RBECT Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia

Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia
ISSN: 1982-873X

https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect

A construção coletiva sobre as séries infinitas por Leibniz e Newton

Isis Lidiane Norato Souza
isislidianenorato@gmail.com
0000-0002-9461-370X
Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil.

Joanez Aparecida Aires
joanez.ufpr@gmail.com
0000-0002-2925-0826
Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil.

RESUMO

O Ensino de Ciências, tradicionalmente, apresenta os produtos da ciência em detrimento do processo de construção do conhecimento científico. Ou seja, geralmente os alunos recebem uma educação científica com base nos resultados de teorias científicas já consolidadas. Todavia, uma compreensão sobre a Natureza da Ciência estará ausente sem sua história e sem uma epistemologia que esclareça como os fatos científicos foram construídos. Este trabalho teve como objetivo trazer uma reflexão sobre a construção coletiva em relação às Séries Infinitas. Foi escolhida a epistemologia de Ludwik Fleck (1896-1961), a qual se fundamenta na perspectiva de que a ciência é uma construção social e não resultado de ações individuais de cientistas. Como método de pesquisa, utilizou-se a pesquisa documental, com perspectiva histórica, tendo como fontes primárias as correspondências da Royal Society de Londres de 1676. As análises de dados foram realizadas por meio da análise de conteúdo de Bardin (2016). Como resultado, considera-se as contribuições de outros matemáticos, além de Newton, para a constituição de um novo Estilo de Pensamento e consequente influência das disciplinas matemáticas desde o século XVII até os dias de hoje, podem ser caracterizadas pelos conceitos fleckianos de Circulação Intercoletiva de Ideias e Proideias (ou Pre-ideias).

PALAVRAS-CHAVE: História da Ciência. Fleck. Séries Infinitas. Newton. Leibniz.

INTRODUÇÃO

Neste artigo foram abordados aspectos históricos e filosóficos da ciência no estilo de pensar de Leibniz e de Newton sobre as Séries Infinitas.

Em relação às reflexões sobre uma aproximação para a educação científica, a abordagem histórica e filosófica da ciência é muito indicada para que os(as) alunos(as) compreendam como ocorre a construção do conhecimento, bem como a Natureza da Ciência e o trabalho dos cientistas. Tal abordagem permite o entendimento da natureza e o caráter das teorias científicas, a estrutura da prática científica e seus produtos, os métodos utilizados pelos pesquisadores e os efeitos da ciência sobre atividades da sociedade (ROZENTALSKI, 2018).

Conforme Matthews (1995), a História e Filosofia da Ciência (HFC) pode humanizar as ciências e reaproximá-la dos interesses pessoais, éticos, culturais e políticos da sociedade, tornando as disciplinas científicas mais reflexivas. Além disso, o acesso a esta abordagem auxilia no desenvolvimento do pensamento crítico e possui potencialidade para superar a falta de significados existentes tradicionalmente neste ensino. A HFC pode contribuir como um dos eixos para a Alfabetização Científica e Tecnológica, na qual possui entre outros objetivos preparar o(a) aluno(a) para viver em sociedade, discernindo situações do dia a dia que envolvam as aplicações e implicações do conhecimento científico (AULER; DELIZOICOV, 2001), (SASSERON; CARVALHO, 2011).

Ademais, estudos da historiografia da ciência, em conjunto com a epistemologia, nos auxiliam a compreender como determinado conceito científico foi desenvolvido. Quanto aos aspectos epistemológicos da ciência, elegemos os de Fleck (2010) para compor a presente reflexão. Segundo Delizoicov *et al*. (2000), Fleck teve a primeira edição do seu livro, **Gênese e Desenvolvimento de um Fato Científico**, em 1935. Contudo, somente ganhou reconhecimento a partir de uma breve citação de Thomas Kuhn no prólogo da obra **A Estrutura das Revoluções Científicas**, em 1962. Na ocasião, Kuhn afirmou que Fleck antecipou muito de suas ideias e o alertou para as dimensões sociais na construção do conhecimento. Possivelmente, o quase esquecimento da obra fleckiana teve influências por causa de sua origem judia e pelo crescente antissemismo nazista da época. Ainda que para Condé (2017, p. 69), "seu livro não teve uma recepção merecida à época por diferentes razões, mas, principalmente, pela originalidade das ideias contidas nele em um cenário epistemológico pouco propício a recebê-las".

A historicidade da ciência presente em Kuhn (2011) remete a episódios históricos associados às mudanças de paradigmas, em que a comunidade científica encontra anomalias no modo de pensar sobre determinadas teorias científicas. Em seguida, ocorrem os períodos de crise e consequente "revolução científica". Em concordância, os conceitos científicos para Fleck (2010) também são resultados de um percurso histórico, todavia a ênfase às mudanças de pensamento ocorre de maneira mais lenta e gradativa na epistemologia fleckiana, como num processo de evolução, e não na forma de crises e rupturas de pensamentos, como nos exemplos de perspectiva kuhniana (CONDÉ, 2018).

Além disso, os aspectos sociais na construção do conhecimento são mais explorados em Fleck. Deste modo, a ciência moderna é produzida, a partir do viés fleckiano, por meio do trabalho coletivo (FLECK, 2010).

> Quando se olha o lado formal do universo científico, sua estrutura social é óbvia: vemos um trabalho coletivo organizado com divisão de trabalho, colaboração, trabalhos preparativos, assistência técnica, troca de ideias, polêmicas, etc. Muitas publicações mostram o nome de vários autores que trabalham em conjunto. Além desses nomes, encontramos, nos trabalhos das ciências exatas, quase sempre o nome da instituição e seu diretor. Há uma hierarquia científica, grupos, adeptos e adversários, sociedades e congressos, periódicos, instituições de intercâmbio, etc. O portador do saber é um coletivo bem organizado, que supera de longe a capacidade de um indivíduo (FLECK, 2010, p. 85).

Na história da ciência (Física e Química) há exemplos de revoluções científicas, como a de Copérnico, Newton, Lavoisier e Einstein, narrados na obra Kuhniana, sob perspectiva progressista (KUHN, 2011). Já na obra fleckiana, é apresentado o percurso histórico da construção do conceito da Sífilis com o modelo biológico (FLECK, 2010). E mais, na história da matemática houve um episódio de controvérsia protagonizada por Newton e Leibniz, marcado pelo confronto em relação a prioridade no invento do cálculo infinitesimal (VARGAS, 2015).

Segundo Evangelista (2011), a partir da obra de Newton, em paralelo à de Leibniz, surgiu o cálculo diferencial e integral e seu uso extensivo nas ciências, especialmente na física. Assim, tradicionalmente é retratado que ambos desenvolveram o cálculo independentemente, cada um com sua vertente e perspectiva. Desse modo, evidencia-se a impossibilidade de plágio, visto a diferença de pontos de vistas em que cada um abordava a questão do cálculo. Ou seja, Newton pelo interesse de aplicação na física e Leibniz por meio de interesse eminentemente matemático (VARGAS, 2015).

Para compreender qual a dimensão dos trabalhos desenvolvidos por ambas as partes a partir das Séries infinitas, fez-se necessário examinar algumas correspondências da Royal Society, do ano de 1676 (THE ROYAL SOCIETY, 1676-1687).

