Aristóteles (apesar das reações infundadas de determinados estudiosos) o sistematizador do protótipo lógico do método dedutivo matemático. Contudo, no decorrer dos tempos vários trabalhos admiráveis foram desenvolvidos no sentido de evidenciar cada vez mais as citadas relações; encontrando em Leibniz um dos primeiros lógicos matemáticos de fato (e não de direito).

A inovação em Lógica proposta por Leibniz residia na tentativa de estabelecer conclusões indestrutíveis a partir da ordenação e sistematização dos pensamentos transformados em cálculos. Para tanto reduziu os termos da linguagem a sinais “algébricos” e usou cálculos análogos ao da Álgebra. O ideal de Leibniz consistia na “universalização algébrica do pensamento” de tal forma que em quaisquer discussões os homens se entendessem através de cálculos universais (e, nesta intenção, reside a genialidade lógica do matemático alemão).

A partir de Leibniz diversos matemáticos e lógicos (em conjunto ou individualmente) concentraram seus esforços e mentes no sentido de sistematizar o estudo da Matemática através da Lógica; tomando a Lógica surpreendente impulso. Para citar alguns destes homens que objetivaram o emprego do método e técnica matemáticos no tratamento de assuntos lógicos e vice-versa considere-se Frege, De Morgan, Boole, Carnap, Whitehead, Russell e muitos outros; sendo que seus trabalhos permitem compreender as razões lógicas da Matemática.

O Logicismo (enquanto considerando a Matemática a ciência das leis do

raciocínio lógico-formal) tem sua estruturação processual na instância das relações abstratas entre símbolos e se detém à combinação destes mesmos símbolos entre si para, então, passar a estudar as inferências (via argumentação formal) do ponto de vista da validade da estrutura sentencial, subtraindo o significado concreto de sua determinação para atingir a coerência de raciocínio.

Os logicistas afirmam que as leis matemáticas são estabelecidas por juízos necessários, os quais, regimentados pelos princípios fundamentais da Lógica, constituem estrutura inteiramente coerente e logicamente formalizada. Tais juízos, denominados analíticos corroboram as verdades matemáticas, dando à estrutura matemática um fundamento cognoscível *a priori* em que a exatidão de suas formas advém de leis racionais ou, antes, da relação entre juízos apoiados em princípios primeiros oriundos da pura razão.

A concepção logicista da Matemática tem, sem dúvida alguma, sua sustentação e a melhor elaboração na monumental obra de Russell e Whitehead, os *Principia Mathematica*. Em um tal documento histórico tem-se estabelecido um tratado vigoroso que vem mostrar que enquanto todos os enunciados matemáticos podem ser definidos através dos da Lógica, os teoremas matemáticos são deduzidos de axiomas puramente lógicos; sendo toda Matemática regimentada pelos Princípios da Identidade, da Não-Contradição e do Terceiro Excluído (axiomas essencialmente lógicos enquanto orientadores do raciocínio coerente e consistente).

O Logicismo sustentando que grande parte da Matemática é originária da dedução (que por sua vez é sustentada por princípios lógicos), vem promulgar que em Matemática Pura não deve existir símbolo outro a não ser constantes lógicas e nem premissas e nem enunciados indemonstráveis a não ser aqueles relativos exclusivamente a constantes e variáveis lógicas. Admitindo-se que os conceitos matemáticos apresentam-se revestidos de valores racionais que exigem uma definição rigorosa para manter a natureza e o conteúdo, os logicistas afirmam que as leis que orientam as relações matemáticas são racionais e objetivas, e, portanto, exclusivamente lógicas.

Analisando a evolução do Logicismo em Matemática observa-se que Frege deu início ao projeto de fundamentação racional da Matemática; sendo efetivamente Russell o seu mais brilhante

implementador. Enquanto o primeiro dirigiu seus esforços no sentido da logicização de determinados conceitos fundamentais (essencialmente aos ligados às leis aritméticas), o segundo (juntamente com Whitehead) foi mais longe e proclamou que toda a Matemática é redutível à Lógica. Seria a Matemática uma “Lógica Adulta”, enquanto a Lógica corresponderia à “Juventude da Matemática”.

