

## Videoanálise de disparos realizados por uma catapulta caseira: uma proposta de ensino para a discussão de lançamentos oblíquos e avaliação da energia mecânica

Silva, E. S.

[ssf.erick@gmail.com](mailto:ssf.erick@gmail.com)

[orcid.org/0000-0002-5009-2914](https://orcid.org/0000-0002-5009-2914)

Instituto Federal de Educação Ciência e tecnologia de Mato Grosso (IFMT), Mato Grosso, Brasil.

Sanabria, N. D.

[natalia.s.dutra.naty@gmail.com](mailto:natalia.s.dutra.naty@gmail.com)

[orcid.org/0000-0002-1027-9944](https://orcid.org/0000-0002-1027-9944)

Instituto Federal de Educação Ciência e tecnologia de Mato Grosso (IFMT), Mato Grosso, Brasil.

### RESUMO

Esse trabalho apresenta uma proposta experimental para o estudo de lançamentos oblíquos reais, por meio de uma catapulta caseira. Utilizando técnicas de videoanálise, foi analisado em detalhes o lançamento oblíquo de uma esfera, que após o lançamento exibe perda de energia mecânica devido ao primeiro contato com o solo. A videoanálise permite o estudo cinemático do fenômeno, além de propiciar uma avaliação sobre a energia mecânica do projétil. O trabalho busca contribuir para a inserção de aspectos fenomenológicos no ensino de física, apresentando a possibilidade de se investigar situações reais por meio da videoanálise, aproximando os estudantes de aspectos característicos do trabalho científico, nem sempre contemplados nos livros didáticos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Lançamento oblíquo; Energia mecânica; Catapulta simples; Videoanálise.

## INTRODUÇÃO

Recentemente, diversas tentativas têm sido realizadas para a inserção de discussões fenomenológicas no ensino de Física (POZO e CRESPO, 2009; VILLANI; PACCA; FREITAS, 2009; HOFSTEIN; KIND, 2012; ARAUJO *et al.*, 2017). No entanto, a abordagem de ciências nas escolas ainda costuma ser realizada por meio de aulas expositivas, longe dos laboratórios didáticos. Certamente, os aspectos teóricos presentes na análise científica são relevantes. Contudo, negligenciar a atividade experimental é algo que não deveria ser feito no âmbito do ensino de ciências (MARINELI e PACCA, 2006; POZO e CRESPO, 2009; HOFSTEIN e KIND, 2012; ARAUJO *et al.*, 2017).

Sendo assim, o presente trabalho apresenta uma atividade para estudar o lançamento oblíquo de um corpo, tema teórico presente em obras didáticas de ensino médio e superior (HALLIDAY, RESNICK, WALKER, 2008; RAMALHO, FERRARO e SOARES, 2007). Em vez de esquematizar um exercício na lousa ou no projetor de *slides*, para estudar tal lançamento, é possível apresentar um protótipo de disparo para a análise de projéteis em situações reais. Uma vez construído o protótipo, no caso a catapulta caseira, pode-se filmar o disparo de objetos para diferentes configurações iniciais, o que permite seu estudo por meio da videoanálise.

A proposta será descrita em três partes. Inicialmente, apresenta-se a construção de uma catapulta caseira, acompanhada dos materiais necessários e o passo a passo para sua confecção. Na sequência, analisa-se um disparo real como exemplo, onde uma bola de tênis de mesa é arremessada pela catapulta. No movimento em questão, a bola realiza um encontro com o solo.

