

Determinação do momento de inércia de uma barra retangular com eixo fora de seu centro de massa: uma atividade experimental

Determinación del momento de inercia de una barra rectangular con el eje fuera de lo centro de masa: una actividad experimental

Determination of the Moment of Inertia of a rectangular bar with axis outside of its center of mass: one experimental activity

Vinicius Machado¹

Resumo: O presente artigo apresenta relato do ensaio de uma atividade experimental desenvolvida no ensino de Física em cursos de Engenharia na Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Câmpus* Ponta Grossa. Nessa atividade buscou-se determinar por dois métodos distintos o momento de inércia de uma barra retangular oscilando em torno de um eixo perpendicular ao seu plano e situado fora do seu centro de massa. Um dos métodos partiu da equação do momento de inércia utilizando-se do "Teorema de Steiner" e o outro método utilizou-se da equação do período de um pêndulo físico.

Palavras-chave: ensino de Física; ensino em Engenharia; momento de inércia.

Resumen: En este artículo se presenta el informe de la prueba de una actividad experimental desarrollada en la enseñanza de la física en los cursos de ingeniería en la Universidad Tecnológica Federal de Paraná, *Campus* Ponta Grossa. En esta actividad hemos tratado de determinar por dos métodos diferentes el momento de inercia de una barra rectangular que se situa en torno a un eje perpendicular a su plano y fuera de su centro de masa. Un método partió desde La ecuación de lo momento de inércia, usando el "Teorema de Steiner" y nel otro método fue utilizado en el periodo de un péndulo y la ecuación de lo péndulo físico.

Palabras clave: enseñanza de la Física; la educación en Ingeniería; momento de inercia.

Abstract: The present paper reports the trial of an experimental activity developed in physics teaching in engineering courses at the Federal Technological University of Paraná, Ponta Grossa *Câmpus*. In this activity we sought to determine, by two different methods, the moment of inertia of a rectangular bar oscillating around an axis perpendicular to its plane and outside of its center of mass. One of the methods used was the Equation of the Moment of Inertia using the "Steiner's theorem" and the other method used is the Equation of the Period of a pendulum physical.

Keywords: Physics teaching; teaching in Engineering; moment of inertia.

¹Mestre em Ensino de Ciência e Tecnologia, membro do Grupo de Estudos em Física Aplicada, docente no Departamento Acadêmico de Física da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Câmpus* Ponta Grossa, e-mail: vinmac@utfpr.edu.br.

1. Introdução

Tem-se, na disciplina de Física 1 em cursos de Engenharia, encontrado dificuldades em realizar atividades práticas relacionadas ao movimento de rotação. Essas dificuldades dão-se ora pelo alto custo dos equipamentos existentes no mercado e ora por não encontrar instrumentos, equipamentos ou outros que apresentem as características e funcionalidades entendidas como necessárias para se cumprir determinados objetivos da disciplina. A partir desse problema, deparou-se com a necessidade de elaborar, construir e testar o funcionamento de dispositivos que permitissem o seu uso nas aulas experimentais de Física 1 nos cursos de Engenharia.

Dessa forma, tem-se por objetivo no presente trabalho apresentar uma proposta de atividade para o ensino de Física no laboratório abordando o tema momento de inércia (I) determinado a partir do Teorema de Steiner ou Teorema dos Eixos Paralelos e a partir de sua aplicação no período de um Pêndulo Físico ou Composto. Apresenta-se também relato da aplicação dessa atividade em um ensaio no laboratório no qual se determinou o percentual de erro comparativo dos valores encontrados do momento de inércia de uma barra retangular, homogênea e uniforme.

2. Momento de inércia

O momento de inércia (I) de um corpo em relação a um eixo trás aos acadêmicos de engenharia a necessidade de, nos estudos sobre rotação, recordar o princípio da inércia estudado nos movimentos de translação durante as aplicações das Leis de Newton. Se na translação observou-se que a massa de um objeto apresenta-se como o principal agente de inércia, na rotação é preciso verificar como a massa desse objeto se comporta dependendo de sua distribuição em relação ao eixo sobre o qual esse objeto encontra-se em repouso ou sofre rotação.

