

## HISTÓRIA DO NÚMERO ZERO

*Christian José Quintana Pinedo<sup>1</sup>*

### RESUMO

O zero constitui uma das noções fundamentais da Matemática, não apenas da matemática pura, mas também da aplicada.

Neste artigo, apresenta-se o número zero e sua evolução com o tempo, desde seus inícios na matemática antiga, o modo em que era entendido, explicando a evolução de suas diversas formas e escritas até chegar ao modo em que hoje é mundialmente conhecido.

Também comenta-se respeito de algumas situações que aconteceram por falta de uma interpretação correta de seu significado, entanto o zero originou (e ainda origina) numerosos embaraços conceituais, especialmente para aqueles que não são afeitos à matemática.

**Palavras-chave:** História da Matemática. Matemática. Teoria de Números.

### ABSTRACT

The number zero constitutes one of the fundamental notions of mathematics, not just of the pure mathematics, but also of the applied one.

In this article, there comes the number zero and its evolution throughout time, since its beginning in the ancient mathematics, the way it was understood, explaining evolution in its several ways and writings until arriving to the way which is world-wide known.

Also we comment about some situations that occurred due to a correct interpretation of its meaning, when the zero was originated (and still originates) numerous conceptual embarrassments, especially because they are not connected to mathematics.

**Keywords:** History of the Mathematics. Mathematics. Theory of Numbers.

---

<sup>1</sup> Bacharel em Matemáticas Puras pela Universidade Nacional Mayor de San Marcos Lima – Peru, Mestre e Doutor em Ciências Matemáticas pelo IM-UFRJ Brasil, pesquisador do CEFET-PR – Unidade de Pato Branco, e-mail: [christianjqp@yahoo.com.br](mailto:christianjqp@yahoo.com.br) – home page: <http://geocities.yahoo.com.br/christianjqp/>

## 1. INTRODUÇÃO

Computadores tratam a informação em linguagem binária, todos os dados são codificados em seqüências de zero e um. A física moderna, que utiliza às vezes quantidades extraordinariamente grandes ou pequenas, representa-as com mais praticidade por meio de potências de dez - notação em que o zero cumpre papel essencial. Esse algarismo foi fundamental também para o desenvolvimento do cálculo integral, que inaugurou um novo ramo da Matemática.

Uma das perguntas mais freqüentes é: Quem descobriu o número zero?

Realmente existe uma grande dificuldade em responder a esta pergunta satisfatoriamente [8].

A instituição do zero foi uma verdadeira revolução na Matemática. Embora seu uso nos pareça natural e inquestionável, o algarismo nem sempre existiu. Os números romanos, por exemplo, não tinham uma letra para representá-lo. O zero pode ter surgido de forma independente em diferentes civilizações e teve um percurso conturbado até que se consolidasse como elemento-chave da Matemática [6].

A história do zero é bastante complicada e para poder entendê-la é importante considerar o seguinte:

1. Devemos ter a noção que algarismo zero é diferente da noção de número zero. Só poderemos atingir a noção de zero quando podamos calcular com o zero.
2. Por muito tempo as noções de “vazio” e “nada” funcionaram como um véu impedindo que atinássemos a quantificar o *contrario de tudo*. Por outro lado, essas noções nas mãos de filósofos e místicos geraram ainda mais confusão e paradoxos, como:

*“Qualquer coisa é melhor do que nada; ora nada é melhor do que Deus”.*  
*“Logo qualquer coisa é melhor do que Deus”*

3. As línguas européias confundem a “*presença de nada*” com a “*ausência de algo*”, o que nos leva ao paradoxo acima; por outro lado, o *sânscrito* (a língua que falavam os antigos indianos) tem plenas condições de expressar claramente a diferença entre “*ausência de algo, ausência de tudo*” e “*presença do nada*” o que torna o texto paradoxal acima sem sentido em sânscrito e até mesmo no “*hindi*” falado pelos modernos indianos [5].

Se alguém tivesse proposto o conceito de número zero que conhecemos, como uma inovação excelente para sua utilidade na Matemática, teríamos uma resposta à pergunta. Mesmo sem saber qual o matemático que a inventou. Porém os registros históricos mostram um caminho diferente para o conceito de número zero. Este número faz aparições esporádicas na antiguidade, percebe-se que nossos primeiros matemáticos não reconheciam o significado

que atualmente proporcionamos a esse número, nem sequer mencionam quando é que eles o viram.