Orientando o desenvolvimento da Matemática através do suporte lógico e, por outro lado, instituindo-se um ciclo de constantes impregnações mútuas, analisando as estruturas da Lógica através de processos estritamente matemáticos, passou-se a instituir um poderoso e fascinante campo de estudo que até os dias atuais comanda os trabalhos de diversos matemáticos e/ou lógicos (inclusive o do autor deste trabalho).

A despeito das potencialidades da concepção logicista da Matemática que permitem a veiculação entre os sentidos *a priori* - *a posteriori* de seus fundamentos (como se demonstra pela estruturação e aplicações dos cálculos lógicos), a consistência crítica do Logicismo está sustentada (e/ou condicionada) no valor (ou no fundamento) da Lógica enquanto tal. Ou seja, o Logicismo fundou a Matemática na Lógica sem contudo avaliar, primeiramente, a natureza desta última (o que possibilitou a instauração de consideráveis críticas e oposições a um tal posicionamento). Além do mais, tomando-se o corpo estrutural do Logicismo, observa-se que para se evitar determinadas antinomias (conferindo às regras da Lógica o respectivo grau de severidade) se fez necessário formular axiomas cujo caráter extralógico é incontestável (e, em determinadas situações, determinantes).

Por outro lado, quais são os argumentos necessários e suficientes apresentados pelo Logicismo para pretender “fundir” Matemática e Lógica em um único corpo conceitual? A Matemática é condicionada, irrestritamente, pela Lógica; ou Matemática e Lógica convergem para um fim único, mediante a tomada de caminhos teóricos distintos? Pode-se, a despeito de quaisquer pressupostos ontológicos, considerar a Matemática em si mesma, independente do modo pelo qual a Lógica se manifesta na primeira? O Logicismo é passível de eliminar quaisquer possíveis antinomias em Matemática sem restringir as potencialidades aplicativas da mesma ao mundo sensível?

Tomando-se as questões acima e suas

correspondentes implicações, outros matemáticos (radicais, por excelência) sentiram a necessidade de desenvolver a Matemática como uma ciência absoluta, completamente autônoma, fundada em si mesma, prescindindo-a dos fundamentos de quaisquer outras ciências. Uma tal corrente arbitrou-se denominar, ao suscitar o condicionamento da Matemática unicamente às suas próprias regras, de Formalismo.

No Formalismo tem-se pregado que as questões do significado, do fundamento e da natureza das leis matemáticas e, de resto, das inquirições a respeito das relações da Matemática com o mundo empírico não lhe diz respeito. Nesta concepção (diga-se, despótica) sobre a Matemática tem-se estabelecido, de forma radical, a defesa unilateral da autonomia e da especificidade da Matemática, ciência esta que dependeria tão somente de seus próprios axiomas e definições para existir como corpo conceitual e relacional.

A escola Formalista tenta reduzir a Matemática a um compêndio de fórmulas, procurando dissociar seu conjunto da realidade emergente e encerrando a respectiva ciência em uma redoma virtual onde são exigências necessárias para a sua existência: a coerência interna, o rigor dos processos construtivos e a logicidade das deduções. Assim, no universo relacional do Formalismo, tem-se evidenciado dois requisitos condicionantes e de relevância: a autocompatibilidade e a completabilidade. No primeiro, está em jogo a não-contradição das fórmulas com as quais vêm manipular; e, no segundo, quaisquer teoremas do sistema formalizado devem ser tais que sejam demonstráveis como tal.

David Hilbert se apresenta como o mais significativo defensor do Formalismo e proclama que os enunciados e quaisquer entidades simbólicas existentes no universo da Matemática têm valor ou significado somente quando tomados em sentido estritamente formal. Na concepção formalista de Hilbert tem-se definido os símbolos e as regras de formação e de transformação dos mesmos símbolos em Matemática a partir da evidência de axiomas independentes de outros sistemas; sendo que por operações sucessivas instituem-se novas fórmulas as quais bem estruturadas haverão de dar lugar a teoremas totalmente demonstráveis a partir da base estabelecida.

Tenta, pois, o Formalismo, de maneira equivocada, reduzir a Matemática a um “jogo formal”, legítimo exclusivamente em

decorrência única das próprias “regras do jogo” e, enquanto tal, a Matemática, em sentido emergente, estaria alheia a qualquer forma de interpretação ou aplicação; mas, no limite desta possibilidade, surge a necessidade da consistência lógica para conferir legitimidade ao sistema formal constituído, ficando a auto-suficiência e a onipotência da Matemática na esfera das quimeras inatingíveis.