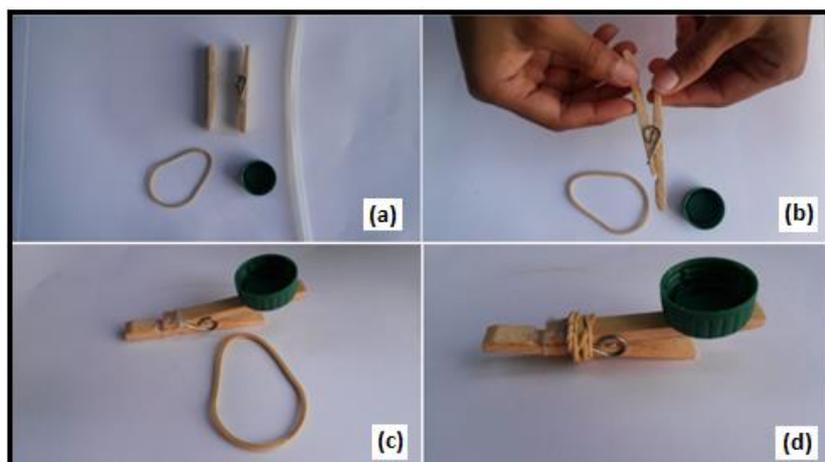
Por fim, uma análise de cunho cinemático é exposta, sendo avaliada também uma estimativa sobre a energia perdida após a interação entre a bola e o piso. Todo o estudo do lançamento foi realizado a partir da filmagem do fenômeno, por meio de uma técnica conhecida como videoanálise (BEICHNER, 1996; LAWS e PFISTER, 1998; BROWN e COX, 2009; BEZERRA *et al.*, 2012; DE JESUS; 2014; SILVA, 2018).

## CATAPULTA: CONSTRUÇÃO E MODELO

Nessa seção, descrevem-se os detalhes para a construção da catapulta caseira, utilizada para a realização dos disparos. Ela é produzida a partir de materiais simples, tais como: (1) pregador de roupas, (2) tampa de plástico de garrafas *pet*, (3) elástico, (4) cola quente e (5) aplicador de cola quente. Esses objetos podem ser considerados de baixo custo quando comparados com outros equipamentos de mesma finalidade.

A construção da catapulta caseira é relativamente simples e seus passos são resumidos na **Figura 1**. Inicialmente, desmonta-se o pregador, conforme indica a **Figura 1(a)**. Na sequência, utiliza-se a cola quente para unir as partes desmontadas [**Figura 1(b)**]. Após a secagem, cola-se a tampa de garrafa *pet* conforme revela a **Figura 1(c)**. Por fim, o segmento que conecta as duas partes do pregador é reforçado utilizando um elástico [**Figura 1(d)**], o que finaliza a construção da catapulta.

Figura 1 – Construção da catapulta caseira



Fonte: Autoria própria.

### MOVIMENTO OBLÍQUO DA BOLA DISPARADA

Considere a bola disparada pela catapulta como sendo um objeto pontual com velocidade inicial  $\vec{v}_0$ . O disparo é realizado em uma direção que forma um ângulo  $\theta$  com a horizontal  $x$ . Pode-se admitir o movimento da bola como resultado da composição de dois movimentos simultâneos e independentes: um vertical e outro horizontal.

Na direção vertical, tem-se um movimento uniformemente variado, cuja aceleração é a própria aceleração da gravidade. Já na direção horizontal, tem-se um movimento uniforme, uma vez que desprezando o atrito com o ar, não existe desaceleração da bola na referida direção.

Em relação ao modelo utilizado para a análise cinemática do movimento vertical, observa-se que a componente  $y$  da velocidade inicial pode ser obtida por meio da expressão:

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta, \quad (1)$$

uma vez que a velocidade vetorial do disparo é dada por:

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos \theta \hat{x} + v_0 \sin \theta \hat{y}, \quad (2)$$

sendo  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$  vetores unitários nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. Assim, admitindo que o movimento na direção vertical é uniformemente variado, pode-se escrever a posição  $y$  em função da velocidade inicial  $v_{0y}$  e do tempo  $t$ :

$$y(t) = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2, \quad (3)$$

sendo  $g$  o módulo da aceleração da gravidade, considerada constante. Observe que no ponto mais alto da trajetória, temos  $v_y = 0$ . Utilizando a equação de Torricelli, obtemos a altura máxima  $H$  da bola, pois:

$$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gH, \quad (4)$$

expressão que nos fornece:

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}. \quad (5)$$

A equação anterior fornece a altura máxima da bola lançada em função do módulo da velocidade inicial  $v_0$  e do ângulo de disparo  $\theta$ , supondo a aceleração da gravidade  $g$  constante (HALLIDAY, RESNICK e WALKER, 2008; RAMALHO, FERRARO e SOARES, 2007).