O elemento zero pode-se entender como uma das três noções:

- **Zero como número:** É a idéia de quantidade que nos vem à mente quando contamos, ordenamos e medimos. Assim, estamos pensando em números quando contamos as portas de uma casa, enumeramos a posição de uma pessoa numa fila ou medimos o peso de uma pedra.
- **Zero como numeral:** É toda representação de um número, seja ela escrita, falada ou datilografada.
- **Zero como algarismo:** É todo símbolo numérico que usamos para formar os numerais escritos.

Nenhum destes três usos têm uma história facilmente descrita. Destas três noções temos que dizer que duas utilidades são importantíssimas para o zero.

1. Como indicador de lugar vazio em nosso sistema de numeração. Por exemplo, no número 3205, o zero é utilizado de modo que os números 2 e 5 estão na posição correta. Pois, o número 325 é bastante diferente de 3205.
2. Como número mesmo. A maneira em que entendemos o que representa o zero.

Observe que existem aspectos diferentes do zero nestes dois casos, a saber: {\it o conceito, a notação e o nome}.

Também é justo dizer que o zero de número está longe de um conceito intuitivo. Problemas matemáticos começaram de “*problemas reais*” e não de problemas abstratos.

## 2. ANTES DE CRISTO

O zero poderia ter surgido pela primeira vez entre os séculos VI e III a.C., na civilização fenícia. Esse povo inovou ao instituir a notação posicional, em que a posição de um algarismo é fundamental para a determinação de seu valor.

Porém, existem evidências de aproximadamente 3000 a.C. que no Vale do Indo (Mohenjo Daro e Harappa) utilizava-se um símbolo circular indicando o valor zero em réguas graduadas.

Estes documentos da civilização do Vale do Indo têm resistido a dezenas de tentativas de decifrar [5].

Também por volta do 3000 a.C “*Olho de Horus*” era um sistema de representação e cálculo com frações inventado pelos egípcios e por muitos séculos usado pelos comerciantes da região mediterrânea; envolto em misticismo, trabalhava com frações binárias entre zero e um, sendo que o “*um*” estava identificado com a pureza absoluta, e “*zero*” à impureza absoluta.

## 2.1. Os Babilônios

Ao supor que o zero como algarismo teve sua aparição num sistema de numeração como indicador de “*lugar vazio*” na época dos babilônios (2000 a.C.), estamos errados, mesmo que o sistema de numeração sexagesimal dos babilônios usado em textos matemáticos e astronômicos era essencialmente um sistema posicional [4].

O sistema cuneiforme (forma de cunhas) é inventado na Mesopotâmia; apesar de ser um sistema de numeração posicional, os mesopotâmios não tinham a noção de algarismo zero.

Os babilônios escreveram em tábuas de barro (argila) e usavam a como dizemos escritura cuneiforme para representar seus números. Muitos desses escritos de aproximadamente 1700 a.C. ainda sobrevivem e podemos ler seus textos originais. Existem evidências que aproximadamente em 400 a.C., por exemplo, para indicar em notação atual o número 216, eles escreveram na forma  $21 \uparrow \uparrow 6$  onde,  $\uparrow \uparrow$  representa dois símbolos na forma de cunha.

As duas cunhas não eram a única notação usada, em uma tábua de argila (aprox. 700 a.C.) achada em Kish, cidade da antiga Mesopotâmia (parte leste) uma notação diferente era usada. Eles usam três ganchos para denotar um lugar vazio na notação posicional, por exemplo, para indicar em notação atual 216, eles escreveram na forma  $21 \llcorner \llcorner \llcorner 6$ . Outras tábuas aproximadamente da mesma data mostram o uso de um único gancho para um lugar vazio.

Os mesopotâmios por volta de 300 a.C. passam a usar um algarismo “*zero medial*” (como 205 e  $120 \frac{1}{4}$  em nosso sistema decimal) em suas tabelas astronômicas, contudo nunca usam zero inicial ou final (como em 250 ou 0,05 em no sistema decimal).

## 2.2. Os Olmecas

Os Olmecas eram antecessores dos Maias. Por volta de 1000 a.C., inventam um sistema de numeração posicional, usado para marcar o tempo a partir de observações estelares, este sistema de numeração incluía um algarismo zero .