Na translação o princípio da inércia afirma a tendência de um corpo em permanecer no seu estado de repouso ou de movimento, a partir de então, observa-se que quanto maior a massa desse corpo maior a dificuldade em provocar-lhe uma aceleração ou uma desaceleração. De forma análoga, observa-se o efeito do momento de inércia na rotação, conforme afirmam Sears, Zemanski e Young (1985) como uma medida de resistência que um corpo oferece a alterações no seu estado de movimento de rotação e essa medida depende da posição em que o eixo se situa em relação ao centro de massa do corpo.

Dessa forma, entende-se que o momento de inércia de uma peça/corpo/objeto assume na rotação o papel que era na translação desempenhado pela massa e tem variação no seu valor de acordo com a forma que a massa do corpo é distribuída em relação ao eixo de rotação. Se a massa do objeto for distribuída de forma mais homogênea em relação ao eixo de rotação tem-se menor momento de inércia e se a distribuição da massa for mais heterogênea tem-se maior momento de inércia.

3. Determinação do momento de inércia

O pêndulo composto ou pêndulo físico é definido por Lara *et al* (2004, p.245) como “*un cuerpo rígido de masa m que puede oscilar alrededor de un eje que pasa por un punto A, distinto de su centro de masa*”.

Ao completar uma oscilação o tempo gasto pelo pêndulo é chamado de período (T), cuja equação, segundo Resnick e Halliday (1996), pode ser determinado pela equação $T = 2\pi (I / mgD)^{1/2}$ onde “I” é o momento de inércia do corpo em relação ao eixo em que oscila, o produto “m.g” corresponde ao peso (P) local do corpo oscilante e “D” é a distância entre o eixo sobre o qual o pêndulo oscila e o centro de massa da barra oscilante. Isolando-se o valor de I na equação do período do pêndulo obtém-se o momento de inércia a partir da equação do pêndulo por $I = P.D. (T/2\pi)^2$.

O Teorema de Steiner, também conhecido como o Teorema dos Eixos Paralelos (TEP) permite a determinação do momento de inércia de um corpo que rotaciona ou pode rotacionar em torno de um eixo yn sendo esse eixo perpendicular ao plano do corpo e paralelo a um eixo y_{cm} que passa pelo centro de massa do corpo em questão. Sobre esse teorema, Sears, Zemanski e Young (1985, p. 219) observam que:

Se o momento de inércia I_{cm} de um corpo em relação a um eixo que passa por seu centro de massa for conhecido, então, o momento de inércia I_p , em relação a um outro eixo qualquer paralelo ao primeiro, mas deslocado uma distância D, pode ser facilmente obtido, através de uma relação chamada de Teorema dos Eixos Paralelos, que diz: $I_p = I_{cm} + m.D^2$.

Considerando-se que o corpo oscilante é uma barra retangular o momento de inércia dessa barra em relação ao seu centro de massa será dado por $I_{cm} = m.(a^2 + b^2) / 12$ (BEER e JOHNSTON, 2006).

Dessa forma, conclui-se que o momento de inércia de uma barra retangular em relação a um eixo perpendicular ao plano da barra e posicionado fora do seu centro de massa pode ser determinado por meio da equação $I_{st} = mD^2 + m.(a^2 + b^2) / 12$.

4. Instrumentos, procedimentos e dados

Para a realização dessa atividade utilizou-se de uma barra de MDF (Medium Density Fiberboard) homogênea e uniforme com dois furos ao longo do seu comprimento. Esses furos encontram-se centralizados e distribuídos simetricamente em relação ao centro geométrico da barra. Permitiu-se, dessa forma, que o centro de massa da barra não fosse desviado do centro geométrico da barra. Para realizar as medidas lineares da barra necessárias ao experimento, utilizou-se de uma régua metálica (Fig.1). Determinou-se o comprimento “a” da barra (400,0 mm), a largura “b” (34,5 mm) e o seu centro de massa.