Essa expressão é válida para analisar a altura  $H$  da bola após um lançamento. Ela continua válida para analisar a altura  $H'$  após um rebote, bastando considerar os parâmetros  $v_0'$  e  $\theta'$  imediatamente após o rebote.

Na direção horizontal, pode-se considerar o movimento como uniforme. Nesse caso, a posição  $x$  do objeto é obtida por meio da expressão:

$$x(t) = v_0 \cos \theta t, \quad (6)$$

sendo  $t$  um instante qualquer entre o disparo e o primeiro rebote. Contudo, o tempo entre o disparo e o primeiro rebote pode ser obtido assumindo a simultaneidade entre os movimentos vertical e horizontal. De fato, a componente vertical da velocidade  $v_y$  varia em função do tempo na forma:

$$v_y(t) = v_{0y} - gt, \quad (7)$$

admitindo um movimento vertical uniformemente variado de aceleração  $g$ . Assim, quando a bola retorna ao solo, temos que  $v_y = -v_{0y}$ . Isso fornece o tempo entre o instante de lançamento e o primeiro rebote:

$$t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}, \quad (8)$$

uma vez que  $v_{0y} = v_0 \sin \theta$ . Substituindo (8) em (6), temos o alcance  $A$  da bola em relação à posição de disparo:

$$A = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}, \quad (9)$$

pois  $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$  (HALLIDAY, RESNICK e WALKER, 2008; RAMALHO, FERRARO e SOARES, 2007). Essa expressão é válida para analisar o alcance  $A$  da bola após um lançamento. Ela continua válida para obter o alcance  $A'$  após um rebote, bastando considerar os parâmetros  $v_0'$  e  $\theta'$  imediatamente após o rebote.

## VIDEOANÁLISE DO MOVIMENTO DA BOLA

A videoanálise é uma técnica que permite estudar fenômenos físicos por meio de suas filmagens. Neste trabalho, a videoanálise foi realizada com o auxílio do *Tracker*, um *software* livre disponível para *download* em: <http://physlets.org/tracker> (TRACKER, 2017). Este *software*, desenvolvido por Douglas Brown, oferece ferramentas para análise de arquivos em formato de vídeo, inicialmente projetado para a utilização no ensino de física.

O programa tem apresentado relativo sucesso no ensino de ciências, sendo amplamente divulgado na literatura especializada (BEICHNER, 1996; LAWS; PFISTER, 1998; BROWN e COX, 2009; BEZERRA *et al.*, 2012; DE JESUS, 2014; BEZERRA *et al.*, 2016; SILVA, 2018). Neste artigo, o lançamento oblíquo de uma pequena esfera foi estudado por meio do *Tracker* (TRACKER, 2017).

Abrindo o vídeo do lançamento, o programa apresenta as distâncias mútuas entre os pontos de cada quadro, bastando o fornecimento de um fator de escala apropriado pelo usuário. Ou seja, dada a distância real entre dois pontos de um quadro do vídeo, o programa fornece as distâncias relativas entre os demais pontos. Isso permite gerar a tabela de posições em função do tempo, uma vez que os quadros são tomados em uma sequência temporal crescente (**Figura 2**).

Figura 2 – Tela do *Tracker* revelando a trajetória seguida pela esfera analisada



Fonte: Autoria própria.