## 2.3. Parmênides

Por volta de 500 a.C. o filósofo grego Parmênides inventa o “*Paradoxo do Julgamento Negativo*” que diz:

*“Se uma afirmação declara que uma certa coisa existe, então sua negação indicará algo que não existe; ora, uma frase sobre algo que não existe é uma frase sobre nada e então é impossível”.*

Platão faz grande uso desse paradoxo em seus diálogos e concluiu que é impossível existir uma grandeza nula.

#### 2.4. Na China

Por volta de 400 a.C., os chineses deixam “*casa vazia*”, para indicar o zero, os cálculos eram efetuados com o auxílio de um instrumento chamado ábaco. Nele, o sulco vazio representava a ausência de dezena. Entretanto, faltava um símbolo que o representasse na hora de escrever. Foram os hindus que resolveram este problema. Começaram a representá-lo desenhando um sulco vazio.

#### 2.5. Os Gregos

Os antigos gregos começaram as contribuições para a Matemática ao redor do tempo em que zero como um indicador de posição estava entrando em uso em matemática babilônica. As civilizações grega e romana não o conheciam o zero, ao que tudo indica. Sem tal algarismo, não pode haver numeração posicional, como em nosso sistema decimal de numeração.

Os gregos não adotaram um sistema de número posicional como os babilônios. As realizações matemáticas gregas estavam baseadas na geometria; prova disso é “*Elementos*” de Euclides (325 - 265 a.C.) que contém um livro em teoria de número, baseado em geometria.

Os matemáticos gregos não precisaram nomear os números, eles trabalhavam com números como comprimentos de segmentos de retas. Números que exigiam ser representados para registros eram usados por comerciantes, não os matemáticos, e de nenhuma anotação especial conseqüentemente foi precisada.

Havia exceções de alquilo que dizemos. As exceções eram os matemáticos envolvidos com registros de dados astronômicos, eles começaram a usar o símbolo **O**. Existem muitas teorias do por quê? esta notação particular era usada. Algum historiador explica que é “*ômicron*” a primeira letra do grego da palavra “*oudewn*” (nada, a saber). Anteriormente, o ômicron restringia-se a representar o número 70.

Outras explicações oferecidas incluem o fato que representa “*obol*”, uma moeda de quase nenhum valor, e que surge quando os contadores eram usados para contar com uma tábua de areia. A sugestão aqui é que quando o contador a removia deixava uma coluna vazia na areia deixando a impressão de que se parecia com **O**.

As tabelas de Ptolomeu (85-165 d.C.) no “*Almagesto*”, em seus escritos de aproximadamente 130 d. C., usam o sistema sexagesimal dos babilônios junto com um - posicionador - do lugar vazio o símbolo .

#### 2.6. A Palavra Sūnya

Pronuncia-se “*Shunia*” e significa vazio, é usada para indicar “*casa nula*” quando se denota a escrita de numerais no livro “*Chandah-sutra*” do matemático indiano Pingala (250 a.C.). Mais tarde, as casas nulas passaram a ser indicadas por um ponto, o qual era chamado de “*pujyam*”.

### 3. DEPOIS DE CRISTO

#### 3.1. Ptolomeu

Ptolomeu (150 d.C.), em seu livro “*Syntaxis*”, usa rotineiramente um algarismo zero para representar no sistema sexagesimal os números de suas tabelas trigonométricas e de suas tabelas astronômicas. Ptolemeios usa tanto o *zero medial* como o *zero final*; ainda assim, há controvérsia acerca da forma de seu algarismo zero, pois existem apenas cópias do seu livro e essas cópias não usam o mesmo símbolo para o algarismo zero. Em particular, Otto Neugebauer mostrou ser pouco provável que o zero de Ptolemeios fosse a letra grega “ômicron” (igual ao nosso **o**), que é a letra inicial da palavra grega “*oudenia*” (vazio, sem valor), pois esse símbolo aparece só em cópias da “*Syntaxis*” feitas no Período Bizantino.

#### 3.2. Os Maias

Talvez deveríamos lembrar que nesta época existia outra civilização, que desenvolveu um sistema de número de “*posição*” com um zero. Estes eram as da civilização Maia que moraram na América Central e ocuparam a área que hoje é o México meridional e Guatemala.

Esta antiga civilização floresceu particularmente entre 250 e 900 d.C. Os maias (350 d.C.) produziram um artefato, o Uaxactun, que é o documento mais antigo que deixaram tendo um zero; note que esse artefato não usa o sistema posicional.