Figura 1: medições da barra com a régua.
Fonte: autoria própria.

Por tratar-se de uma barra metálica homogênea e de formato retangular, seu centro de massa situa-se no centro geométrico da barra. Mediu-se a distância D (165,0 mm) entre o furo pelo qual a barra iria ser suspensa no eixo da haste a fim de oscilar e o centro de massa da barra. Para determinar a massa da barra utilizou-se de uma balança eletrônica obtendo-se o resultado de 68,383 g, conforme mostra a Figura 2.

A determinação do peso da barra poderia ocorrer por duas opções. Uma era determinar o peso utilizando-se de um dinamômetro e a outra era de se calcular o peso utilizando-se da aceleração da gravidade local ($9,78718 \text{ m/s}^2$) determinada pelo método da geodésica. Em virtude da imprecisão do dinamômetro disponível, optou-se por calcular o peso da barra ($P = m \cdot g$).



Figura 2: medição da massa da barra.
Fonte: autoria própria.

Para que a barra pudesse realizar o movimento pendular, utilizou-se de uma haste universal com tripé e um eixo metálico no qual a barra foi suspensa, conforme mostra a Figura 3:



Figura 3: sistema de sustentação da barra (pêndulo).
Fonte: autoria própria.

A fim de realizar as medidas do período do pêndulo físico utilizou-se, conforme mostra a Figura 4, de um sensor acoplado a um cronômetro, estando o cronômetro ajustado para a função pendular.

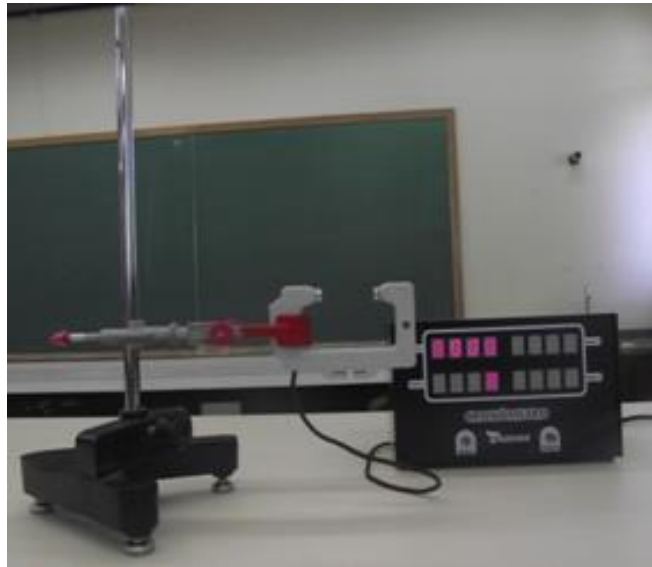


Figura 4: instrumentos para medição do período do pêndulo.
Fonte: autoria própria.

Montado o sistema (Fig. 5), possibilitou-se realizar as medições do período do pêndulo físico.



Figura 5: movimento do pêndulo físico.
Fonte: autoria própria.

Mediu-se o período de vinte oscilações completas e individuais do pêndulo em questão, obtendo-se os resultados apresentados no Quadro 1. Ao observar os dados contidos no quadro, constatou-se a ocorrência de variações na medida do período de tal forma que o menor período medido esteve em 0,977 s e o maior em 1,003 s.

Quadro 1: períodos medidos do pêndulo físico.

Período do pêndulo T (s)				
1,002	1,003	0,997	0,996	0,977
0,997	0,995	0,982	0,992	0,995
1,000	0,995	0,992	1,002	0,996
0,988	1,003	0,979	0,996	0,997

Fonte: autoria própria.

Para a posterior aplicação desses valores optou-se por determinar o valor mais provável (T_m) dessas medidas (média aritmética simples) do período. Obteve-se como resultado o valor de $T_m = 0,9942$ s.

5. Tratamento dos dados, aplicação e os resultados

Os dados obtidos nas medições passaram por dois tratamentos: conversão das unidades de medida para o Sistema Internacional de Medidas (SI) e arredondamento dos algarismos significativos do resultado final das medidas indiretas limitados pelo número de algarismos significativos do instrumento de menor precisão.

