

Avaliação da expansão da rede de dados gravimétricos e influência do relevo na solução dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda do sinal de N no modelo geoidal brasileiro 2015 para a o sul de Minas Gerais

Loram Siqueira

loram.fct@gmail.com

orcid.org/0000-0002-6402-4234

Universidade Estadual Paulista (UNESP),
Presidente Prudente, São Paulo, Brasil.

Alessandra Svonka Palmeiro

aspalmeiro@ufrj.br

orcid.org/0000-0003-2575-6720

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ), Seropédica, Rio de Janeiro, Brasil.

A comunidade geodésica tem desenvolvido pesquisas e buscado uma metodologia adequada, com uma quantidade restrita de dados gravimétricos, visando à obtenção de um sistema de altitudes consistente e único. Neste contexto a utilização de Modelos Geoidais (MGs) para a determinação de altitudes com significado físico obteve grande avanço junto a era espacial. O MAPGEO2015 é o mais recente Modelo Geoidal (MG) brasileiro, produzido e fornecido pela Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EP/USP). Este trabalho, a partir da metodologia de decomposição espectral, analisou a variação entre este novo produto e o modelo antecessor e utilizou-se de estações terrestres do tipo SAT/GPS para comparação. Com a utilização das decomposições dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda avaliou-se a real variação entre os modelos e se tais variações se apresentavam significativas através do teste estatístico t de Student para amostras pareadas sobre a região de interesse e por último se a variação da topografia influencia na variabilidade entre os modelos. Pôde-se verificar que a discrepância entre os MGs não apresentou uma diferença significativa como se esperava.

PALAVRAS-CHAVE: MAPGEO2015. Altitudes. Decomposição espectral.

INTRODUÇÃO

A Geodésia como um todo tem sido uma ciência a se beneficiar das evoluções tecnológicas e da era espacial iniciada a partir da década de 50. Atualmente, são inúmeros os satélites que compõem as constelações e que fornecem dados de forma consistente e contínua para as pesquisas. A Geodésia Física em especial vivenciou grandes avanços com as recentes missões gravimétricas que fornecem dados contínuos, dentro de um intervalo de tempo, e homogêneos. Estes dados são então combinados com dados terrestres, os quais tem distribuição heterogênea, permitindo o desenvolvimento de MG cada vez mais eficazes, precisos e acurados. O Brasil iniciou seu histórico na utilização desses modelos na década de 90 com o primeiro MAPGEO lançado, nomeado MAPGEO92 (IBGE, 2016), desenvolvido pelo IBGE e pela EP/USP responsáveis pelo desenvolvimento do mesmo. Desde então a coleta de dados terrestre tem se densificado, principalmente na região sudeste e os MG tem atingido graus de desenvolvimento harmônico em termos da altura geoidal cada vez maiores. Este trabalho tem como objetivo a comparação do mais recente MG disponível, o MAPGEO2015, com o seu antecessor o MAPGEO2010, quantificando a diferença na solução dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda e a comparação de ambos com estações terrestres SAT/GPS que possuam conexão com Referências de Nível (RRNN) referenciadas ao *Datum Vertical Brasileiro* (DVBI) em Imbituba - SC, disponibilizadas pelo IBGE, as quais possuem valores suficientemente próximos aos reais para os objetivos desta pesquisa da altura geoidal que permitirá uma visualização regional da variação entre as versões do MG brasileiro.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Pode-se definir gravimetria como a mensuração da magnitude do vetor da aceleração da gravidade. As pesquisas sobre o campo gravitacional terrestre necessitam do conhecimento dos valores associados a esses vetores para a solução de sua função potencial, visando à determinação da forma real da Terra e conseqüentemente de um Sistema de altitudes consistente e único. A gravimetria fornece o valor do módulo da gravidade através da utilização de medidas com gravímetro. Com este valor fundamental é possível, através de modelos matemáticos, determinar a forma do geóide em uma determinada época (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006).

Informações gravimétricas são os pilares dos dados necessários para a solução do Problema de Valor de Contorno da Geodésia (PVCG) e é parte importante para diversos outros campos associados às Ciências da Terra, como por exemplo, a Geofísica e Geologia (TORGE, 2001).

Os levantamentos gravimétricos no Brasil datam desde 1956, quando o IBGE no intuito de materializar um DVB levantou mais de 2000 pontos. Entretanto, a gravimetria sobre território brasileiro só tomou uma forma mais homogênea a partir da década de 90, quando o IBGE iniciou novos levantamentos de campo visando o preenchimento das regiões com vazios gravimétricos do país, especialmente nas regiões norte, nordeste e centro-oeste (IBGE, 2016).

A determinação de Altitude Física, de grande interesse para a engenharia, necessita do uso de gravimetria associada ao nivelamento geométrico (SEVERO et al., 2013). Desde 2006 o IBGE vem realizando campanhas para levantamentos

gravimétricos sobre as principais linhas de nivelamento da Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) brasileira com o intuito de atribuir a esses valores um significado físico real, além de facilitar a conexão com redes altimétricas de países vizinhos (IBGE, 2015).

Com os avanços do sistema GNSS a obtenção de coordenadas tridimensionais se tornou uma atividade cotidiana tanto para fins técnicos quanto para a população em geral. Apesar de sua eficiência a componente vertical fornecida não apresenta um significado físico (HOFMANN-WELLENHOF; HERBERT; WASLE, 2007). Os projetos de engenharia, principalmente aqueles que necessitam utilizar o transporte de fluidos (água, gás, esgoto e etc.) utilizam valores associados ao campo de gravidade terrestre para serem realizados. Os MGs se apresentam como uma forma prática e econômica para o usuário na conversão de altitudes com um significado físico, facilitando assim as atividades de campo.

MAPGEO2015

O MAPGEO2015 é o mais recente MG brasileiro. Abrange a área compreendida pelas latitudes 6°N e 35°S e pelas longitudes 75°W e 30°W. Para este novo modelo foram utilizados dados de novos levantamentos gravimétricos realizados tanto em solo nacional quanto nos países vizinhos. No Brasil são 18485 novas estações distribuídas principalmente na região sudeste como apresentado na Figura 1 (IBGE,2015).