Sabemos que por volta de 665 eles usaram um sistema de número de posição para juntar 2 com um símbolo zero (para obter 20). Porém o uso do zero se remonta a datas inexplicáveis, já que seu uso foi antes deles introduzissem o sistema de número posição. Esta é uma realização notável, mas tristemente não influenciou fortemente nenhum outro povo.

O mais antigo documento maia usando zero, e o sistema posicional é o Pestac datado de 665 d.C.

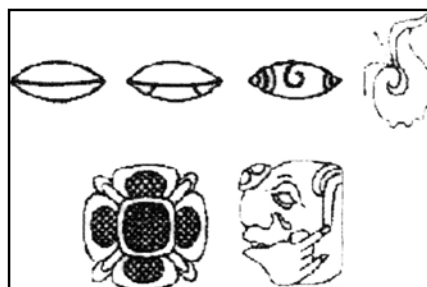
A Figura 1, feita com material do livro [1], mostra as representações maias para o zero:

- A primeira linha mostra como eles representavam o zero quando escreviam livros (códices): usavam o desenho de uma concha ou o de um caracol, ambos símbolos associados à morte ou ao final de um ciclo; acha-se que o provável nome Maia para o zero seria “*xixim*”, que significava concha.
- A linha inferior mostra as representações do zero que usavam em inscrições em monumentos, como o Uaxactun: a forma humana usando adornos característicos dos deuses do mundo das trevas e o desenho da flor símbolo do calendário sagrado maia, a qual também era o emblema da eternidade e da regularidade dos movimentos cósmicos.

As idéias do trabalho brilhante dos matemáticos Maias foram transmitidas de algum modo aos matemáticos islâmicos e árabes do extenso oeste. Veio em uma fase bastante cedo para al-Khwarizmi que descreve na “*Arte hindu de Contar*” o sistema de posição do povo indiano baseado em 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0. Este trabalho foi o primeiro em usar zero como um possuidor de lugar posicional em notação básica.

### 3.3. Os Indianos

É possível que o mais antigo símbolo hindu para o zero tenha sido o ponto negrito, que aparece no manuscrito de Bakhshali, cujo conteúdo talvez remonte ao século III ou IV d.C., embora alguns historiadores o localizem até no século XII. [5].



Os indianos foram os que desenvolveram o sistema de numeração posicional e muitos cálculos efetuados por eles eram realizados com a ajuda de um ábaco, instrumento que para a época poderia ser considerado uma verdadeira máquina de calcular.

O ábaco usado inicialmente pelos hindus consistia em meros sulcos feitos na areia, onde se colocavam pedras. Cada sulco representava uma ordem. Assim, da direita para a esquerda, o primeiro sulco representava as unidades; o segundo as dezenas e o terceiro as centenas. Por exemplo, representavam o número 203, como 2 centenas mais três unidades.

O sulco vazio do ábaco indica que não existe nenhuma dezena. Mas na hora de escrever o número faltava um símbolo que indicasse a inexistência de dezenas [2].

E, foi exatamente isso que fizeram os hindus, eles criaram o tão desejado símbolo para representar o sulco vazio e o chamaram de “*Sūnya*” (vazio). Dessa forma, para escrever o número 203 representado no ábaco de areia, escreviam o 2 para as centenas, o 3 para as unidades e entre eles faziam o desenho do sulco vazio, para indicar que não havia no número nenhuma dezena.

Ao introduzir o desenho do sulco vazio entre os dois outros símbolos, os hindus criaram o zero que, desde aquela época já se parecia com o que usamos hoje.

#### 3.3.1. Varahamihira

Varahamihira (505-587 d.C.), famoso matemático indiano, usa um pequeno círculo para denotar o algarismo zero em seu livro “*Panca-Siddhantika*”. Especula-se que desde 300 d.C. os indianos vinham usando um ponto, o “*pujyam*”, para denotar o zero.

O certo é que aproximadamente em 650 d.C. o uso de zero como um número entrou em matemática Índia.

Aproximadamente em 500 d.C. Aryabhata (476-550) inventou um sistema de número que ainda não tem nenhum zero era um sistema posicional. Ele usou a palavra “*kha*” para posição e seria usado depois como o nome para zero. Existem evidências que um ponto tinha sido usado em manuscritos Índios muito antigos, para denotar um lugar vazio em notação posicional. É interessante que os mesmos documentos às vezes também usam um ponto para denotar uma incógnita onde nós poderíamos usar  $x$ .