O objetivo deste artigo foi olhar como as trocas de correspondências impactaram o estilo de pensar sobre as Séries Infinitas. Para este fim, foi utilizada a epistemologia de Ludwik Fleck, pois este autor compreende com maior profundidade questões epistemológicas da ciência e a construção social do conhecimento. Dessa maneira, foram analisados os conceitos de Fato Científico, Coletivo de Pensamento, Estilo de Pensamento, Círculos Esotérico, Circulação Intercoletiva de Ideias e Protoideia (FLECK, 2010).

ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS DE LUDWIK FLECK

O epistemólogo e médico polonês Ludwig Fleck (1896-1961), elaborou um estudo sobre a emergência de um fato científico e, a partir deste, propôs sua compreensão sobre a construção da ciência. Um dos principais aspectos da sua teoria consiste no argumento de que a ciência é uma construção coletiva em que se tornam relevantes questões sociológicas, antropológicas, filosóficas, históricas. Assim, o produto final da ciência é resultado de condições sociais que permitam construir o conhecimento científico (CONDÉ, 2017).

Um Fato Científico, na perspectiva de Fleck (2010), pode ser compreendido como o objeto de pesquisa do cientista em seu contexto social e histórico. Dessa forma, apesar do Fato Científico ser de caráter particular, pode nos revelar o interesse de estudo de grupos de pesquisas/cientistas. Assim, na elaboração de soluções para os problemas da pesquisa, surge como resultado um estado de saber consolidado por um Estilo de Pensamento dentro de uma comunidade científica, sendo este uma construção social do pensamento coletivo. Um fato, nesse sentido, pode preexistir numa comunidade científica (ou num Coletivo de Pensamento) que compartilha do mesmo Estilo de Pensamento. Desse modo, na interpretação de Condé (2012), com base na epistemologia fleckiana, temos que:

> O pensamento nunca começa do zero, há sempre uma base, uma história prévia, há sempre outros lugares, outras instâncias, outros indivíduos dos quais provêm as noções utilizadas para formular o pensamento de alguém. Pensar, portanto, é uma atividade genuinamente coletiva que pressupõe troca. Ou seja, um "coletivo de pensamento" existirá em qualquer situação em que duas ou mais pessoas estiverem realmente trocando ideias (CONDÉ, 2012, p. 44).

O sujeito que participa do processo de construção do conhecimento jamais é neutro, pois compartilha de um Coletivo de Pensamento, o qual possui caráter histórico, social e cultural que determina sua perspectiva. O sujeito é, portanto, "um sujeito coletivo que compartilha práticas, concepções, tradições e normas, ou seja, um Estilo de Pensamento próprio do Coletivo de Pensamento ao qual pertence" (LAMBACH; MARQUES, 2014, p. 11).

Como exemplo, Newton foi um dos pioneiros no uso das Séries Infinitas e nos métodos de cálculos e métodos de aproximação em geral, contudo utilizou os conhecimentos matemáticos e científicos de seus antecessores, como Descartes, Galileu e Kepler. Dessa maneira, partiu de conceitos matemáticos consolidados do século XVII, a época mais criativa da matemática ocidental (EVANGELISTA, 2011).

Em qualquer processo de conhecimento, Fleck (2010) enfatiza que não há uma relação binária entre o sujeito e o objeto de estudo, mas sim o estado do saber, essencial para cada conhecimento novo, o qual participa como um terceiro elemento na relação sujeito-objeto. Se não fosse assim, não se chegaria ao sistema de opinião fechado e, portanto, o processo de conhecimento não é individual, mas sim é resultado de uma atividade coletiva, pois o próprio estado do saber ultrapassa os limites do indivíduo.

> Se definirmos o "coletivo de pensamento" pode ser entendido como a comunidade das pessoas que trocam pensamentos ou se encontram numa situação de influência recíproca de pensamentos, temos, em cada uma dessas pessoas, um portador do desenvolvimento histórico de uma área de pensamento, de um determinado estado do saber e da cultura, ou seja, de um estilo específico de pensamento. Assim, o coletivo de pensamento representa o elo que faltava na relação que procuramos (FLECK, 2010, p. 82).

Uma consideração a ser realizada a respeito do Coletivo de Pensamento está no fato de que, primeiramente o Estilo de Pensamento é quem determina a forma particular de ver o objeto do conhecimento e de relacionar-se com ele (FLECK, 2010).

> O estilo de pensamento não é apenas esse ou aquele matiz dos conceitos e essa ou aquela maneira de combiná-los. Ele é uma coerção definida de pensamento e mais: a totalidade das disposições mentais, a disposição para uma e não para outra maneira de perceber e agir. Evidencia-se a dependência do fato científico em relação ao estilo de pensamento (FLECK, 2010, p. 110).

Já a Circulação Intercoletiva de Ideias ocorre entre integrantes do mesmo Círculo Esotérico, isto é, o círculo de especialistas de uma área, o qual possui um Estilo de Pensamento próprio, e mantém-se nesse Coletivo de Pensamento, por meio de processos mais ou menos coercitivos (LAMBACH; MARQUES, 2014).

Fleck (2010) esclarece que a Circulação Intercoletiva de Ideias ocorre entre pares, onde há um sentimento comum de solidariedade entre os indivíduos, além de uma reciprocidade de valores de pensamentos.

> [...] qualquer tráfego intercoletivo de pensamentos traz consigo um deslocamento ou uma alteração dos valores de pensamento. Do mesmo modo que a atmosfera comum dentro do coletivo de pensamento leva a um fortalecimento dos valores de pensamento, a mudança de atmosfera durante a migração intercoletiva provoca uma mudança desses valores em toda sua escala de possibilidade: da pequena mudança matizada, passando pela mudança completa do sentido até a aniquilação de qualquer sentido (o destino do absoluto dos filósofos no coletivo dos pesquisadores da natureza) (FLECK, 2010, p. 161).

Por fim, o conceito de Protoideia caracteriza as diretrizes do desenvolvimento do conhecimento. Fleck (2010) classifica como uma ideia pré-científica, na qual ocorre a transformação do pensamento, ou seja, as mutações no Estilo de Pensamento. Assim, com o passar dos anos vão se associando novas concepções, mas a ideia vaga inicial mostrava resquícios de direção para o novo conceito científico.

> Muitos fatos científicos e altamente confiáveis se associam, por meio de ligações evolutivas incontestáveis, as protoideias (pré-ideias) pré-científicas afins, mais ou menos vagas, sem que essas ligações pudessem ser legitimadas pelos conteúdos (FLECK, 2010, p. 64).

Desse modo, Fleck lançou o conceito de Protoideia como ideias que surgem remotamente e que são modificadas ao longo do tempo por meio de distintos Estilos de Pensamento. Como exemplo, a ideia de átomos (desde os pensamentos dos filósofos gregos até os nossos dias) ou a própria sífilis, na qual Fleck realizou um estudo de caso com abrangência de cinco séculos (do século XV ao XX), mostrando a importância do percurso histórico, bem como os fatores sociais para a construção do conhecimento científico (CONDÉ, 2017).