Todo o material utilizado no presente trabalho encontra-se disponível em:  
<https://drive.google.com/open?id=0BOS3ARHrAlgPY2JySDZGbz2FCVWM>.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

### DIMINUIÇÃO DA ALTURA APÓS O PRIMEIRO REBOTE

Analisando o vídeo do movimento da bola entre os instantes de disparo e do primeiro rebote, é possível obter a altura máxima  $H$  atingida. O *Tracker* fornece a posição da bola  $y$  para cada quadro do vídeo, ou seja, uma tabela de posição  $y$  em função do tempo  $t$ .

A partir de um ajuste quadrático desses pontos experimentais (**Figura 3**), pode-se escrever:

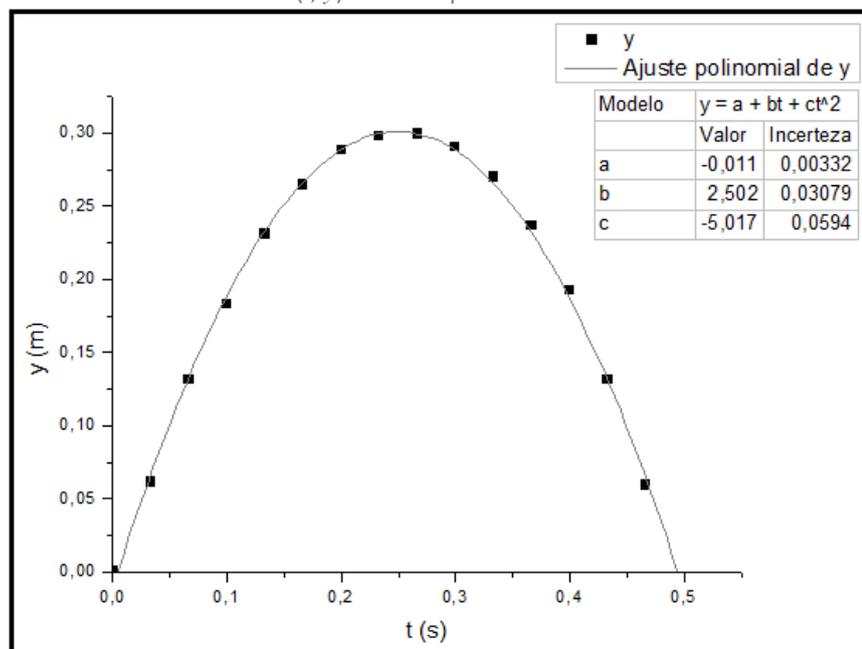
$$y(t) = -5,01t^2 + 2,50t - 0,011, \quad (10)$$

que apresenta a relação teórica entre  $t$  e  $y$  inferida do experimento, considerando o intervalo  $0 < t < 0,5$  s. Diferenciando (10) em relação ao tempo, obtem-se:

$$\frac{dy}{dt} = -10,02t + 2,50, \quad (11)$$

que nos fornece o instante de tempo  $t_{H1}$  quando a altura  $H_1$  é máxima, pois fazendo  $\frac{dy}{dt} = 0$ , temos  $t_{H1} = 0,24$  s e  $H_1 = 0,30$  m.

Figura 3 – Relação entre altura  $y$  e tempo  $t$  fornecida pelo Tracker, juntamente com o ajuste quadrático dos pontos experimentais  $(t, y)$  antes do primeiro rebote



Fonte: Autoria própria.