O primeiro registro genuíno da escrita do zero na Índia é datado aproximadamente em 876 d.C. Existe uma lápide de pedra que contém uma data que traduz 876, a inscrição concerne ao povo de Gwalior, 400 km sul de Delhi onde diz que eles:

*“Plantaram um jardim 187 por 270 hastas (medida da época) que produziam bastantes flores para permitir que 50 guirlandas por dia sejam dados ao templo local”.*

Ambos os números quase são denotados 270 e 50 como eles aparecem hoje, embora os 0 são menores e ligeiramente elevados.

Vimos até agora o primeiro aparecimento de zero como um número, no sentido que se refere a coleções de objetos. Certamente a idéia de número ficou mais abstrata, e esta abstração faz possível a consideração de números negativos que não surgem como propriedade de coleção de objetos.

É lógico que o problema que surge quando a pessoa tenta considerar zero e negativos como números é como eles interagem com respeito às operações de aritmética, adição, subtração, multiplicação e divisão.

Em três livros importantes os matemáticos Índios Brahmagupta, Mahavira e Bhaskara tentaram responder estas perguntas.

### 3.3.2. Brahmagupta.

Brahmagupta (598-670) em “*Siddhanta*” tentou dar as regras para aritmética que envolve zero e números negativos no sétimo século. Ele explicou que dado um determinado número então podemos subtrair de si mesmo para obter zero. Ele deu as seguintes regras para adição que envolve zero:

*“A soma de zero e um número negativo é negativo, a soma de um número positivo e zero é positivo, a soma de zero e zero é zero”.*

A subtração é um pouco mais complicada:

*“Um número negativo subtraído de zero é positivo, um número positivo subtraído de zero é negativo, zero subtraído de um número negativo é negativo, zero subtraído de um número positivo é positivo, zero subtraído de zero é zero”.*



Brahmagupta diz então que qualquer número quando multiplicado por zero é zero, mas complicações acontecem quando vem a divisão:

*“Números positivos ou negativos quando divididos por zero são uma fração, com o zero como denominador. Zero dividido por negativo ou positivo escreva a expressão como uma fração com zero como numerador e a quantidade finita como denominador. Zero dividido por zero é zero”.*

Realmente Brahmagupta não diz muita coisa quando ele sugere que  $n$  dividido por zero é  $n/0$ . Claramente ele está se esforçando aqui. Ele está certamente errado quando reivindica que zero dividido por zero é zero. Porém é uma tentativa brilhante da primeira pessoa que conhecemos em tentar estender esta aritmética.

### 3.3.3.- Mahavira.

Ao redor em 830 d.C., duzentos anos depois de Brahmagupta, Mahavira (800 - 870) escreveu a obra-prima “*Ganita Sara Samgraha*” que foi projetado como uma atualização do livro de Brahmagupta. Ele corretamente diz que:

*“Um número multiplicado por zero é zero, e um número permanece o mesmo quando zero é subtraído disto”.*

Porém os esforços para melhorar as afirmações de Brahmagupta em dividir por de zero parecem com o “*mesmo erro*”. Ele escreve:

*“Um número permanece inalterado quando é dividido por zero”.*

Considerando que isto está claramente incorreto, quando escrevo “*mesmo erro*” poderia ser entendido como confundindo. A razão para esta frase é, que alguns historiadores e comentaristas de Mahavira tentaram achar desculpas para sua declaração.

### 3.3.4. Al-Khwarizmi.

Al-Khwarizmi (790-850), após ter aprendido a calcular ao estilo indiano com o “*Siddhanta*” de Brahmagupta, escreveu um livro de aritmética chamado (provavelmente) “*Al’Khwarizmi on the Hindu Art of Reckoning*” (ciência da transposição e do cancelamento [3]); esse livro foi quem fez a divulgação do sistema posicional decimal, e respectivas técnicas de cálculo, no mundo islâmico. Junto com isso veio a divulgação do zero no mundo entre os povos de língua árabe; dos nomes *sūnya*, *pujyam* e *sūbra*, usados no livro de Brahmagupta, *al Khwarizmi* adotou o terceiro para denotar o zero e daí a evolução: *sūbra*  $\Rightarrow$  *siphra* ou *sifr* (árabe)  $\Rightarrow$  cifra e outras variantes nas línguas européias  $\Rightarrow$  *zephirum* (pronúncia latina do *sifr*) e daí o termo moderno zero.