MÉTODO DE PESQUISA

Este trabalho possui abordagem qualitativa (SEVERINO, 2000; 2007). O tipo de pesquisa foi documental, pois foram utilizadas fontes primárias, caracterizando-se como documentos históricos, os quais não receberam tratamento analítico anterior. Como fontes primárias foram usadas quatro correspondências da Royal Society de Londres referente ao ano de 1676 (THE ROYAL SOCIETY, 1960). Para análise de dados foi utilizada a análise de conteúdo por Bardin (2016).

Segundo Urquiza e Marques (2016), a análise de conteúdo em termos gerais, analisa o que foi dito nos materiais escolhidos para análise e, também, busca classificar os conteúdos dos documentos em temas ou categorias para auxiliar na compreensão do que está por trás do discurso.

Em síntese, na análise de conteúdo ocorrem três fases: 1) a pré-análise, ou fase inicial, na qual ocorre a escolha e leitura flutuante do material coletado; 2) a exploração do material, na qual é realizado o recorte por meio de unidades de registros (categorização inicial). Nestas, observa-se quais são os acontecimentos mais recorrentes, o que mais se repete na sentença em análise. E por fim, 3) o tratamento dos resultados, inferência e interpretação, nas quais são observadas as unidades de contextos e os códigos provenientes da literatura (BARDIN, 2016).

Nesta análise, parte-se de categorias mais específicas, nomeadas pela subjetividade do pesquisador, para categorias mais abrangentes, chegando a categorias mais gerais (aqui as unidades de registros e de contextos são contempladas) (URQUIZA; MARQUES, 2016).

Como parte dos resultados, da inferência e interpretação dos documentos foram utilizados como categorias iniciais: Fato Científico, Coletivo de Pensamento, Estilo de Pensamento, Círculo Esotérico, Circulação Intercoletiva de Ideias e Protoideias ou pré-ideias, provenientes da epistemologia de Fleck (2010).

CONTROVÉRSIA NA HISTÓRIA DAS DISCIPLINAS MATEMÁTICAS: NEWTON *versus* LEIBNIZ

Golfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), nasceu em Leipzig, Alemanha. Bacharelou-se em Direito em sua cidade natal, mas teve grande interesse em Filosofia, Teologia e Matemática. Apesar de não ser graduado em Matemática, deixou seu legado e contribuições para esta área (SILVA; MORAIS; RUFINO, 2014).

> Na filosofia, ele desenvolveu um sistema de mônadas, cada uma individualidade autônoma, de Deus, o mais elevado, até o mais baixo, dentro de um sistema harmonioso abrangente. Isso envolveu uma busca por uma linguagem que como característica expressava o pensamento, e nisso ele é o precursor do tratamento axiomático da matemática no século XIX: suas descobertas no cálculo diferencial e integral datam do período de 1673-1677 e foram publicadas pela primeira vez em o *Acta Eruditorum* (1684). A controvérsia com Newton, sobre a prioridade da descoberta, desenvolveu-se na década de 1690 e veio à tona com a publicação do *Commercium Epistolicum*, compilado de cartas que estavam na posse de Collins, por um comitê da Royal Society em 1712 (THE ROYAL SOCIETY, 1959, p. 316) [Tradução nossa].

Por meio da lógica, Leibniz fundamentou a ciência de base empirista ao afirmar que é verdadeiro aquilo que pode ser provado, aquela cuja razão pode adicionar-se por resolução. Assim, sobre a reflexão a respeito da experiência para comprovação da verdade científica, Leibniz afirma que de duas maneiras se faz a resolução; ou das percepções (observações/ hipóteses) ou das experiências. Para as percepções não se necessita de provas, nem ao menos pressupõem-se uma nova proposição, e até o que percebo agora é verdade, o que percebo clara e distintamente é verdadeiro. A segunda pressupõe a verdade partindo-se do experimento. Ou seja, a experimentação é instrumento adequado para a busca da verdade, pois pode ser provado (LEIBNIZ, 1986).

Isaac Newton (1643-1727) nasceu no ano da morte de Galileu, em Lincolnshire, Inglaterra. Entrou para Trinity College, de Cambridge, em 1661, bacharelando-se em humanidades (filosofia natural e teologia) no ano de 1665. Doutorou-se em 1668. Foi membro do parlamento inglês, como representante de

Cambridge e diretor da casa Real da Moeda. Ocupou a presidência da Royal Society de 1703 até a sua morte, em 1727 (ANDERY *et al*., 2012; VARGAS, 2015).

De acordo com Evangelista (2011), durante o período da graduação, numa fase de dura condição social e de grande isolamento, Newton realizou muitas leituras. Entre estas: leu Galileu, a Bíblia, Descartes (geometria/óptica), além das leis de Kepler. Seus trabalhos, como 'De analysis', a respeito das Séries Infinitas, circularam entre matemáticos da Royal Society, como John Collins. Tal trabalho deu a Newton credibilidade e respeito naquela comunidade acadêmica.

Em síntese, Newton contribuiu para o avanço do conhecimento da matemática, teceu contribuições na astronomia, na óptica e na mecânica como lei do movimento dos corpos. Para Andery *et al*. (2012), uma das contribuições mais importantes de Newton que inclusive deixou uma marca na maneira de fazer ciência foi a intensa relação entre a matemática e a experimentação. Como exemplo, em **Óptica**, sua obra mais famosa, Newton propõem as hipóteses e as provas por meio do raciocínio e por experiências, utilizando para este fim definições, axiomas e demonstrações experimentais (NEWTON, 2017).

Segundo Evangelista (2011), no ano de 1711 inicia-se uma disputa pela prioridade do invento do cálculo diferencial e integral, em decorrência de uma solicitação de Leibniz junto à Royal Society. Contudo, como Newton era o presidente da Royal Society, muito provavelmente influenciou para que emitissem parecer em que Leibniz foi condenado à plágio.

PRIMEIRA CORRESPONDÊNCIA: DE LEIBNIZ PARA ROYAL SOCIETY

Em dois de maio de 1676, Leibniz escreve uma correspondência para a Royal Society, solicitando os estudos sobre as séries infinitas (duas em específico, sendo uma no eixo x para série do seno e outra no eixo z para o arco) de notáveis matemáticos (THE ROYAL SOCIETY, 1960).

> Visto que Gregory Mohr, um nativo da Dinamarca, que é muito habilidoso em geometria e análise, nos trouxe o que aprendeu com seu colega compatriota Collins, bem como o que havia sido comunicado a ele, uma expressão da relação entre o arco e o seno por meio das seguintes séries infinitas, x sendo escrito para o seno, z para o arco e unidade para o raio (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 4) [Tradução nossa].

As equações das Séries Infinitas de Interesse de Leibniz estão na Figura 1:

Figura 1 – Equações das Séries Infinitas

$$z = x + \tfrac{1}{6}x^3 + \tfrac{3}{40}x^5 + \tfrac{5}{512}x^7 + \tfrac{35}{1152}x^9, \quad \text{etc.,}^{(3)}$$

$$x = z - \tfrac{1}{6}z^3 + \tfrac{1}{120}z^5 - \tfrac{1}{5040}z^7 + \tfrac{1}{362880}z^9, \quad \text{etc.,}$$

Fonte: The Royal Society (1960, p. 4).