Analogamente, pode-se realizar um ajuste quadrático dos pontos experimentais entre o primeiro e o segundo rebote (Figura 4). Esse procedimento fornece a expressão:

$$y(t) = -5,4t^2 + 7,2t - 2,028, \quad (12)$$

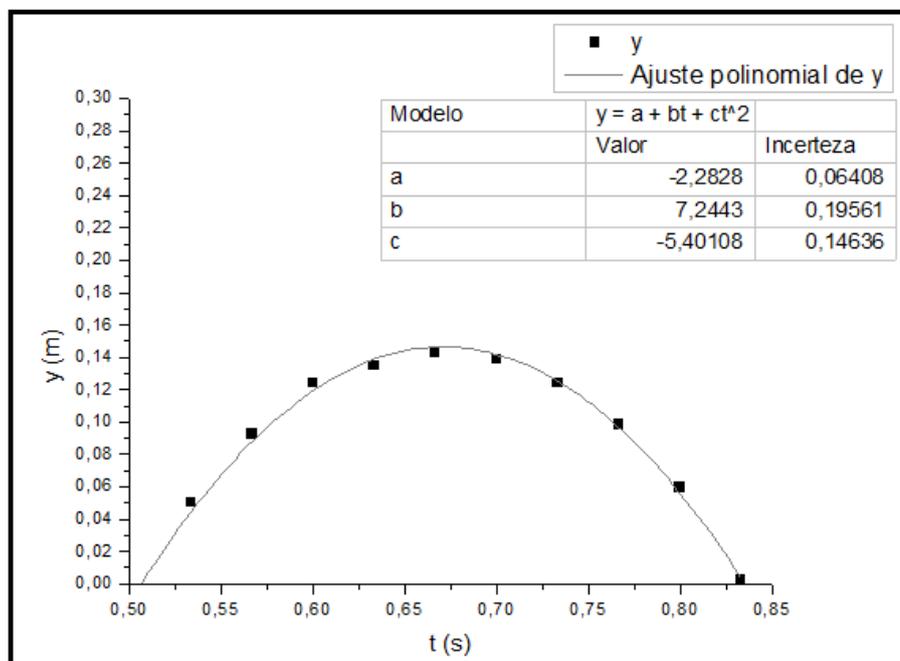
que descreve a relação teórica entre  $t$  e  $y$  inferida do experimento, considerando o intervalo  $0,5 < t < 0,83$  s. Diferenciando (12) em relação ao tempo, obtem-se:

$$\frac{dy}{dt} = -10,8t + 14,4, \quad (13)$$

que fornece o instante de tempo  $t_{H2}$  quando a altura  $H_2$  é máxima, pois fazendo  $\frac{dy}{dt} = 0$ , temos  $t_{H2} = 0,67$  s e  $H_2 = 0,14$  m.

Observe que a razão entre  $H_1$  e  $H_2$  é igual a 2,14. Considerando que no ponto mais alto da trajetória a energia potencial gravitacional é justamente a energia mecânica da bola, em relação ao solo, pode-se estimar a perda de energia mecânica a partir da razão entre as alturas  $H_1$  e  $H_2$ .

Figura 4 – Relação entre altura  $y$  e tempo  $t$  fornecida pelo *Tracker*, juntamente com o ajuste quadrático dos pontos experimentais  $(t, y)$  após o primeiro rebote



Fonte: Autoria própria.

De fato, sendo  $m$  a massa da bola e  $g$  a aceleração da gravidade, tem-se que a razão entre as energias potenciais consideradas é dada por:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{mgH_1}{mgH_2} = \frac{H_1}{H_2} \approx 2,14. \quad (14)$$

Isso indica uma diminuição de 53% na energia mecânica após o primeiro rebote, pois  $E_2 \approx 0,47 E_1$ .