### 3.3.5. Bhaskara.

Bhaskara (1114-1185) escreveu mais de 500 anos depois de Brahmagupta. Foi ele quem preencheu algumas lacunas na obra de Brahmagupta, por exemplo, dando uma solução geral da equação de Peli e considerando o problema da divisão por zero.

Lembre que Aristóteles fez a observação que não existe uma razão pela qual um número como quatro excede o número zero; mas a aritmética do zero não entrava na matemática grega, e Brahmagupta não se comprometera quanto à divisão de um número diferente de zero por zero. É pois na “*Vja-Ganita*” de Bhaskara que achamos pela primeira vez a afirmação de que um tal quociente é infinito:

*“Uma quantidade dividida por zero se torna uma fração com o denominador igual a zero. Esta fração determina uma quantidade infinita. Nesta quantidade que consiste de que tem zero como seu denominador, não há nenhuma alteração, entretanto podem ser inseridos ou extraídos muitos números; como nenhum lugar de objetos pegados dá mudança no infinito, este é imutável como quando Deus criou os mundos ou os destruiu, entretanto as ordens de números são absorvidas ou avançam”.*

Essa afirmação parece prometedora [9], mas a falta de compreensão clara da situação é sugerida pela asserção seguinte de Bhaskara de que  $(n/0)0=n$ . Assim, Bhaskara tentou resolver o problema escrevendo  $n/0 = \infty$ . No princípio observe, poderíamos ser tentados a acreditar que Bhaskara fez o correto, mas claro que ele não faz. Se isto fosse então verdade que 0 vezes  $\infty$  deve ser igual a qualquer número n, assim todos os números seriam iguais.

Os matemáticos indianos não puderam resolver o problema da divisão por zero, a ponto de admitir que não se podia dividir por zero. Bhaskara declarou outras propriedades corretas para o zero, como  $0^2 = 0$ , e  $\sqrt{0} = 0$ .

### 3.4. Gerbert d’Aurillac

O monge francês Gerbert d’Aurillac (950-1003) (futuro Papa Silvestre II), em 980, viaja pela Espanha islâmica onde aprende a calcular com o sistema indiano [3]; ao retornar ao Mundo Cristão, tenta popularizar essa técnica de cálculo adaptando-a no ábaco que utilizava pedras enumeradas, chamadas “*ápices*”; sua tentativa não teve sucesso; em verdade, Gerbert parece não ter entendido a essência do cálculo indiano e, em particular, a importância do zero no mesmo, pois em seu ábaco o zero era supérfluo: o “*ápice zero*” tinha o mesmo efeito da ausência de “*ápice*”; quanto à origem do sistema usado por Gerbert, o historiador John W. Durham acha que os nomes usados por Gerbert para seus algarismos (por exemplo, o zero era chamado “*sipos*”) sugerem que seu sistema não veio pelo caminho: indianos  $\Rightarrow$  árabes  $\Rightarrow$  Norte da África  $\Rightarrow$

Mundo Cristão; mas sim, pela via Mesopotâmia ⇒ Síria (nestorianos) ⇒ Norte da África ⇒ Mundo Cristão.

### 3.5. Ibn Ezra

Foi um autor espanhol, o rabino toledano Ibn Ezra (1092-1167), o primeiro que, no Ocidente abordou o problema do valor da posição, salientou as vantagens dos “*sinais indianos*” e mostrou a importância do zero[7].

Ibn Ezra, no século XII, escreveu três tratados em números que ajudaram trazer os símbolos indianos e idéias de frações decimais para a atenção das pessoas instruídas na Europa. “*O Livro do Número*” descreve o sistema decimal para inteiros com valores de posição. Neste trabalho de Ibn Ezra o zero é chamado de “*galgal*” (roda ou círculo).

Ligeiramente depois no século XII al-Samawal estava escrevendo:

*“Se nós subtraímos um número positivo de zero, obtemos o mesmo resto de número negativo, se nós subtraímos um número negativo de zero obtemos o mesmo resto de um número positivo”.*

As idéias indianas espalharam-se para o leste da China como também para o oeste dos países islâmicos. Em 1247 o matemático chinês Ch'in Chiu-Shao escreveu um tratado matemático em nove seções que usam o símbolo **O** para zero. Um pouco depois, em 1303, Chu Shih-Chieh escreveu “*O Espelho dos Quatro Elementos de Jade*” aqui novamente é usado o símbolo **O** para zero.