Em termos mais críticos, se, segundo o Formalismo, a Matemática é consolidada apenas pela coerência e pela completabilidade, como tal concepção encara que a coerência é incompatível com a completabilidade, em certas situações mais complexas, como veio demonstrar Gödel? Por outro lado, como seria possível estabelecer a prova da auto-suficiência da Matemática desconsiderando-se as questões imanentes de seus fundamentos, de sua gênese? Se na Matemática nada existe além de formal, mesmo que se admita a possibilidade de uma “lógica formal”, como o Formalismo assalta as questões do fundamento *a priori* - *a posteriori*? Simplesmente, ignorando-as? Poderia a Matemática isentar-se do comprometimento com questões de ordem empírica ou metafísica? Poderia o Formalismo negar o natureza racional da Matemática, “demonstrando” que determinadas estruturas matemáticas não têm sua existência em universos extra-matemáticos como, por exemplo, na “intuição”?

A despeito das considerações anteriormente apresentadas sobre as concepções que tratam dos fundamentos da Matemática, afirma-se, em verdade, nenhuma das mesmas é auto-suficiente para, de forma definitiva, resolver, ou antes, equacionar o problema das bases da Matemática. Contudo, o Intuicionismo, o Logicismo e o Formalismo, não essencialmente em si mesmos mas nas reações que suscitaram, conseguiram estabelecer, com propriedade e rigor, reflexões importantes não somente sobre as bases da Matemática, mas, principalmente, estabeleceram significativas alternativas de análise segundo a prioridade que se atribua à necessidade intuitiva, formal ou lógica da Matemática.

Observa-se, em consequência, nos dias atuais, a instauração da coexistência harmoniosa de posicionamentos das várias tendências em um único corpo relacional que procura, dissociando posições radicais e/ou onipotentes, especificar as razões suficientes que dão sustentação à Matemática inserindo-a no rol das fantásticas criações do ser

humano. Porquanto, seguindo-se os métodos da axiomatização e a metalinguagem que caracterizam (sem dúvida alguma) a Matemática, bem como, as relações de impregnação entre as leis lógicas e as prescrições intuitivas (determinantes) da Matemática, tem-se estabelecido com maior intensidade posicionamentos alternativos quanto às funções lógica, formal ou intuitiva da ciência em questão.

As três principais tendências quanto aos fundamentos da Matemática (o Intuicionismo, o Logicismo e o Formalismo) não abandonam, em absoluto, suas prerrogativas conceptualistas; contudo, procuram se aproximar o suficiente para poderem trabalhar o estudo dos fundamentos da Matemática em conjunto. Desta forma, observa-se, hodiernamente, que enquanto o Formalismo pode proporcionar a edificação de uma linguagem acessível ao Intuicionismo através da transposição de problemas para o nível das construções simbólicas, este último pode deixar-se direcionar pela via da axiomática formal. Por outro enfoque, enquanto a intuição pode ajuizar as regras lógicas apresentadas pelo Formalismo, as leis da Lógica, quando formalizadas, podem vir a demonstrar a validação dos pensamentos oriundos da intuição.

Mas a julgar pelas questões levantadas e suas respectivas consequências, parece razoável supor que muito ainda deve ser discutido e estudado quanto às bases estruturais e/ou filosóficas da Matemática. Com base nessa assertiva e guiado pela hipótese aqui inserida, espera-se que a retomada constante das questões a respeito dos fundamentos da Matemática venha consubstanciar a essência sobre a qual os porquês causais da ciência em referência lhe emprestam fascínio, maior alcance e vigor. Porquanto, pretender ignorar, ou relevar ao plano secundário, as questões fundamentais que dizem respeito à filosofia da Matemática, é tão insensato quanto arbitrar que o ser humano, enquanto tal, é desprovido da capacidade inerente de servir-se da razão para conhecer e julgar.