### DIMINUIÇÃO DO ALCANCE APÓS O PRIMEIRO REBOTE

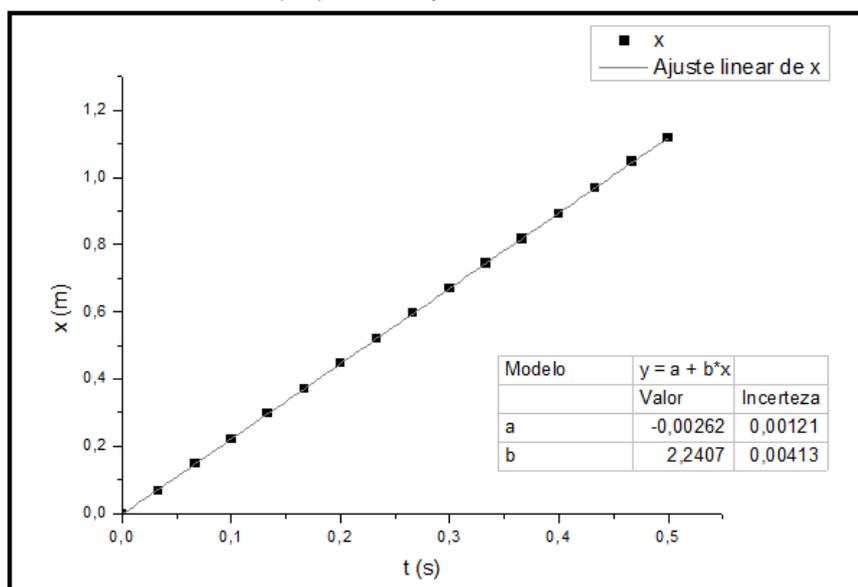
Pode-se estimar a velocidade horizontal da bola analisando o vídeo do seu movimento entre os instantes de disparo e do primeiro rebote. O *Tracker* fornece a coordenada  $x$  da bola para cada quadro do vídeo.

Isso pode ser disposto em uma tabela apresentando a variação da coordenada  $x$  em função do tempo  $t$ . Admitindo que o movimento horizontal é uniforme, sua coordenada  $x$  varia no tempo conforme a equação (6).

A partir de um ajuste linear desses pontos experimentais (**Figura 5**), pode-se escrever:

$$x(t) = 2,240t - 0,003, \quad (15)$$

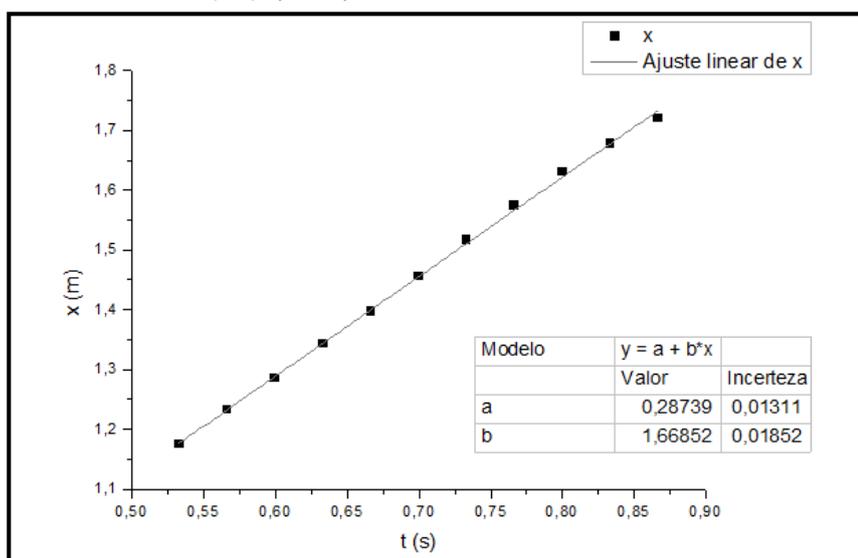
Figura 5 – Relação entre a coordenada  $x$  e tempo  $t$  fornecida pelo Tracker, juntamente com o ajuste linear dos pontos experimentais  $(t, x)$  antes do primeiro rebote



Fonte: Autoria própria.

Dessa forma, a equação (15) exibe a relação teórica entre  $t$  e  $x$  inferida do experimento, considerando o intervalo de tempo  $0 < t < 0,5$  s. A velocidade é dada pelo coeficiente angular da reta ajustada, ou seja,  $v = 2,240 \pm 0,004$  m/s.