Atribui-se a introdução do zero no Ocidente a Leonardo de Pisa, também conhecido como Fibonacci (1175-1240).

### 3.6. Fibonacci

Fibonacci, que aprendeu a calcular no sistema indiano em suas viagens de estudo pela África islâmica, escreve seu famoso livro, o “*Liber Abaci*”, o qual junto com a tradução latina da aritmética “*Al'Khwarizmi on the Hindu Art of Reckoning*” de al-Khwarizmi foram os grandes introdutores do sistema indo-arábico no Mundo Cristão e são dois os mais importantes livros da história da humanidade. Na época Fibonacci ainda via o zero com desconfiança, pode ser percebido pelo modo que usava para se referir aos algarismos: “*Novem Figure Indorum*” (os nove algarismos indianos) e “*O Hoc Signum 0 Quod Arabice Zephirum Appelatur*” (o sinal zero).

Fibonacci foi um dos principais matemáticos ao trazer as idéias novas sobre o sistema de número para a Europa. Considerado como:

*“Um vínculo importante entre o sistema do número de indiano-árabe e a matemática européia”.*

Ele descreveu os nove símbolos indianos junto com o sinal **0** para

européus ao redor 1200 em “*Liber Abaci*” mais não foi difundido amplamente por muito tempo. O interessante é que Fibonacci não usa nenhum caráter bastante acentuado para tratar 0, ele o trata do mesmo modo como os usa para com os outros números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, quando ele fala do “zero de sinal” enquanto os outros símbolos ele fala como “números”. Embora trazendo os números da Índia para a Europa foi de importância como podemos observar o tratamento de zero, ele não alcançou a sofisticação dos indianos Brahmagupta, Mahavira e Bhaskara nem dos matemáticos árabes e islâmicos como al-Samawal (1130-1180).

Poderíamos pensar no progresso dos sistemas de numeração em geral, e do zero em particular. Porém, isto estava longe do caso. Cardan (1501-1576) resolveu equações cúbicas e de quárticas sem usar zero\cite{0503}. Ele teria resolvido estes problemas de modo mais fácil nos anos de 1500 se tivesse considerado o zero como número, na verdade não era parte da matemática de Cardan. Pelos anos de 1600 o zero começou a entrar em uso difundido, mas ainda só depois de encontrar muita resistência.

### 3.7. Sacrobosco

Sacrobosco (1200-1256), baseado em al-Khwarizmi e Fibonacci, escreve seu “*Algorismus Vulgaris*” o qual tornou-se o livro de matemática mais popular nas universidades medievais e, assim, divulgou definitivamente o sistema posicional decimal e suas técnicas de cálculo na comunidade científica de então; a adoção desse sistema pelos comerciantes e resto da população foi bem mais lenta, e eles continuaram a usar os numerais romanos e o cálculo com ábacos ainda por vários séculos; assim que, para a população era freqüente ter de “traduzir” para o sistema romano números escritos no sistema indiano: daí a origem da palavra “decifrar”.

१	२	३	४	५	६	७	८	९	०
२	३	४	५	६	७	८	९	०	
१	२	३	४	५	६	७	८	९	.
१	२	३	४	५	६	७	८	९	.
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠

Examine, na Figura 2, alguns passos da evolução dos algarismos, desde os usados pelos indianos da época de Brahmagupta, passando pelos algarismos usados pelos povos árabes e chegando aos algarismos que usamos no Mundo Cristão. Lendo de cima para baixo:

- Algarismos Devanagari da época de Brahmagupta.
- Algarismos Devanagari primitivo, anterior a Brahmagupta.
- Algarismos árabes de 800 d.C.
- Algarismos árabes atuais.
- Letras árabes eventualmente usadas como algarismos
- Algarismos indo-arábicos medievais.
- Indo-arábico atual.

Em fins do século XII, e no decorrer do século XIII, o matemático Jordano Nemorarius (1295-?) algumas vezes confundido com o monge alemão Jordanus Saxus, deixou trabalhos nas áreas de aritmética, álgebra, geometria e estatística. Com seus valiosos trabalhos tornou a numeração árabe conhecida na Alemanha; a forma “*sirf*”, recebida por esse país, transformou-se em “*cifra*”.

Esta afirmação é comprovada pelo fato de ser empregada, nos meios cultos europeus, a palavra “*cifra*” para designar propriamente “*zero*”. Investigações recentes levam-no a concluir que Gauss foi o último matemático que escrevendo em latim, no século XIX emprego ainda a palavra “*cifra*” com a primitiva acepção do zero.