Dessa forma, após os tratamentos citados, trabalhou-se com os seguintes valores aproximados: massa da barra $m = 0,0684$ kg; comprimento e largura da barra com valores respectivamente $a = 0,4000$ m e $b = 0,0345$ mm; distância entre eixo e centro de massa $D = 0,1650$ m; aceleração da gravidade local $g = 9,78718$ m/s²; peso da barra $P = 0,669276729$ N; valor mais provável do período $T_m = 0,9942$ s.

Esses dados foram aplicados na equação do momento de inércia determinado a partir do Teorema de Steiner: $I_{st} = m \cdot D^2 + m \cdot (a^2 + b^2) / 12$ e no momento de inércia determinado a partir do período do pêndulo físico: $I_p = P \cdot D \cdot (T/2\pi)^2$.

Após a obtenção dos resultados de I_{st} e I_p , calculou-se o percentual de erro por meio da equação: **% erro** = $(| I_{st} - I_p | / I_{st}) \times 100\%$. Os resultados obtidos, arredondados conforme o limite de precisão, foram acondicionados no Quadro 2.

Quadro 2: resultados dos cálculos.

I Steiner (kg.m ²)	I pêndulo (kg.m ²)	% erro
0,00278	0,00276	0,72

Fonte: autoria própria.

6. Considerações finais

Entende-se que, a partir do percentual de erro encontrado na comparação entre os dois métodos aplicados no ensaio, a atividade experimental realizada apresentou resultados satisfatórios permitindo considerar o movimento do pêndulo físico e sua equação como uma alternativa à determinação do momento de inércia de um corpo. Quanto às variações nas medições do período do pêndulo entende-se que decorreram das pequenas oscilações transversais da barra e muito provavelmente, também pela ação do atrito entre o eixo e o furo em que a barra estava suspensa. Nesse ensaio, a fim de diminuir a ação do atrito, aplicou-se pó de grafite entre o eixo e o encaixe da barra. Sugere-se, para obtenção de resultados ainda melhores, que o eixo em que a barra irá oscilar seja fixo em um pequeno rolamento e esse rolamento seja fixado na haste. Sugere-se também que o encaixe entre o eixo e o furo da barra seja o mais preciso possível, evitando-se dessa forma oscilações transversais às oscilações pendulares. Contudo, ainda que se observe a necessidade de alguns pequenos ajustes no sistema, conclui-se que o ensaio desenvolvido permite considerar viável trabalhar o assunto momento de inércia nas aulas experimentais de Física nos cursos de Engenharia utilizando-se dos métodos nesse trabalho descritos.

Sugere-se, a fim de promover outras discussões sobre o tema, a realização do mesmo procedimento utilizando-se da mesma barra, porém, com o posicionamento do eixo em um ponto diferente do trabalhado. Que se discuta o resultado obtido nesse novo posicionamento do eixo, se maior ou menor valor do momento de inércia em relação ao resultado obtido no posicionamento anterior. E, a partir dessa comparação, verificar com os alunos se o resultado experimental é coerente com os conceitos do Momento de Inércia trabalhados nas aulas teóricas.

7. Referências Bibliográficas

BEER, F.P.; JOHNSTON Jr, E.R., **Mecânica Vetorial para Engenheiros**. 7. ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill, 2006.

LARA, S. *et al*, Estudio experimental de un péndulo Físico utilizando un microcontrolador AT – 892051, **Revista Scientia et Technica**, n.25: 245-249, Colômbia, 2004.

RESNICK, R.; HALLIDAY, D., **Fundamentos de Física**, v. 2, 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

SEARS, F.; ZEMANSKY, M.W.; YOUNG, H.D. **Física: mecânica da partícula e dos corpos rígidos**, v.1, Rio de Janeiro: LTC, 1985.

.....
Artigo recebido para avaliação em 18/10/2014 e aceito para publicação em 02/12/2014.