Figura 1 – Distribuição dos novos dados gravimétricos terrestres



Fonte: IBGE (2015)

As novas informações foram validadas com o software DIVA, desenvolvido na França. O Modelo Digital do Terreno (MDT) utilizado foi o SAM3s_v2, baseado no *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) utilizado, assim como no MAPGEO2010, para o cálculo da anomalia da gravidade de *Bouguer* completa, efeito topográfico direto, efeito topográfico indireto de primeira e segunda ordem e efeito atmosférico utilizando o pacote Canadense SHGEO (*Stokes-Helmert Geoid Software*). Foi gerada a grade de anomalias *free-air* com dimensões de 5'x5' nas regiões oceânicas utilizando-se altimetria por satélite (IBGE, 2016). As componentes dos curtos comprimentos de onda foram calculadas utilizando a técnica *Fast Fourier Transform* (FFT) e para a solução dos longos e médios comprimentos de onda da anomalia de Helmert e para repor as mesmas componentes na altura geoidal (técnica *Remove-Restore*) foram utilizados os Modelos Geopotenciais Globais (MGG): *European Improved Gravity model of the Earth by New techniques* (EIGEN-6C4) com desenvolvimento de grau e ordem até 150 (BLITZKOW et al., 2016).

DECOMPOSIÇÃO DOS MODELOS GEOPOTENCIAIS

Segundo Schwarz (1984) o espectro total da gravidade pode ser dividido em longos, médios, curtos e curtíssimos comprimentos de onda. As missões de gravimetria por satélite permitem a resolução dos longos comprimentos de onda. Os médios comprimentos serão solucionados a partir da combinação de dados para a definição de MGs (PAVLIS et al., 2012). Técnicas como, por exemplo, a RTM possibilita o resgate do sinal gravitacional de feições em curtíssimos comprimentos de onda (JAMUR, 2012).

O método utilizado para a determinação da ondulação geoidal do MAPGEO (N) baseia-se na combinação de MGGs, provindos das missões já citadas anteriormente e de dados gravimétricos coletados sobre a superfície terrestre. Podemos dividir esse cálculo em três partes distintas (SCHWARZ, 1984):

- a) Cálculo da componente esferoidal, obtida através da expansão do geopotencial desenvolvido em séries das funções harmônicas esféricas (N_{modelo});
- b) Cálculo da componente relativa às anomalias da gravidade, obtidas através da fórmula de Stokes (N_{Stokes}), sendo esses referentes aos curtos comprimentos de onda de N;
- c) Cálculo do efeito indireto da redução gravimétrica (N_{efeito}).

Sendo assim, podemos expressar N (ϕ, λ) da seguinte forma (equação 1):

$$N(\phi, \lambda) = N_{\text{modelo}}(\phi, \lambda) + N_{\text{stokes}}(\phi, \lambda) + N_{\text{efeito}}(\phi, \lambda). \quad (1)$$

ALTAS FREQUÊNCIAS DO CAMPO DA GRAVIDADE TERRESTRE

Uma divisão comum ao campo de gravidade terrestre pode ser feita da seguinte forma (JAMUR, 2012):

- Longos comprimentos de onda (Acima de 80 km);
- Médios comprimentos de onda (entre 55 e 80 Km);

- Curtos e curtíssimos (menores que 55 km);

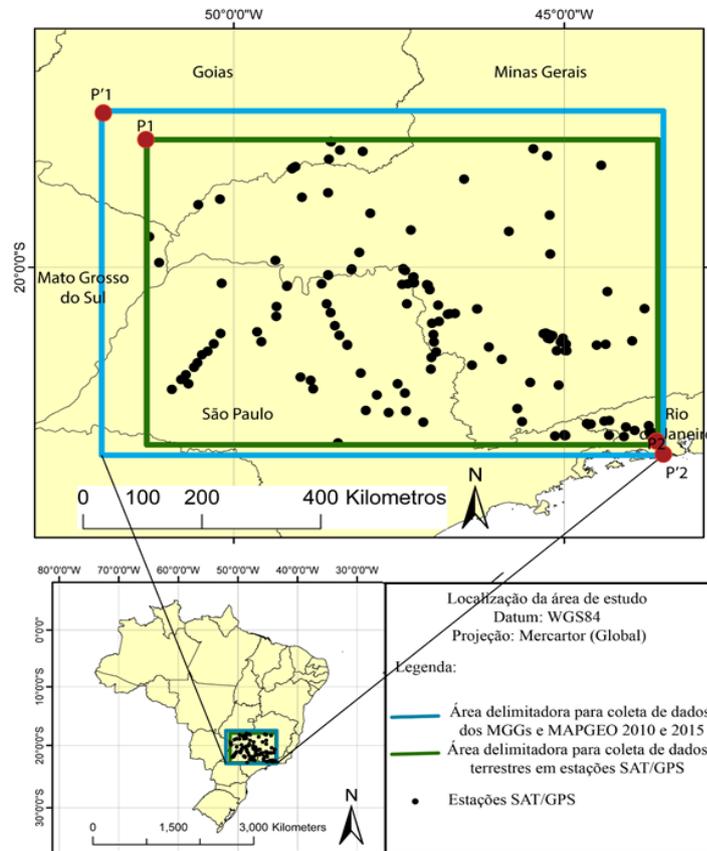
Dois metodologias principais podem ser utilizadas para a modelagem do sinal de alta frequência do campo gravitacional (curtos comprimentos de onda): Remover-Restaurar (RR) e o Modelo Residual do Terreno (do inglês *Residual Terrain Model* - RTM), sendo a última de grande aplicação em regiões com topografia acidentada.

METODOLOGIA

A área de estudo selecionada para o desenvolvimento deste trabalho consiste em um retângulo envolvente, que engloba a região o norte do estado de São Paulo, uma pequena porção da região ao sul do estado do Rio de Janeiro e a região sul do estado de Minas Gerais, conforme a Figura 2 e Tabela 1. A área foi definida em função da quantidade de dados disponíveis e necessários ao estudo, bem como por ser uma região com uma topografia e/ou acidentes naturais com condições ideais para o estudo.