Leibniz manifesta interesse em saber mais detalhes sobre as soluções das equações das séries infinitas estudadas por outros matemáticos.

> Pardies continuou prometendo a solução de todas as equações, independentemente de equações com números exponenciais, pela ajuda de uma linha logarítmica. Da minha parte, duvido muito que isso seja possível.

> No que diz respeito à série infinita, eu posso obter (mas geralmente em um comprimento muito grande) valores por meio de séries infinitas para raízes irracionais de todas as equações, tanto puras quanto exponenciais, e, de uma maneira, para todas as quantidades que podem ser alcançadas aproximando-se a uma distância menor que a designada. No entanto, não duvido que alguns textos e dispositivos elegantes sejam conhecidos por seus próprios matemáticos que fizeram muito trabalho nesse assunto (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 4) [Tradução nossa].

As categorias 1. Fato Científico (Séries Infinitas); 2. Construção do conceito matemático (soluções das equações infinitas); 3. Estilo de Pensar de Leibniz, referente ao raciocínio lógico-matemático, estão descritas no Quadro 1:

Quadro 1 – Análise da primeira correspondência

Unidades de Registro	**Unidades de Contexto**	**Categorias**
Séries Infinitas	(...) uma expressão da relação entre o arco e o seno por meio das seguintes **séries infinitas**, x sendo escrito para o seno, z para o arco e unidade para o raio.	Fato Científico (Séries Infinitas)
	Eu gostaria muito de saber por qual método as raízes das equações podem ser exibidas por **séries infinitas**...	
	No que diz respeito à **série infinita**, eu posso obter (mas geralmente em um comprimento muito grande) valores por meio de **séries infinitas** para raízes irracionais de todas as equações...	
Prova	(...) a última série em particular possui uma certa elegância rara, por isso ficarei grato, ilustre senhor, se puder me enviar a **prova**.	Construção do conceito matemático (soluções das equações infinitas)
	(...) sobre os quais acredito ter escrito ao senhor há vários anos, embora sem anexar uma **prova**, a qual agora estou elaborando.	
Resolver equações	(...) e também como tabelas de senos e de logaritmos podem servir para **resolver equações**...	
Seno	(...) uma expressão da relação entre o arco e o **seno** por meio das seguintes séries infinitas, x sendo escrito para o **seno**, z para o arco e unidade para o raio.	
Logaritmo	(...) e também como tabelas de senos e de **logaritmos** podem servir para resolver equações...	
Pensamento	Em troca, o senhor terá meus próprios **pensamentos** sobre esse assunto...	Estilo de Pensar

Fonte: Autores (2020).

Como o Fato Científico em termos fleckianos pode ser compreendido como o objeto de pesquisa do cientista em seu contexto coletivo, demonstrado pelo interesse na elaboração e solução de problemas, identificamos que as Séries Infinitas foram o Fato Científico em comum de Leibniz, Gregory, Collins, Newton.

Dessa maneira, tendo o mesmo objeto de pesquisa, Leibniz aproxima-se do Coletivo e Estilo de Pensamento dos matemáticos ingleses.

Quanto à construção do conceito matemático, observa-se que Leibniz buscava conhecer o estado do conhecimento sobre as soluções das equações infinitas daqueles matemáticos. Ao se corresponder, Leibniz procurava compreender a solução das equações infinitas dos matemáticos ingleses para então explanar um pensamento muito particular a respeito. Leibniz acreditava que a solução prévia dada por P. Pardies não era possível. Assim, conhecer meios de soluções adotadas por outros matemáticos, como a tabela de senos ou a linha logarítmica, poderia ajudá-lo a construir soluções para as Séries Infinitas. Para consolidações de pensamentos, era necessário que Leibniz estivesse inserido no Círculo Esotérico, o círculo de especialistas na área, e em meio à Circulação Intercoletiva de Ideias.

SEGUNDA CORRESPONDÊNCIA: DE COLLINS PARA LEIBNIZ

Em maio de 1676, Collins envia uma resposta para Leibniz. Em nota anterior, há o relato que James Gregory havia falecido em outubro de 1675. Em decorrência disto, Collins estava preparando um memorando e assim, o chamou de '*Historiola*', contando breves detalhes da obra matemática de seu amigo Gregory (THE ROYAL SOCIETY, 1960).

Collins comenta a Leibniz, que até o momento, as séries que eles tinham eram decorrentes da produção engenhosa do senhor Gregory, bem como qualquer uma das séries de Newton. Collins ainda relata que o Sr. Gregory, ao ouvir sobre as séries que o Sr. Newton havia feito, sentiu interesse em olhá-las para observar o quanto suas séries estavam de acordo ou o quanto havia de diferenças.

Em relação a série pedida por Leibniz, Collins relata uma série específica do Sr. Newton, enviada ao Sr. Gregory por volta de março de 1670. Tratava-se de uma série para encontrar a área de um círculo.

> Atendendo aos seus pedidos, houve uma série do Sr. Newton enviou-o aproximadamente em março de 1670, visando encontrar a área de uma zona de um círculo colocando r para raio e b para a largura (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 19) [Tradução nossa].

Newton teria atendido a um pedido de um aluno seu, o qual estudava matemática e tinha interesse em criar uma tabela. De acordo com Collins, o Sr. Gregory ficou curioso para ver essa criação da tabela.

> A razão pela qual uma série dessa natureza foi enviada a ele, e não de outro tipo, foi porque um senhor John Smith, um estudante de matemática, estava fazendo um esforço em criar uma tabela de áreas de um círculo, para facilitar a administração, a construção de tal tabela pode, talvez, ser rendido as contemplações das lições do senhor Gregory (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 19) [Tradução nossa].

Em uma carta de 17 de maio de 1671, sobre encontrar a Área de um segmento de círculo, Collins acrescenta:

> Eu sei que os Segmentos do Círculo são de grande utilidade na prática, mas se o Segmento for pequeno, a série de Newton na qual me enviaste não está pronto para uso, e, portanto, pode-se fazer uso deste (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 19) [Tradução nossa].

As equações das Séries em uma área de um segmento de círculo, acrescentado por Collins, estão representadas na Figura 2:

Figura 2 – Equações das Séries Infinitas

$$\left.\begin{matrix}\text{Erit Segmentum}\\ \text{Circulare}\end{matrix}\right\} = \frac{4ba}{3} - \frac{2a^3}{5b} - \frac{a^5}{14b^3} - \frac{a^7}{36b^5} - \frac{5a^9}{352b^7} - \frac{7a^{11}}{832b^9} - \&c.$$

$$\left.\begin{matrix}\text{Eritque ejus}\\ \text{arcus integer}\end{matrix}\right\} = 2b + \frac{a^2}{3b} + \frac{3a^4}{20b^3} + \frac{5a^6}{56b^5} + \frac{35a^8}{576b^7} + \frac{63a^{10}}{1408b^9} + \&c.$$

Fonte: The Royal Society (1960, p. 19).

Collins termina a correspondência dizendo que o Sr. Gregory desejava realizar um método geral para encontrar equações em curvas geométricas.