Figura 6 – Relação entre a coordenada  $x$  e tempo  $t$  fornecida pelo Tracker, juntamente com o ajuste linear dos pontos experimentais  $(t, x)$  após o primeiro rebote



Fonte: Autoria própria.

Analogamente, é possível obter a velocidade horizontal após o primeiro rebote. Utilizando a relação entre  $x$  e  $t$  fornecida pelo Tracker, pode-se realizar um ajuste linear com os pontos experimentais associados ao intervalo de tempo entre o primeiro e segundo rebote (Figura 6). Esse procedimento fornece a expressão:

$$x(t) = 1,66t - 0,29, \quad (16)$$

que descreve a relação teórica entre  $t$  e  $x$  inferida do experimento para o intervalo  $0,5 < t < 0,83$  s. Novamente, a velocidade é dada pelo coeficiente angular da reta ajustada, ou seja,  $v = 1,66 \pm 0,02$  m/s. De fato, a razão entre os alcances é dada por:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\frac{1}{g} v_1^2 \sin 2\theta}{\frac{1}{g} v_2^2 \sin 2\theta} = \left( \frac{v_1}{v_2} \right)^2 \approx 1,82. \quad (17)$$

o que indica uma diminuição de 45% no alcance após o primeiro rebote, pois  $A_2 \approx 0,55 A_1$ .

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

Existem situações em que a natureza da interação entre os corpos é desconhecida. No entanto, a observação desse fenômeno em dois instantes de tempos distintos, antes e após a colisão, permite a obtenção de informações dinâmicas sobre a referida interação. Isso foi observado no presente estudo, pois comparando-se as alturas da bola em dois instantes distintos, foi possível obter a variação de energia mecânica associada, mesmo sem o conhecimento das particularidades da interação entre a bola disparada e a superfície de colisão.

Os dados colatados com o *Tracker* permitiram, ainda, uma avaliação da diminuição do alcance após a primeira interação da bola com o solo. Dessa forma, a videoanálise se apresenta como uma ferramenta eficiente para investigar fenômenos mais complexos, como o movimento da bola aqui demonstrado.

Entende-se que o instrumento proposto, associado à análise via *Tracker*, pode ser utilizado não só em contextos didáticos semelhantes para o ensino de física, como também em investigações de colisões menos usuais. A atividade pode ser implementada em cursos de física básica de quaisquer níveis, desde que realizada a adequada transposição didática.

---

## ***Video Analysis of Shots Performed by a Homemade Catapult: a Teaching Proposal for the Discussion of Oblique Launches and Evaluation of Mechanical Energy***

### **ABSTRACT**

*This paper presents an experimental proposal for the study of real oblique launches, through a homemade catapult. Using the techniques of video analysis, we study in detail the oblique launching of a small sphere, which exhibits loss of mechanical energy after the first contact with the ground. Video analysis allows the kinematic study of the phenomenon, besides providing an evaluation of the mechanical energy of the projectile. The work seeks to contribute to the insertion of more phenomenological aspects in physics teaching, presenting the possibility of investigating real situations through video analysis, bringing students closer to aspects characteristic of scientific work, not always contemplated in textbooks.*

**KEYWORDS:** *Oblique launch; Mechanical energy; Simple catapult; Video analysis.*

---

# Videoanálisis de disparos realizados por una catapulta casera: una propuesta de enseñanza para la discusión de lanzamientos oblicuos y evaluación de la energía mecánica

## RESUMEN

Este trabajo presenta una propuesta experimental para el estudio de lanzamientos oblicuos reales, por medio de una catapulta casera. Utilizando las técnicas de videoanálisis, se estudia en detalle el lanzamiento oblicuo de una pequeña esfera, que exhibe pérdida de energía mecánica después del primer contacto con el suelo. El videoanálisis permite el estudio cinemático del fenómeno, además de propiciar una evaluación sobre la energía mecánica del proyectil. El trabajo busca contribuir a la inserción de aspectos más fenomenológicos en la enseñanza de física, presentando la posibilidad de investigar situaciones reales por medio del videoanálisis, acercando a los estudiantes de aspectos característicos del trabajo científico, no siempre contemplados en los libros didácticos.