#### 4. CONCLUSÕES

Dizemos que o símbolo hindu comumente usado em manuscritos e inscrições para assinalar o espaço em branco que era o “*sūnya*”, significando “*lacuna*” ou “*vazio*”; essa palavra entrou para o árabe como “*sirf*”, que significa “*vago*”.

Levado a numeração indo-árabe para a Itália, graças ao prestígio do Papa Silvestre II, ela entrou no latim como “*zephirum*” ou “*zephyrum*” por volta do ano 1200 mantendo-se seu som mais não seu sentido. Mudanças sucessivas pelo povo dessas formas aconteceram, passando inclusive por *zeuero*, *zepiro* e *cifre*, levaram às nossas palavras “*cifra*” e “*zero*”.

O significado da palavra “*cifra*” hoje pode-se referir ao símbolo zero como a qualquer algarismo, fato que não ocorreu no original hindu. A forma zero é do idioma italiano [7].

Claro que ainda existem problemas causados por zero. Recentemente muitas pessoas ao longo do mundo celebraram o novo milênio no dia primeiro de janeiro 2000. Na verdade o que eles celebraram foi o transcurso de somente do ano 1999; desde que o calendário começou a vigorar nenhum zero de ano foi especificado. Embora a pessoa poderia perdoar o erro original, é um pouco surpreendente que a maioria das pessoas pareça impossibilitado entender por que o terceiro milênio começa com o século XXI no dia primeiro de janeiro de 2001.

Aqui no Brasil, por exemplo, ocorreram situações, envolvendo o zero, dignas de nota, pelo menos como fatos curiosos. Assim, Benjamin Constant Botelho de Magalhães (1836-1891), general do Exército brasileiro, político de destaque, um dos fundadores de nossa república e considerado por alguns um bom matemático, escreveu um livro intitulado “*Teoria das Quantidades Negativas*”; a tese básica dessa obra era a de que, como zero significa nada, não podem existir números menores do que zero como ocorre com os números negativos.

Com efeito, como poderia existir algo menor do que nada?

Outro exemplo: Por volta de 1975 alguém solicitou para seu carro, no departamento de trânsito do Estado de São Paulo, uma placa com o número zero. Isso provocou uma enorme discussão, pois não se sabia se zero era número natural (exigência para os números de placas) nem, até, se zero era, de fato, número. Foi necessário apelar para o Instituto de Matemática da Universidade de São Paulo a fim de resolver a questão.

Um filósofo da matemática, entre nós, raciocinava mais ou menos assim: existem vários zeros em matemática, tais como o zero dos números naturais, o zero dos polinômios, o zero dos números reais etc. Ora, como só pode haver um único nada, isso mostra quão falaciosa é a matemática.

Convém observar, todavia, que aqueles que pensam que zero, em Matemática, significa sempre nada se enganam redondamente. Poincaré (1854-1912) dizia:

*“A matemática é a arte de dar o mesmo nome para coisas diferentes”.*

E isso se passa com o zero, que assume as mais variadas significações nessa ciência: número cardinal do conjunto vazio, número ordinal do conjunto vazio, vetor nulo, polinômio identicamente nulo, elemento neutro de certas operações etc.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. CONTRERAS, Guillermo G. *Pensamiento Matemático y Astronómico en el México precolombino*. México: Instituto Politécnico Nacional, 1982.
2. DANTZING Tobias, NÚMERO A Linguagem da Ciência. Rio de Janeiro: Zahar, 1970.
3. EVES Howard. *Introdução à História da Matemática* 2ª. ed. Campinas: UNICAMP, 1997.
4. GUNDLACH, Bernard H. - *Números e Numerais*. São Paulo: Atual, 1993.
5. GRUPO Athena.- *Origens do zero*.- <http://www.athena.mat.ufrgs.br> 16/05/2000.
6. KAPLAN, Robert.- *O nada que existe - uma história natural do zero*. Rio de Janeiro: Rocco, 2001.
7. MALBA Tahan.- *Os Números que Governam o Mundo*. São Paulo: EDIOURO/2CV-251, 1981.
8. O'CONNOR J.J.; ROBERTSON E. F. *A history of Zero*. <http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Zero.html> 01/02/1999
9. PINEDO Christian. J. Q. *História da Matemática I*.- Notas de Aula nº. 11- CEFET-PR, Pato Branco, 2000.