> Senhor Gregory começou a escrever para considerar um método geral, para encontrar quais equações são resolvidas pela queda ordinária das intersecções de quaisquer duas Seções cônicas ou de curvas geométricas superiores, sobre os eixos paralelos de ambas as figuras, sendo essas figuras determinadas, e supostamente desenhadas em qualquer posição ao bel prazer [...] (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 19) [Tradução nossa].

As categorias 1. Fato Científico [série (es)]; 2. Autor das Séries (Newton); 3. Figuras geométricas (solução das séries) e 4. Construção do conceito matemático estão descritas no Quadro 2:

Quadro 2 – Análise da segunda correspondência

Unidades de Registro	Unidades de Contexto	Categorias
Série(s)	Até agora, as **séries** que tivemos foram próprias da engenhosidade produzida pelo senhor Gregory, tanto quanto qualquer uma das **Séries** do Sr. Newton.	Fato Científico [Série(s)]
	Atendendo aos seus pedidos, houve uma **série** do Sr. Newton enviou-o, aproximadamente em março de 1670.	
	(...) em algumas de suas cartas estava desejando ver qualquer **série** do Sr. Newton para comparar com a sua própria, para buscar os acordos ou diferenças entre eles.	
	A razão pela qual uma **série** dessa natureza foi enviada a ele, e não de outro tipo, foi porque um senhor Jonh Smith, um estudante de matemática, estava fazendo um esforço em criar uma tabela de áreas de um círculo.	
	O senhor Newton comunicou a mesma **série** antes, mas não foi enviado para o senhor Gregory.	
Newton	(...) houve uma série do Sr. **Newton** enviou-o aproximadamente em março de 1670.	Autor das Séries (Newton)
Área (s)	visando encontrar a **área** de uma zona de um círculo colocando r para raio e b para a largura.	Figuras Geométricas
	estava fazendo um esforço em criar uma tabela de **áreas** de um círculo.	

Círculo	Eu sei que o segmento de **círculo** tem grande uso na prática.	
	estava fazendo um esforço em criar uma tabela de áreas de um **círculo**.	
Método	Senhor Gregory começou a escrever para considerar um **método** geral, para encontrar quais equações são resolvidas (...)	Construção do conceito matemático

Fonte: Autores (2020).

As categorias que coincidem com a correspondência anterior são ‘Fato Científico’ e ‘Construção do conceito matemático’. Esta última ficou marcada pelo fato de o Sr. Gregory ter a intenção de desenvolver um método geral, usando Série(s) como equação para solução de figuras geométricas. O objeto de pesquisa de Gregory e Newton, se aproxima ao de Leibniz, porém, as terminologias utilizadas são diferentes. Enquanto para Leibniz são Séries Infinitas, observa-se nesta segunda carta que o uso da palavra Série está relacionado às equações para figuras geométricas. Em termos fleckianos, está ocorrendo nestes diálogos a Circulação Intercoletiva de Ideias. As categorias diferenciais nesta carta foram ‘Figuras Geométricas’ (área do círculo, cônicas etc.) e ‘Autor das Séries’, uma vez que representam o estado do conhecimento dos matemáticos britânicos. Percebe-se maior preocupação em relacionar a Série como solução de problemas geométricos. Collins tornou o nome de Newton conhecido a Leibniz.

TERCEIRA CORRESPONDÊNCIA: DE NEWTON PARA LEIBNIZ

A terceira correspondência foi uma resposta de Newton para Leibniz sobre as Séries Infinitas, datada em 13 de junho de 1676. Newton inicia seu discurso comentando que o senhor Leibniz foi modesto ao solicitar o método inglês de resolver as séries, e demonstra estar intrigado com o método de Leibniz para solução das séries, acreditando que ele tenha métodos tão bons, se não melhores que os deles (THE ROYAL SOCIETY, 1960).

> Embora a modéstia de Leibniz, nos trechos de sua carta que me enviaram recentemente, seja uma grande homenagem aos nossos compatriotas por uma certa teoria de séries infinitas, sobre as quais não conversamos ainda. Não tenho dúvidas de que ele descobriu, não apenas um método para reduzir quaisquer quantidades para tais séries, como ele afirma, mas também várias formas reduzidas, talvez como as nossas, se não melhores. Entretanto, ele quer muito saber o que foi descoberto neste assunto pelos ingleses, e desde que eu mesmo me deparei com essa teoria alguns anos atrás, eu lhe enviei algumas dessas coisas que me ocorreram para satisfazer seus pedidos, pelo menos em parte (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 32) [Tradução nossa].

De maneira geral, Newton descreve as frações reduzidas às Séries Infinitas por divisão, comenta pela primeira vez sobre o teorema binominal, sobre as áreas e comprimentos de curvas, os volumes e superfícies de sólidos ou de quaisquer segmentos de tais figuras, aplicadas a curvas mecânicas. Realiza comentários inclusive, sobre seno, inverso de seno, o arco, sobre a elipse de Kepler, sobre hipérbole, assíntota, dentre outros detalhes. A seguir foram colocadas algumas figuras para maiores detalhes do que foi descrito por Newton.

> Frações são reduzidas às séries infinitas por divisão; e quantidades radicais por extração das raízes, realizando essas operações nos símbolos exatamente como são normalmente realizadas em números decimais. Estes são os fundamentos dessas reduções: mas as extrações das raízes são muito encurtadas por este teorema (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 32) [Tradução nossa].

Newton começa a explicar a notação matemática de potência para simplificação de escrita, como por exemplo, ao invés de escrever aa, aaa, etc., escreve-se a^2, a^3, etc. Também, ao invés de escrever $1/a^2$, $1/a^3$ etc., escreve-se a^{-2}, a^{-3}, entre outros exemplos.

> Como as áreas e comprimentos de curvas, os volumes e superfícies de sólidos ou de quaisquer segmentos de tais figuras, e seus centros de gravidade são determinados a partir de equações reduzidas a séries infinitas, e como todas as curvas mecânicas também podem ser reduzidas a equações semelhantes de série infinita, e, portanto, os problemas sobre eles resolvidos apenas como se fossem geométricas, tudo isso levaria muito tempo para descrever (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 35) [Tradução nossa].

Newton descreve o uso das séries infinitas em figuras geométricas e em seguida, comenta aplicações nas curvas mecânicas. Outro exemplo do uso da matemática para resolver aplicações de fenômenos naturais, foi para a resolução do problema de Kepler.

Segundo Evangelista (2011), Johannes Kepler (1571-1630) imaginou, num primeiro momento, que a órbita não circular fosse uma ovoide, porém não conseguiu trata-la matematicamente, supondo a elipse. Newton prosseguiu os estudos de Kepler e demonstrou que os pontos extremos da órbita elíptica (periélio e afélio) é exato para a órbita circular, constatado pela conservação do momento angular.