**PALABRAS CLAVE:** Lanzamiento oblicuo; Energía mecánica; Catapulta simple; Videoanálisis.

---

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à PROPES/IFMT pelo suporte financeiro à pesquisa.

## REFERÊNCIAS

ARAUJO, A. A. V. R.; SILVA, E. S.; DE JESUS, V. L. B.; OLIVEIRA, A. L. Uma associação do método *PeerInstruction* com circuitos elétricos em contextos de aprendizagem ativa. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 39, n. 2, e2401, 2017.

BEICHNER, R. The impact of video motion analysis on kinematics graph interpretation skills. **American Journal of Physics**, v. 64, p. 1272–1277, 1996.

BEZERRA Jr, A G., OLIVEIRA, L. P.; LENZ, J. A.; SAVEDRA, N. Videoanálise com o software livre Tracker no laboratório didático de Física: movimento parabólico e segunda lei de Newton. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 29, n. Especial 1: p. 469-490, 2012.

BEZERRA, A. G, LENZ, J. A.; FILHO, N. C. S. Utilização da videoanálise para o estudo do movimento circular e a construção do conceito de aceleração centrípeta. **Acta Scientiae**, v. 18, n. 3, p.782-798, 2016.

BROWN, D; COX, A. J. Innovative Uses of Video Analysis. **The Physics Teacher** v. 47, p. 328, 2009.

DE JESUS, V. L. B. **Experimentos e videoanálise: Dinâmica**. São Paulo: Livraria da Física, 2014.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentals of Physics**. John Wiley & Sons, 2008. v. 2, p. 63.

HOFSTEIN, A.; KIND, P. M. Learning In and From Science Laboratories. In: B.J. Fraser et al. (eds.). **Second International Handbook of Science Education**. New York: Springer International Handbooks of Education, 2012.

LAWS; P; PFISTER, H. Using Digital Video Analysis in Introductory Mechanics Projects. **The PhysicsTeacher**, v. 36, p. 282–287, 1998.

MARINELI, F.; PACCA, J. L. A. Uma interpretação para dificuldades enfrentadas pelos alunos em um laboratório didático de Física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v. 28, n. 4, p. 497-505, 2006.

POZO, J. I.; CRESPO, M. A. G. A. **A aprendizagem e o ensino de física: do conhecimento cotidiano ao conhecimento científico**. 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

RAMALHO, F.; FERRARO, N. G.; SOARES, P. A. T. **Os fundamentos da Física**. 9 ed. São Paulo: Moderna, 2007. v 1, p. 144.

SILVA, E. S. Estudo da relação entre o movimento circular uniforme e o movimento harmônico simples utilizando a videoanálise de uma roda de bicicleta. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 40, n. 2, e2301, 2018.

TRACKER. Site do software Tracker. Disponível em: <http://physlets.org/tracker>. Acesso em: 14 jul. 2017.

VILLANI, A; PACCA, L. A.; FREITAS, D. Science teacher education in Brazil: 1950-2000. **Science & Education**, v.18, p. 125-148, 2009.

**Recebido:** 13 de janeiro de 2018.

**Aprovado:** 09 de maio de 2018.

**DOI:**

**Como citar:** SILVA, E. S; SANABRIA, N.D, Videoanálise de disparos realizados por uma catapulta caseira: uma proposta de ensino para a discussão de lançamentos oblíquos e avaliação da energia mecânica ítulo do trabalho publicado, **Revista Brasileira de Física Tecnológica Aplicada**, Ponta Grossa, v. 5, n.1, p. 14-26, maio/junho. 2018.

**Contato:** Erick dos Santos Silva: [ssf.erick@gmail.com](mailto:ssf.erick@gmail.com)

**Direito autoral:** Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