Porquanto, ressalte-se, uma vez mais, o não conhecer os princípios norteadores da atividade matemática somente é defensável para todo aquele que pretende separar, artificialmente, a Matemática de suas bases formais (sentido *a priori*) e de seu alcance no mundo real (sentido *a posteriori*); sem os quais a Matemática se apresenta como uma diligência estéril sem relação

ERRATA

REVISTA TECNOLOGIA & HUMANISMO - NÚMERO 16

⇒ **Página 62:**

No lugar de:

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AIDAR, Marcelo Marinho. *Qualidade Humana - As Pessoas em Primeiro Lugar*. São Paulo: Editora Maltese, 1994, 141p.
- ASSEF, André. *Antiguidade Não é Mais Posto. Exame*. São Paulo, n.20, p.90-91, set. 1994.
- BERNARDI, Maria Amália. *Felicidade é Sinônimo de Produtividade. Exame*. São Paulo, n.12, p.88-95, jun 1994.
- BERNARDI, Maria Amália. *Que Tal Uma Sexta-feira Pela Metade. Exame*. São Paulo, n.18, p.60-61, ago 1994.
- BERNARDI, Maria Amália. *O Trabalho do Próximo Milênio Será Todo Diferente. Exame*. São Paulo, n.17, p.36-43, ago 1994.
- CASTANHEIRA, Joaquim. *A Nova Aliança nos Negócios. Exame*. São Paulo, n.21, p.86-91, out. 1994.
- CAMPOS, Vicente Falconi. *TQC - Controle da Qualidade Total* (No estilo japonês). Editora FCO.
- COSTA, Carlos Alberto da e MANOSSO, Luciane. *Qualidade na Construção Civil: Pesquisa, Diagnóstico, Críticas e Sugestões. Tecnologia & Humanismo*. Curitiba, Editora CEFET-PR, 1993, n.11, p. 35-48.
- FURTADO, José Maria. *Parado só Fica Quem é Poste. Exame*. São Paulo, n.19, p.80-81, set. 1994.
- GRIMALDI, Roberto e MANCUSO, José Humberto. *Qualidade Total*. São Paulo, Folha de São Paulo e Sebrae, 1994, 8 vol., 8p./vol.
- GOLDRATT, Eiyahu M. e COX, Jeff. *A Meta*. 10.ed. São Paulo: Educator, 1993, 318p.
- GUERRA, Silvio. *A Ética Ajuda a Ser Mais Competitivo. Exame*. São Paulo, n.22, p.136, out. 1994.
- KAPAZ, Emerson. *Qualidade é Indispensável. Qualidade Total*. São Paulo, Folha de São Paulo e Sebrae, 1994, cap. 5, p.2.
- LOBOS, Julio. *Qualidade! Através das Pessoas*. 7. ed. São Paulo: Editora Hamburg, 1991, 185p.
- MARINS, Luiz A. Filho. *Socorro! Preciso de Motivação*. São Paulo: Editora Harbra, 1994, 155p.
- MESEGUER, Alvaro Garcia. *Controle e Garantia da Qualidade na Construção*. Trad. Roberto José Falcão Bauer, Antonio Carmona F., Paulo Roberto do Lago Helene, São Paulo: Sinduscon-SF/Projeto/PW, 1991, 179p.
- SEMLER, Ricardo. *Virando a Própria Mesa*. 44. ed. São Paulo: Editora Best Seller, 1988, 274p.
- VEJA, *Reportagem Especial. A Revolução que liquidou o emprego*. São Paulo, p.90, 19 out 1994.
- WHITELEY, Richard C. A. *Empresa Totalmente Voltada Para o Cliente: do planejamento à ação*. Rio de Janeiro, Editora Campus, 1992.

Considerar:

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- CIANFLONE, Franco. *L'Algebra di Boole i e circuiti logici*. Milano, Etas Libri SPA, 1978.
- DIAS, Carlos Magno Corrêa. *Lógica Matemática: um sistema científico de raciocínio*. Revista Tecnologia & Humanismo, CEFET-PR, Curitiba, 1993, vol. 11, 48 p.
- FLEGG, H. Graham. *Boolean algebra and its applications*. Blackie: London and Glasgow, 1964.
- HAMILTON, A. G. *Logic for Mathematicians*. Cambridge Univ. Press, 1978.
- MATES, Benson. *Elementary Logic*. Oxford Univ. Press, 1972.
- MENDELSON, E. *Introduction to Mathematical Logic*. Wadsworth & Brooks, 1987.
- SUPPES, P. *Introduction to Logic*. Princeton Univ. Press, 1975.
- WHITESITT, J. Eldon. *Boolean algebra and its applications*. Addison Wesley, 1961.