A solução do problema de Kepler é apresentada na Figura 4:

Figura 4 – Demonstração da solução do problema de Kepler, por meio da elipse

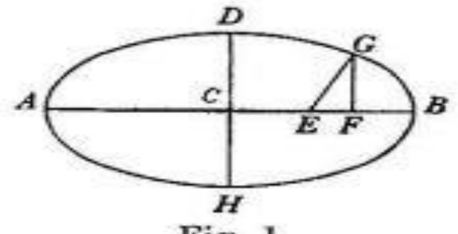


Fig. 1

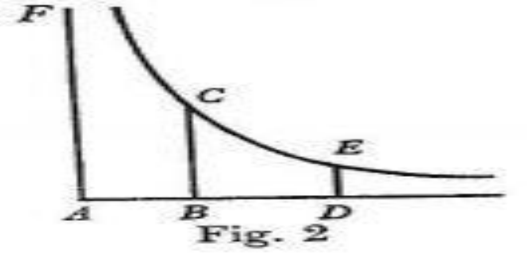
Fonte: The Royal Society (1960, p. 36).

> Se em um eixo AB da elipse ADB (cujo centro é C e o outro eixo é DH) deixe qualquer ponto E ser dado, sobre o qual a linha reta EG, encontrando a elipse em G, é transportada em movimento angular; e a área do setor elíptico BEG sendo dada, é requerida a linha reta GF que é largada normalmente ao eixo AB do ponto G; seja BC = q, DC = r, EB = t e seja z duas vezes a área BEG. E assim o problema astronômico de Kepler pode ser resolvido. Aqui os coeficientes numéricos dos termos mais altos estão em progressão harmônica, e os coeficientes numéricos de todos os termos mais baixos em qualquer coluna resultam em multiplicar continuamente o coeficiente numérico do termo mais alto pelos termos dessa progressão (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 36) [Tradução nossa].

R. bras. Ens. Ci. Tecnol., Ponta Grossa, v. 13, n. 3, p. 300-323, set./dez. 2020.

O próximo comentário relevante é que “o mesmo que foi dito para a elipse pode facilmente ser adaptado para a hipérbole”, mudando o sinal de C e em diferentes graus, como exposto. Tal demonstração é apresentada na Figura 5:

Figura 5 – Demonstração de uma hipérbole que leva a uma assíntota



Fonte: The Royal Society (1960, p. 36).

> Além disso, se CE é uma hipérbole, da qual as assíntotas AD, AF, formam o ângulo direito FAD, e BC, DE são desenhados em qualquer lugar perpendicular à DA para atender a hipérbole em C e E; e AB é chamado a, BC, de área BCED, z então onde os coeficientes dos denominadores são obtidos pela multiplicação continuada dos termos dessa progressão aritmética, 1, 2, 3, 4, 5. E, portanto, de um determinado logaritmo, o número correspondente a ele pode ser encontrado (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 37) [Tradução nossa].

Newton descreve outras implicações para as séries quando tratadas ao infinito em sólidos.

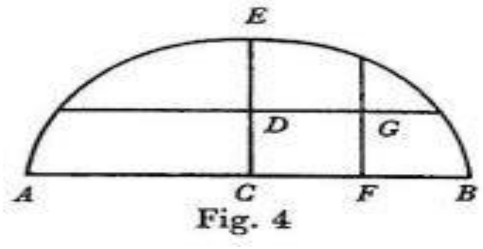
> [...] e assim ao infinito. E da mesma forma os segmentos de outros sólidos podem ser descritos, e seus valores podem às vezes ser convenientemente continuados ao infinito por certas séries numéricas (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 37) [Tradução nossa].

Isaac Newton ainda relata alguns problemas matemáticos relacionados à redução das equações infinitas.

> Uma coisa, no entanto, devo acrescentar: depois que qualquer problema é reduzido a uma equação infinita, várias aproximações para uso em mecânica podem ser feitas com quase nenhum problema, mas quando procuradas por outros métodos elas geralmente custam muito trabalho e perda de tempo. Disso, os tratados de Huygens e de outros sobre a quadratura do círculo podem dar um exemplo (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 37) [Tradução nossa].

Em seguida, Newton descreve a quadratura do círculo, estudo este iniciado por Huygens. Tal descrição está na Figura 6:

Figura 6 – Quadratura do círculo por Huygens



Fonte: The Royal Society (1960, p. 38).

> Então, a linha reta GBE cortará um comprimento AE da tangente tão próximo quanto possível, semelhante à elipse ou ao arco hiperbólico AB, desde que esse arco não seja muito grande. E para a área do segmento hiperbólico BbA, em DP tomar DM = $3AD^2$ / 4AK, e em D e M erguer as perpendiculares Db, MN encontrando o semicírculo descrito no diâmetro AP. Então, será quase ou, mais próximo a BbA, se apenas forem iguais a DM (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 38) [Tradução nossa].

As categorias 1. Fato Científico (séries infinitas); 2. Contexto matemático inglês (referente às reduções das equações das séries infinitas) e 3. Concepção empirista de ciência (concepção de ciência de Newton) estão no Quadro 3:

Quadro 3 – Análise da terceira correspondência

Unidades de Registro	Unidades de Contexto	Categorias
Séries Infinitas	(...) uma certa teoria de **séries infinitas**	Fato Científico
Reduzir (derivados)	(...) não apenas um método para **reduzir** quaisquer quantidades para tais séries, como ele afirma, mas também várias formas **reduzidas**, talvez como as nossas, se não melhores.	Contexto matemático inglês (reduções das equações das Séries Infinitas)
	Estes são os fundamentos dessas **reduções** (...)	
	Frações são **reduzidas** a séries infinitas por divisão (...)	
	(...) e como todas as curvas mecânicas também podem ser **reduzidas** a equações semelhantes de série infinita.	
	depois que qualquer problema é **reduzido** a uma equação infinita.	
Kepler	E assim o problema astronômico de **Kepler** pode ser resolvido.	
Huygens	(...) os tratados de **Huygens** e de outros sobre a quadratura do círculo podem dar um exemplo.	
Elipse	Se em um eixo AB da **elipse** ADB (cujo centro é C e o outro eixo é DH) deixe qualquer ponto E ser dado (...)	
	Então, a linha reta GBE cortará um comprimento AE da tangente tão próximo quanto possível, semelhante à **elipse**.	
Hipérbole	(...) se CE é uma **hipérbole**, da qual as assíntotas AD, AF, formam o ângulo direito FAD, e BC, DE são desenhados em qualquer lugar perpendicular à DA para atender a **hipérbole** em C e.	
Descobrir (derivados)	Não tenho dúvidas de que ele **descobriu** (...)	Concepção empirista de ciência (Concepção de ciência de Newton)
	Entretanto, ele quer muito saber o que foi **descoberto** neste assunto pelos ingleses	
	Não tenho dúvidas de que ele descobriu, não apenas um **método** para reduzir quaisquer quantidades para tais séries (...)	

Fonte: Autores (2020).

Ao apresentar o contexto matemático inglês a Leibniz, Newton o estava inserindo no seu Círculo Esotérico (de especialistas na área). Assim, Leibniz estava conhecendo o Coletivo e Estilo de Pensamento da matemática local, as notações exponenciais (a^2, a^3), raízes ($a^{1/2}$, $a^{3/2}$, $a^{5/2}$), termos das séries (A, B, C, D, ...), além de aplicações das Séries Infinitas, especialmente nas figuras geométricas. Apresentou também os conceitos já solidificados no campo matemático, como a solução de Kepler.