Como parâmetro de validação utilizou-se as estações da categoria SAT/GPS conectadas à RRNN. A partir das altitudes ortométrica e geométricas disponíveis nos descritivos obteve-se a altura geoidal que foi utilizada como parâmetro verdadeiro de comparação para os demais modelos.

Figura 2 – Distribuição das estações SAT/GPS e alocação das áreas de estudo e distribuição das estações SAT/GPS



Fonte: Autoria própria (2017).

Para a mesma região, i.e., mesmo retângulo envolvente, obteve-se os valores de altura geoidal proveniente de quatro modelos, sendo eles: MAPGEO2010; MAPGEO2015; ambos fornecidos pelo IBGE cuja plataforma pode ser visualizada na Figura 3 e os MMGs EGM2008 (até grau 150) e EINGEN-6C4 (até grau de desenvolvimento 200) obtidos pela plataforma ICGEM (<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>). A resolução espacial entre pontos para a obtenção de N para cada modelo foi de 90m x 90m, gerando um total de 168300 pontos sobre a área de estudo.

Os dados obtidos estão distribuídos em uma área maior do que a área considerada para as estações SAT/GPS. Considerando-se a necessidade do uso de métodos de interpolação para a criação do modelo de ondulação geoidal busca-se evitar a ocorrência de erros devidos interferência de efeitos de borda. A área efetiva utilizada está discriminada na Tabela 2.

Tabela 1 - Retângulo envolvente para obtenção dos MGGs e MAPGEO (2010/2015)

Pontos		Valor (Grau Decimal)
P'1	Latitude	-17.5
	Longitude	-52
P'2	Latitude	-23
	Longitude	-43.5

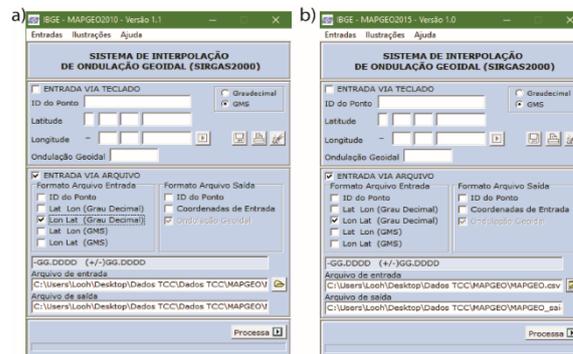
Fonte: Autor (2017).

Tabela 2 - Retângulo envolvente para área de estudo

Pontos		Valor (Grau Decimal)
P1	Latitude	-17.9578321
	Longitude	-51,31713867
P2	Latitude	-22.83694592
	Longitude	-43.58376367

Fonte: Autoria própria (2017).

Figura 3 – Interface MAPGEO 2010 (a) MAPGEO2015 (b) para obtenção de dados via entrada de arquivos

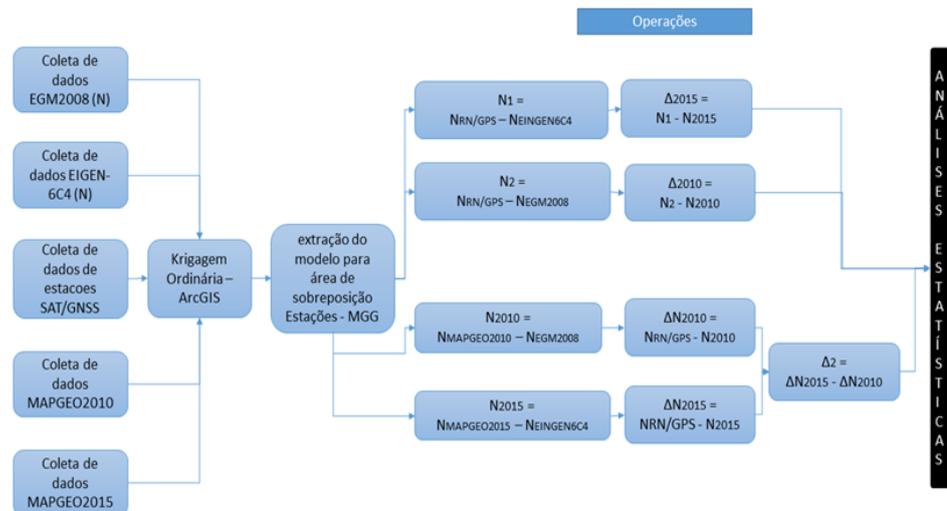


Fonte: Autoria própria (2017).

De um total de 328 estações SAT/GPS disponibilizadas pelo IBGE, apenas 153 tinham conexão com RRNN. Obtidos os dados pontuais utilizou-se o método de interpolação através da krigagem ordinária para a criação dos modelos de ondulação geoidal. A krigagem foi realizada no software ArcGIS 10.2.2 *Student License* através do módulo *Spatial Analyst*. Esta ferramenta também forneceu as informações necessárias para a validação da interpolação.

Os modelos provenientes do EGM2008 (150), EINGEN-6C4 (200), MAPGEO2010 e MAPGEO2015 possuíam cobertura maior do que aquela fornecida pelas estações, como explicado anteriormente. Para sua compatibilização utilizou-se uma máscara criada a partir do modelo das estações SAT/GPS e realizada a extração desses modelos para a região de interesse. Após a fase de compatibilização, iniciaram-se as operações matemáticas com os modelos seguindo o fluxograma da Figura 4.

Figura 4 - fluxograma de processamento de dados



Fonte: Autoria própria (2017).

Após a fase de compatibilização, iniciou-se as operações matemáticas com os modelos. A proposta se resume em retirar-se a influência da solução para os longos e médios comprimentos de onda. Na primeira parte retirou-se os valores solucionados pelos modelos dos valores de referência (N_1 e N_2), estas sendo utilizada como valores de referência dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda. A diferença entre esses valores e os valores para as mesmas componentes provenientes dos MGs é calculada. Por fim é realizado o teste estatístico para verificar se os resíduos são diferentes entre si.