Na categoria ‘concepção empirista de ciência’, Newton revela como entende a Natureza da Ciência. Nota-se que ao utilizar a unidade de registro “descobriu”, Newton demonstra a importância de feitos e estudos de um único cientista. Contudo, como colocado por Fleck (2010) é necessário considerar o conhecimento como uma construção coletiva e não de maneira individualizada. Nesta perspectiva, Fleck é justamente oposto à ideia de “descobridor”.

Outra unidade de registro que revela a concepção de ciência empírica para Newton, é a palavra “método”. No contexto desta carta, ele remete a ideia de um método capaz de reduzir as equações das séries infinitas e assim, solucionar o problema dos matemáticos ingleses. Newton demonstra preocupação de sempre aplicar soluções matemáticas para os fenômenos naturais.

QUARTA CORRESPONDÊNCIA: DE LEIBNIZ PARA NEWTON

Em resposta a Newton, em 27 de agosto de 1676, Leibniz comenta suas impressões, dá alguns pareceres sobre seus pensamentos e demonstra interesse em receber cartas mais frequentemente também de outros cientistas, tal como Boyle, o físico-químico (THE ROYAL SOCIETY, 1960).

Robert Boyle (1627-1691) nasceu na Irlanda, em família nobre, e se dedicou à ciência e à teologia. Nesse sentido, Boyle buscou conhecer Deus por meio de suas obras naturais. Desse modo, demonstrou intensa afinidade com a alquimia, sendo responsável pelos primeiros estudos da química, tal como a conhecemos na ciência ocidental (ZATERKA, 2002). O ápice do seu estudo químico foi a publicação do livro **O Químico Cético**, em 1661. Neste, Boyle introduziu o conceito de elemento químico, a partir de ideias anteriores da alquimia e dos elementos de Aristóteles. O conceito de elemento químico definido por Boyle é um conhecimento aplicado até os nossos dias (EVANGELISTA, 2014; FARIAS, 2013).

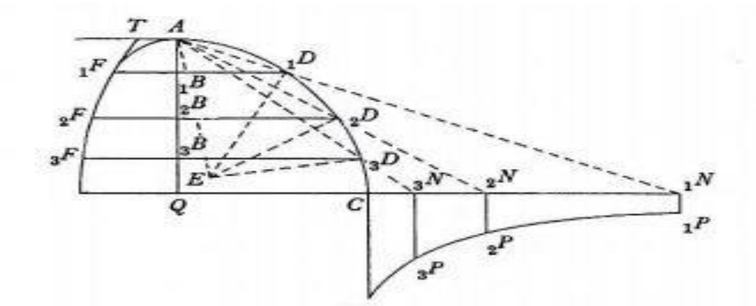
Para Farias (2013), Boyle visualizou a Química como uma ciência independente da medicina e da alquimia, introduzindo o rigor do método experimental nesta ciência. De acordo com Zaterka (2002), Boyle tornou-se conhecido pelas descrições dos experimentos escritos em linguagem popular, acessível às pessoas comuns. “A falta de uso de uma linguagem matemática como forma de expressão e a paixão de Boyle pela Química o destoavam daquele colegiado da Royal Society, entre eles matemáticos e astrônomos” (ALFONSO-GOLDFARB, 2001, p. 165). Possivelmente, o método experimental de Boyle chamou atenção dos demais pesquisadores, a tal ponto que deixou Leibniz curioso para conhecê-lo por meio das correspondências.

Em relação à correspondência trocada com Newton, segundo The Royal Society (1960), primeiramente Leibniz comenta sobre as suspeitas de que ele desejaria informações para escrever seus trabalhos. Após, Leibniz deixa claro que deseja estar inserido nas discussões da ciência desenvolvida pela Royal Society, pois declara que nas correspondências de Newton há mais análises do que as publicações sobre o mesmo assunto.

> [...] se por acaso o senhor estiver temeroso por qualquer suspeita injusta de que eu desejaria ocultar o benefício de sua carta como uma ajuda para meus escritos. Sua carta contém ideias mais numerosas e mais notáveis sobre a análise do que muitos volumes espessos publicados sobre esses assuntos. Por esta razão, agradeço-lhe, bem como aos ilustríssimos Newton e Collins, por me deixar participar de tantas excelentes especulações. As descobertas de Newton são dignas de seu gênio, que é tão abundantemente manifestado por esses experimentos ópticos. Seu método de obter as raízes das equações e as áreas de figuras por meio de séries infinitas é bem diferente do meu, de modo que se pode imaginar a diversidade de caminhos pelos quais se pode chegar à mesma conclusão (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 65) [Tradução nossa].

Leibniz comenta sobre o método geral de transformações, o qual serve não apenas para séries e aproximações infinitas, mas também para soluções geométricas e infinitas. Solicita assim, que não seja negado a ele as "descobertas" brilhantes pelo grupo inglês. Em seguida, Leibniz mostra sua forma de resolver os problemas de séries infinitas, no qual ele aprecia a elegância das figuras geométricas. Tal descrição está na Figura 7:

Figura 7 – Demonstração para encontrar a área de uma curva



Fonte: The Royal Society (1960, p. 66).

> A base da informação é esta: em uma determinada figura, com inúmeras linhas desenhadas de qualquer maneira (desde que sejam desenhadas de acordo com alguma regra ou lei), pode ser resolvida em partes, e que as partes - ou outras iguais a elas - quando remontada em outra posição ou outra forma, compõe outra figura, equivalente à primeira ou da mesma área, mesmo que a forma seja bem diferente; onde, de várias formas, as quadraturas podem ser alcançadas, sejam elas absolutas ou hipotéticas, geométricas ou expressas aritmeticamente por uma série infinita (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 66) [Tradução nossa].

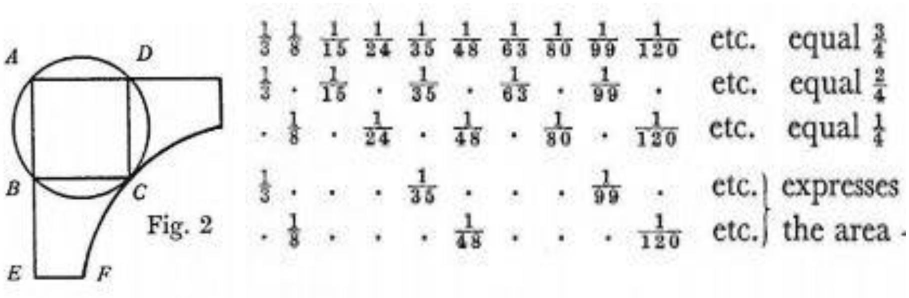
Leibniz tece comentários sobre seguir o rigor do método científico para se alcançar a resolução desejada e sugere uma aplicação para tal feito.

> Todos esses passos são tais que ocorrem imediatamente a qualquer um que proceda metodicamente sob a orientação da própria natureza; e eles contêm o verdadeiro método dos indivisíveis como geralmente concebidos e, até onde eu sei, até então não expostos com universalidade suficiente. Pois não apenas linhas retas paralelas e convergentes, mas quaisquer outras linhas também, retas ou curvas, que são construídas por uma lei diferente podem ser aplicadas à resolução; mas aquele que compreendeu a universalidade do método julgará quão grandes e quão abstratos são os resultados que podem ser obtidos: pois é certo que todas as quadraturas até então conhecidas, absolutas ou hipotéticas, são apenas espécimes limitados disso. Agora, entretanto, deve ser suficiente apresentar uma aplicação ao assunto em discussão, a saber, a série infinita, e uma maneira de transformar uma dada

> figura em outra figura equivalente racional à qual o método de Mercator se aplica (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 67) [Tradução nossa].