Para a próxima etapa irá comparar-se a diferença entre a solução para os curtos e curtíssimos comprimentos de onda (Δ_2) entre MAPGEO2010 e MAPGEO2015. Realiza-se o teste para verificar se a média da diferença entre os resíduos é igual a zero, o que indicaria uma mudança significativa para a solução dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda entre os modelos.

Foram gerados dois modelos representados por N_{2010} e N_{2015} , dos quais foram retirados os longos e os médios comprimentos de onda provenientes dos MGGs conforme as equações 2 e 3:

$$N_{2010} = N_{\text{MAPGEO2010}} - N_{\text{EGM2008}} \quad (2)$$

$$N_{2015} = N_{\text{MAPGEO2015}} - N_{\text{EINGEN6c4}} \quad (3)$$

De posse dos modelos contemplando os curtos e curtíssimos comprimentos de onda, a etapa posterior consistiu em calcular as diferenças entre N_{2010} e N_{2015} e

os valores de referência utilizados nesta pesquisa (Estações SAT/GPS). Os valores gerados (ΔN_{2010} e ΔN_{2015}) de acordo com as equações 4 e 5. Os valores de ΔN_{2010} e ΔN_{2015} serão utilizados para a determinação do residual entre os dois modelos.

$$\Delta N_{2010} = N_{RN/GPS} - N_{2010} \quad (4)$$

$$\Delta N_{2015} = N_{RN/GPS} - N_{2015} \quad (5)$$

Com os resultados de ΔN_{2010} e ΔN_{2015} realizou-se uma nova operação de subtração, agora entre eles, cujo objetivo foi a análise das regiões onde MAPGEO2010 e MAPGEO2015 apresentam discrepâncias para a solução dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda seguindo a equação 6:

$$\Delta 2 = \Delta N_{2015} - \Delta N_{2010} \quad (6)$$

Após esta primeira análise, iniciou-se uma segunda etapa do trabalho que teve como objetivo a avaliação da solução dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda para cada um dos modelos do MAPGEO (2010 e 2015). Fazendo uso das estações terrestres e a decomposição dos modelos com os MGGs utilizados para a construção dos mesmos. Criou-se inicialmente a variável N_1 e N_2 seguindo as operações nas equações 7 e 8:

$$N_1 = N_{RN/GPS} - N_{EINGEN6c4} \quad (7)$$

$$N_2 = N_{RN/GPS} - N_{EGM2008} \quad (8)$$

Este passo foi realizado para retirar os longos e médios comprimentos de onda dos valores de referência, aqui considerados como as estações terrestres, deixando como resultado os curtos comprimentos de ondas. Em seguida subtraíram-se desses valores as variáveis N_{2010} e N_{2015} já calculadas anteriormente. Foi realizada uma comparação entre a solução dos curtos comprimentos de onda para o MAPGEO2010 e MAPGEO2015 em comparação com valores de estações terrestres decompostas de acordo com as equações 9 e 10:

$$\Delta_{2015} = N_1 - N_{2015} \quad (9)$$

$$\Delta_{2010} = N_2 - N_{2010} \quad (10)$$

Todos os processos foram realizados tanto no formato de subtração de rasters (modelos obtidos a partir de krigagem) quando de forma pontual para que se mantivesse a consistência dos dados.

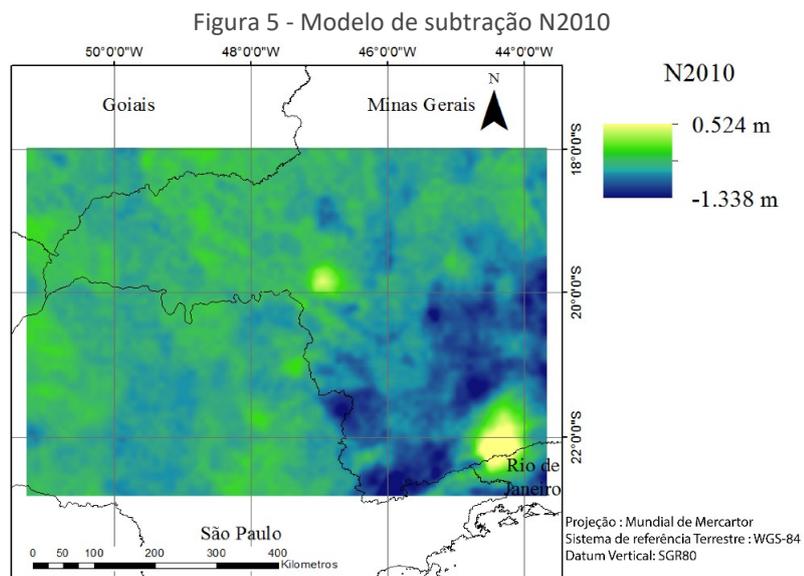
Os modelos criados servem como uma forma de visualização espacial em sua distribuição, porém os valores utilizados para a análise estatística provem dos dados pontuais. Após a krigagem utilizou-se a ferramenta *Extract Values to Point* com as estações como base para extrações. Em seguida, utilizando todos os resultados descritos realizaram-se as verificações estatísticas. Os testes estatísticos foram constituídos de estatística descritiva e testes estatísticos de normalidade e teste paramétrico t de *Student*.

RESULTADO

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos.

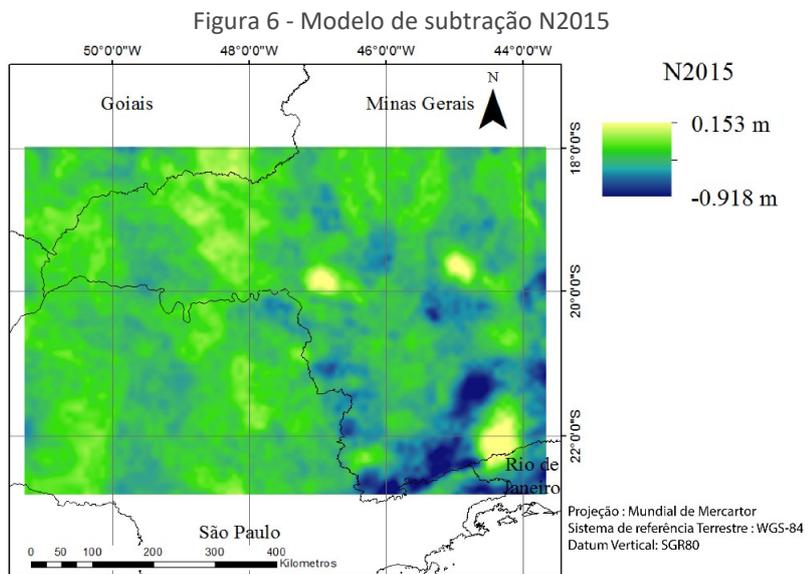
DIFERENÇA ENTRE MODELOS ($\Delta 2$)

Para a primeira etapa, tivemos as operações apresentadas no fluxograma para a variável $\Delta 2$. N_{2010} teve como resultado a subtração do modelo MAPGEO2010 dos longos e médios comprimentos de ondas provenientes do MGG EGM2008 desenvolvido em ordem e grau até 150, seu resultado é apresentado na Figura 5.



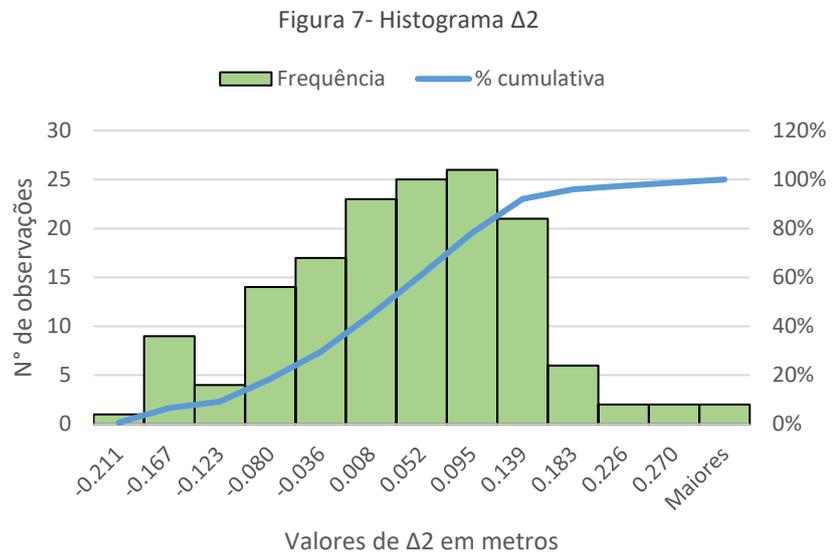
Fonte: Autoria própria (2017).

O N_{2015} foi à subtração dos longos e médios comprimentos de onda do MAPGEO2015 provenientes do MGG EIGEN-6C4. O resultado obtido foram os curtos comprimentos de onda apresentados na Figura 6.



Fonte: Autoria própria (2017).

Utilizando os valores decompostos criou-se as variáveis ΔN_{2010} e ΔN_{2015} para posterior comparação entre ambas através da variável $\Delta 2$. A variável $\Delta 2$ foi utilizada para a comparação da diferença entre os modelos MAPGEO2010 e MAPGEO2015. Para a avaliação estatística construiu-se o histograma juntamente com o gráfico de frequência acumulada Figura 7.



Fonte: Autoria própria (2017).

Para os valores de ΔN_{2010} e ΔN_{2015} realizou-se o teste de *Shapiro-Wilk* para constatação da normalidade dos dados a um nível de significância de 95%. Constatada a normalidade dos dados realizou-se o teste estatístico *t* de *Student* no software R para avaliar se a média amostral das amostras dos valores decompostos do MAPGEO2010 e MAPGEO2015 podem ser consideradas significativamente iguais ao nível de significância de 95%, os resultados estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 - Teste *t* de *Student* para amostras ΔN_{2010} e ΔN_{2015}

Teste-t: duas amostras em par para médias		
	ΔN_{2015}	ΔN_{2010}
Média (m)	-5,931	-5,946
Variância (cm ²)	6,40979	6,46398
Observações	152	152
Grau de liberdade	151	
P(T<=t) uni-caudal	0.03605	
t crítico uni-caudal	1.65500	
P(T<=t) bi-caudal	0.07211	
t crítico bi-caudal	1.97579	

Fonte: Autoria própria (2017).

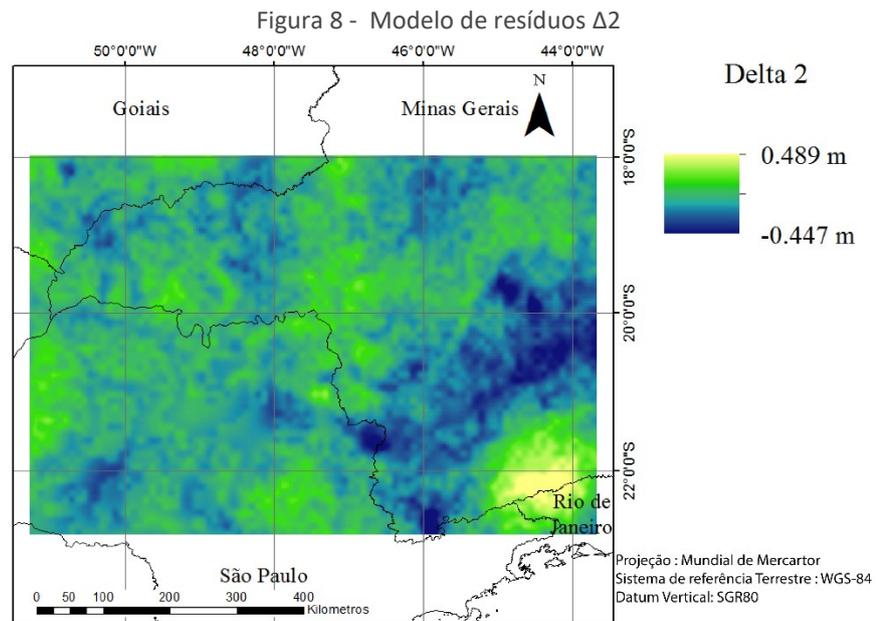
Para a variável $\Delta 2$ utilizou-se os testes de normalidade para a amostra. Realizou-se o teste de *Shapiro-Wilk* para avaliar se os dados seguem uma distribuição normal com os seguintes resultados (Tabela 4).

Tabela 4 - Testes de normalidade para $\Delta 2$

Shapiro-Wilk		
	W	p-value
$\Delta 2$	0.98435	0.08301

Fonte: Autoria própria (2017).

A distribuição espacial para os valores residuais de $\Delta 2$ é apresentado na Figura 8.

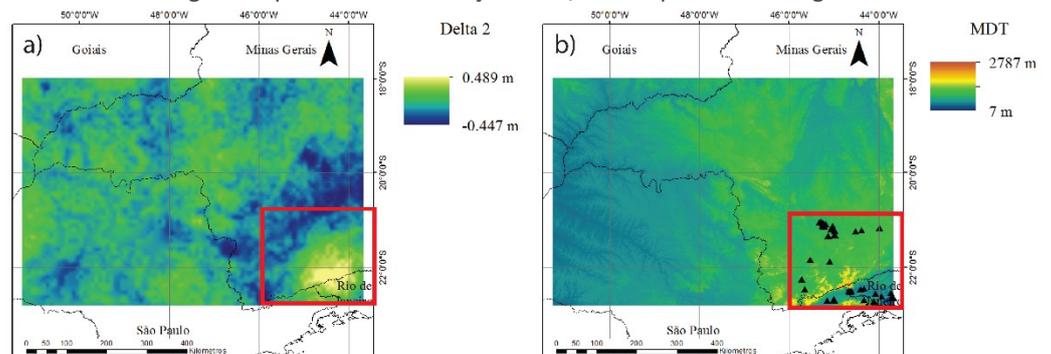


Fonte: Autoria própria (2017).

Uma análise visual a partir dos resultados de $\Delta 2$ juntamente com o modelo digital de terreno (MDT) mostra que os maiores valores de $\Delta 2$ apresentam-se na região com maior altitude. Realizou-se uma nova análise, com o intuito de verificar se os dois modelos apresentam diferenças significativas quando utilizados em regiões montanhosas. A área de interesse é apresentada na Figura 9 pelo retângulo em vermelho.

Figura 9 - a) Modelo de resíduos $\Delta 2$; b) Modelo digital de terreno (SRTM). Em vermelho a região de interesse para a avaliação da influência da topografia na utilização do MAPGEO.

Triângulos representam as estações SAT/GPS disponíveis na região

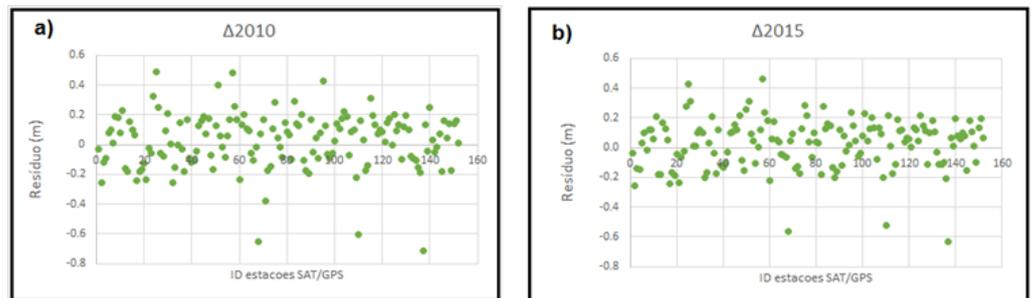


Fonte: Autoria própria (2018).

RESULTADOS PARA SOLUÇÃO DOS CURTOS E CURTÍSSIMOS COMPRIMENTOS DE ONDA ($\Delta 2010$ e $\Delta 2015$)

Foram então realizadas as operações com o objetivo de subtrair os curtos e curtíssimos comprimentos de onda dos modelos MAPGEO2010 e MAPGEO2015 dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda das estações SAT/GPS, aqui utilizadas como valores de comparação. As estações foram decompostas utilizando o modelo referente a cada MAPGEO com o qual elas foram comparadas. Como resultado, foram obtidos os gráficos de dispersão (Figura 10).

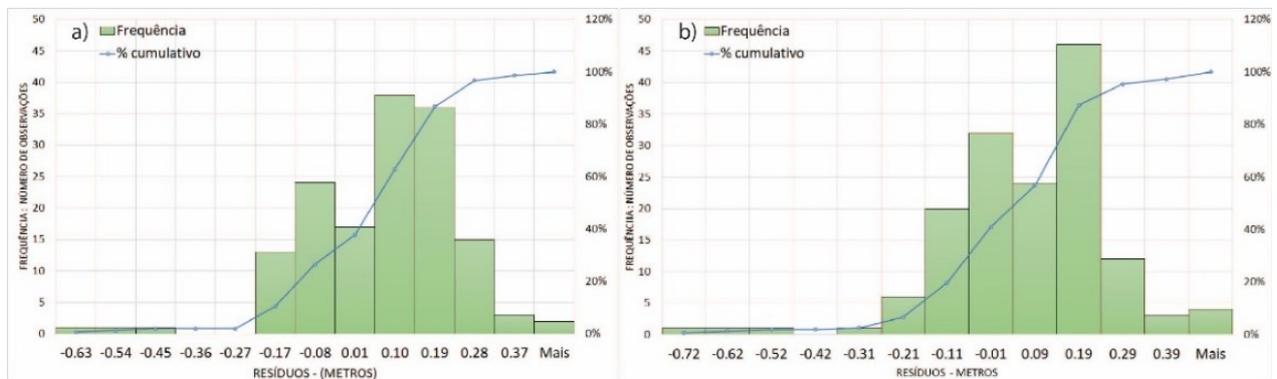
Figura 10 - Gráfico de dispersão a) $\Delta 2010$ e b) $\Delta 2015$



Fonte: Autoria própria (2017).

A partir dos resultados obteve-se os gráficos de frequência por intervalo (verde) e frequência acumulada (azul).

Figura 11 -a) Histograma da distribuição dos resíduos para $\Delta 2010$ e b) $\Delta 2015$



Fonte: Autoria própria (2017).

Para os resultados $\Delta 2010$ e $\Delta 2015$ ainda foram realizados os testes *Shapiro-Wilk* para verificar se os dados apresentam distribuição normal. Os resultados são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 - Sumário de testes de normalidade

<i>Shapiro-Wilk</i>		
	<i>W</i>	<i>p-value</i>
$\Delta 2010$	0.95346	5.718e-05
$\Delta 2015$	0.9468	1.583e-05

Fonte: Autoria própria (2017).

Os valores para a estatística descritiva dos dados estão apresentados na Tabela 6 e o teste *t* de *Student* na Tabela 7.

Tabela 6 - Estatística descritiva $\Delta 2010$ e $\Delta 2015$

	$\Delta 2010$	$\Delta 2015$
Média (metros)	0,02443	0,02477
Desvio Padrão (metros)	0,18452	0,16593
Coeficiente de Variação (%)	755%	669%

Fonte: Autoria própria (2017).

Tabela 7 - Teste *t* de *Student* para $\Delta 2010$ e $\Delta 2015$

Teste-t: duas amostras em par para médias		
	$\Delta 2010$	$\Delta 2015$
Média (m)	0.024423386	0.02477487
Variância (cm ²)	0.034049053	0.027534034
Observações	152	152
Grau de liberdade	151	
P(T<=t) uni-caudal	0.46985	
t Critico uni-caudal	1.65500	
P(T<=t) bi-caudal	0.93971	
t Critico bi-caudal	1.97579	

Fonte: Autoria própria (2017).

Após a análise sobre os valores de $\Delta 2010$ e $\Delta 2015$ foi realizada segunda análise sobre a decomposição dos modelos subtraindo-se os longos e médios comprimentos de onda, permitindo assim, uma análise dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda solucionados pela gravimetria e MDT. Os histogramas apresentados na Figura 11 para as variáveis $\Delta 2010$ e $\Delta 2015$ compreendem os resíduos calculados e apresentam uma geometria próxima a distribuição normal. Iniciou-se assim o teste para a validade da normalidade da distribuição dos dados. A partir dos resultados da Tabela 7, podemos concluir que mesmo que a distribuição pareça normal, ao nível de significância de 95% esta hipótese não foi aceita pelo teste de *Shapiro-Wilk*.

Apesar de apresentarem gráficos de dispersões sensivelmente diferentes (Figura 10), aos modelos em sua solução para os curtos comprimentos de onda, a amostra de resíduos calculados para o MAPGEO2010 e MAPGEO2015 também não passaram no teste *t* de *Student* (Tabela 7) ao nível de significância de 95%, mostrando assim que não podemos considerar as médias dos resíduos obtidos significativamente diferentes.

RESULTADO PARA REGIÃO DE TOPOGRAFIA ACIDENTADA

Considerando as avaliações anteriores, realizadas para toda a área de estudos decidiu-se investigar o comportamento das soluções para as regiões de topografia mais acidentadas. A região foi escolhida utilizando-se o mapa apresentado na Figura 8 a qual compreende o sul do estado do Rio de Janeiro, próximo as divisas com Minas Gerais e São Paulo, onde observa-se uma variabilidade dos resíduos dada uma grande variação na topografia do local (Figura 9).

Utilizando os modelos gerados extraiu-se os valores do MAPGEO2010 e MAPGEO2015 para compará-los com a altitude ortométrica proveniente das estações SAT/GPS.

A estatística descritiva das duas amostras está apresentada na Tabela 8 e o resultado do teste t de *Student* apresentado na Tabela 9 a seguir:

Tabela 8 - Estatística descritiva dos resíduos

	Resíduo 2010	Resíduo 2015
Média	0.168	0.141
Desvio Padrão	0.130	0.116
Coefficiente de Variação	77%	82%

Fonte: Autoria própria (2017).

Tabela 9 - Teste t de *student* para amostra da região da Figura 12.

Teste-t: duas amostras em par para médias		
	Resíduo 2010	Resíduo 2015
Media	0.168	0.141
Variância	0.01702	0.01352
Observações	49	49
Graus de Liberdade	48	
P(T<=t) uni-caudal	4.33351E-05	
t Crítico uni-caudal	1.67722	
P(T<=t) bi-caudal	8.66701E-05	
t Crítico bi-caudal	2.0106	

Fonte: Autoria própria (2017).

A Figura 8 apresenta o MDT da região, que quando analisado juntamente com os resultados para $\Delta 2$ permite observa a variação da diferença dos modelos de acordo com a variação da topografia. Observa-se como o MAPGEO2015 se distancia de seu antecessor quando existe uma variação brusca na topografia. Uma nova análise foi realizada, de forma regionalizada para a área descrita com as estações apresentadas na Figura 8, com a estatística descritiva na Tabela 8 e resultado do teste t de *Student* na Tabela 9. Apesar da sensível melhoria na solução para essa região, ainda assim segundo o teste t de *Student* a média amostral das amostras não são significativamente diferentes.

Para fins geodésicos as análises sobre a diferença entre modelos apontam uma mudança pouco significativa entre o MAPGEO2010 e MAPGEO2015. Apesar da densificação da cobertura gravimétrica na área de estudo, e mesmo considerando casos extremos de topografia para uma melhor análise, os modelos pouco se diferem quando se compara seus resíduos em relação a solução dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda.

CONCLUSÕES

A expectativa sobre o MAPGEO2015 se estendeu durante anos, considerando que seu antecessor não apresentava aplicabilidade prática na Engenharia, atrasando assim trabalhos de topografia que necessitam de um significado físico para as altitudes. As análises apresentadas nesse trabalho mostram que, apesar da

melhora na cobertura de dados gravimétricos, as mudanças ainda são pouco sensíveis para a solução dos curtos e curtíssimos comprimentos. Para os valores de Δ_{2010} e Δ_{2015} , o teste realizado indica que as amostras dos resíduos das soluções dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda não são diferentes entre si, podendo ser considerados amostras provenientes de uma mesma população.

Foram realizados para o presente trabalho duas avaliações distintas. A primeira, representada pela variável $\Delta 2$ proporcionou uma comparação entre os dois MG brasileiros mais recentes, enquanto o estudo dos valores de ΔN_{2010} e ΔN_{2015} investigou a forma com a qual cada modelo solucionou os curtos comprimentos de onda do campo gravitacional terrestre para a área de estudo.

Para os valores resultantes de $\Delta 2$ conclusões distintas podem ser abordadas. De forma tabular realizou-se o teste de normalidade, sendo a distribuição considerada normal ao nível de 95% tanto para o teste *Shapiro-Wilk* (Tabela 4). Podemos então dizer que os resultados de diferença entre modelos podem ser previstos através de uma função de densidade de probabilidade normal, com média 0.015 e desvio padrão de 0.106, sendo a média significativamente próxima de zero (0.015 cm) utilizou-se do teste t de *Student* sobre as amostras ΔN_{2010} e ΔN_{2015} para avaliar se as mesmas podem ser consideradas provenientes de diferentes populações baseadas em sua média. O resultado (Tabela 3) afirma que, para as duas amostras em questão não existem diferenças significativas entre elas e que em um primeiro momento, para este estudo e esta área as componentes referentes aos curtos e curtíssimos comprimentos de onda do sinal de N dos modelos MAPGEO2010 e MAPGEO2015 não são significativamente diferentes ao nível de 95% de confiança.

Para as comparações entre o MAPGEO2010 e 2015 chegou-se à conclusão de que, apesar de se apresentarem visualmente diferente, estatisticamente ambos os modelos apresentam a mesma média amostral para o valor dos resíduos para a solução dos curtos e curtíssimos comprimentos de onda. Essa mudança não significativa caminha no sentido contrário a expectativa inicial da pesquisa, uma vez que se esperava uma melhoria na solução dos mesmos devido a inclusão de dados gravimétricos para a realização do MAPGEO2015.

A implementação de novos dados gravimétricos, baseado na metodologia desenvolvida neste trabalho, não se mostrou significativamente relevante a realização dos MAPGEO 2015. Os resultados obtidos podem ser explicados por diversas hipóteses, a principal delas está associada ao tamanho continental do Brasil e de como as novas estações gravimétricas estão distribuídas.

O Brasil apresenta uma cobertura gravimétrica com diferentes densidades de medidas disponíveis entre as regiões do país. Em grande parte, as regiões norte e nordeste apresentam grandes extensões sem medidas da gravidade. Matematicamente a distribuição dos dados gravimétricos não deve ser apenas densa, mas também homogênea. Países com grandes extensões territoriais, como exemplo a Austrália (FEATHERSTONE ET AL, 2010) já apresentam MG mais acurados devido ao investimento em uma rede gravimétrica densa e homogênea.

Evaluation of the gravimetric network expansion and the topography influence on the solution of the short wavelengths in the Brazilian geoidal model 2015 for the south region of Minas Gerais

ABSTRACT

Geodetic community have been researching an adequate methodology, with the low amount of gravimetric data, trying to acquire a single consistent altitudes network. In this context, the usage of the Geoidal Models (GM) to determine the altitudes with a physical meaning improved together with the spatial era. MAPGEO2015 is the most recent Brazilian Geoidal Model (GM), produced and provided by the Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) and by the Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Poli/USP. This research, using the spectral decomposition, analyzed the variations between the new product and its old version and used from SAT/GPS terrestrial stations to compare. Using the decomposition of the short wavelengths also evaluated the real variation between the models and if those were significant and lastly if the topography gradient was related to the variability in the models. With all the steps concluded, it was verified that the discrepancy between the Geoidal Models did not presented any significant difference as was expected, this fact can be caused by the empty gravimetric data areas in the Brazilian northern region, degrading in certain ways the data that could present better results if regional models were created.

KEYWORDS: MAPGEO2015. Heights. Spectral decompositions.

REFERÊNCIAS

BLITZKOW, D. et al. MAPGEO2015: O NOVO MODELO DE ONDULAÇÃO GEOIDAL DO BRASIL. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 68, p. 1873–1884, 2016.

HOFMANN-WELLENHOF, Bernhard; MORITZ, Helmut. *Physical geodesy*. Springer Science & Business Media, 2006.

IBGE. Relatório de desenvolvimento do MAPGEO2015. Disponível em :< https://ww2.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/modelo_geoidal.shtml>. Acesso em 17 de setembro de 2016.

IBGE, **Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística**. Disponível em: <https://ww2.ibge.gov.br/home/geociencias/geografia/default.shtml>. Acessado em maio de 2016.

JAMUR, Karoline Paes. Análise de alternativas para a determinação dos efeitos gravitacionais de massas anômalas na Região do DVB, Curitiba, 2012.

PAVLIS, N K., HOLMES, S A., KENYON S C., FACTOR J K. **The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008)**. *Journal of Geophysical Research*, v. 117, B04406, 2012. <http://dx.doi.org/10.1029/2011JB008916>.

SCHWARZ K. **Data types and their spectral properties**. Em K-P (ed) *Proceedings of the international summer school on local gravity field approximation*, Beijing, pp 1-66. 1984

SEVERO, Tiago Cavagnoli et al. Estudo das correções gravimétricas para altitudes físicas aplicadas aos desníveis da RAAP. **Boletim de Ciências Geodésicas**, [s.l.], v. 19, n. 3, p.472-497, set. 2013. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s1982-21702013000300008>.

TORGE, Wolfgang. **Geodesy**. Third completely revised and extended edition. 2001.

Recebido: 06 dez. 2017

Aprovado: 05 dez. 2018

DOI: 10.3895/rbgeo.v6n4.7480

Como citar: SIQUEIRA, L; PALMEIRO, A. Avaliação da expansão da rede de dados gravimétricos e suas implicações e melhorias no modelo geoidal brasileiro 2015 para a área de estudo. **R. bras. Geom.**, Curitiba, v. 6, n. 4, p.294-311, out/dez. 2018. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbgeo>>. Acesso em: XXX.

Correspondência:

Loram Siqueira

UNESP/FCT – Departamento de Cartografia Rua Roberto Simonese,305, CEP: 19060-900, Presidente Prudente / SP

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