Leibniz explica que seu método para redução das equações de Séries Infinitas é um pouco diferente do método utilizado por Newton e demais matemáticos. Para tal redução, Leibniz propõe sobrepor uma figura a outra, de modo que uma figura geométrica fique circunscrita em outra. Assim, reduz-se qualquer figura a séries infinitas, até mesmo pela extração das raízes de maiores potências (método utilizado por Newton). Tal redução está na Figura 8:

Figura 8 – Método de redução das equações das Séries Infinitas



Fonte: The Royal Society (1960, p. 68).

Leibniz insiste em explicar o seu interesse por conhecer as pesquisas de Newton. Comenta os pontos de estudo que deseja pesquisar, pois este não havia esclarecido em sua correspondência a origem do teorema, por exemplo.

> Diversas outras coisas poderiam ser mencionadas, o que talvez não nos rendesse a elas em elegância e exatidão, mas estou tão constituído que, geralmente, depois de detectar métodos gerais, estou contente em ter o assunto em meu poder e de bom grado deixar o resto para outras pessoas; pois todas estas coisas não são de grande valor, a menos que aperfeiçoem a arte da descoberta e cultivem a mente. Se alguns pontos forem considerados bastante obscuros, ficarei feliz em elucidá-los, e também explicarei como esse método poderia fornecer as raízes de equações, não importa a potência da raiz, por uma série infinita sem e processo de extração; e isso sem dúvida parecerá notável. Mas, também gostaria que o ilustríssimo Newton explicasse alguns assuntos mais detalhadamente, como a origem do teorema que ele coloca no começo, e também a maneira pela qual ele encontra as quantidades *p*, *q*, *r* em suas operações, e finalmente, de que maneira ele procede no método das regressões, como quando ele requer um número de seu logaritmo; pois ele não explica como é derivado de seu método. Eu ainda não tive a chance de ler sua carta, eu poderia obter alguns dos resultados que ele suprimiu. Mas seria melhor que o próprio Newton preferisse fornecê-los, pois posso acreditar que somente ele poderia escrever de forma a nos transmitir alguma instrução notável - um homem notável, como ele obviamente é, em ideias esplêndidas (THE ROYAL SOCIETY, 1960, p. 69) [Tradução nossa].

As categorias 1. Cientista notório (Newton); 2. Concepção Empirista de Ciência (rigor científico); 3. Redução das Séries Infinitas (método de Leibniz) e 4. Emergência do Fato Científico estão no Quadro 4:

R. bras. Ens. Ci. Tecnol., Ponta Grossa, v. 13, n. 3, p. 300-323, set./dez. 2020.

Quadro 4 – Análise da quarta correspondência

Unidades de Registro	Unidades de Contexto	Categorias
Newton	(...) bem como aos ilustríssimos **Newton** e Collins, por me deixar participar de tantas excelentes especulações.	Cientista notório (Newton)
	As descobertas de **Newton** são dignas de seu gênio.	
	Mas, também gostaria que o ilustríssimo **Newton** explicasse alguns assuntos mais detalhadamente, como a origem do teorema que ele coloca no começo (...)	
	Mas seria melhor que o próprio **Newton** preferisse fornecê-los, pois posso acreditar que somente ele poderia escrever de forma a nos transmitir alguma instrução notável - um homem notável, como ele obviamente é, em ideias esplêndidas.	
Método	(...) e também explicarei como esse **método** poderia fornecer as raízes de equações	Concepção Empirista de Ciência (rigor científico)
	(...) e finalmente, de que maneira ele procede no **método** das regressões	
	(...) pois ele não explica como é derivado de seu **método**.	
	(...) e eles contêm o verdadeiro **método** dos indivisíveis como geralmente concebidos e, até onde eu sei, até então não expostos com universalidade suficiente	
	mas aquele que compreendeu a universalidade do **método** julgará quão grandes e quão abstratos são os resultados que podem ser obtidos.	
	(...) à qual o **método** de Mercator se aplica.	
Figura	(..) e uma maneira de transformar uma dada **figura** em outra **figura** equivalente racional.	Redução das Séries Infinitas
	em uma determinada **figura**, com inúmeras linhas desenhadas de qualquer maneira	
Série infinita	Quando remontada em outra posição ou outra forma, compõe outra **figura**, equivalente à primeira ou da mesma área.	Emergência do Fato científico
	Deve ser suficiente apresentar uma aplicação ao assunto em discussão, a saber, a **série infinita.**	
	(...) não importa a potência da raiz, por uma **série infinita** sem e processo de extração	
Séries infinitas	Seu método de obter as raízes das equações e as áreas de figuras por meio de **séries infinitas** é bem diferente do meu, de modo que se pode imaginar a diversidade de caminhos pelos quais se pode chegar à mesma conclusão.	

Fonte: Autores (2020).

Nota-se aqui a preocupação de Leibniz em saber as origens do teorema que Newton estava pesquisando. Nota-se que ambos tinham o mesmo objeto de estudo, buscavam a redução das Séries Infinitas a partir de métodos matemáticos.

Como colocado por Fleck (2010), a ciência é uma instituição genuinamente democrática, assim permite a busca sem preconceitos pelos pressupostos científicos na base de procedimentos e métodos negociáveis entre partes que as constroem. Talvez, Leibniz estivesse mais aberto a um trabalho cooperativo, uma vez que buscava produzir conhecimento e ainda não era tão reconhecido na academia científica como Newton. Assim, compreende-se que ao querer ter acesso ao conhecimento matemático inglês, Leibniz estava em busca de procedimentos e métodos negociáveis.

Em relação à 'concepção empirista de ciência', considera-se que Leibniz tem a mesma concepção de ciência que Newton, pois enfatiza as palavras "descobriu" e "um método". Embora buscasse uma construção em relação ao conhecimento das Séries Infinitas, Leibniz compreendeu o modo newtoniano de fazer ciências, por meio da matemática e da experimentação.

A terceira categoria intitulada como 'Redução das Séries Infinitas' reflete a proposta de solução das séries a partir de figuras geométricas, método matemático correspondente ao Fato Científico sob perspectiva fleckiana.

A última categoria foi chamada de 'Emergência de um Fato Científico', porque a partir das Séries Infinitas foi possível a Leibniz se aproximar da construção do pensamento matemático sobre o cálculo infinitesimal. Leibniz aplicou o princípio das Séries Infinitas, considerando um cálculo por aproximação, por exemplo considerou grandezas incomparáveis, como se fossem comparáveis. Leibniz aplicou seus raciocínios desenvolvidos por meio da lógica para propor um novo estado do conhecimento matemático (LEIBNIZ, 1986).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo trazer uma reflexão sobre a construção coletiva do conhecimento sobre as Séries Infinitas. Para tanto foram analisadas quatro correspondências da Royal Society, nas quais contemplam informações trocadas por Leibniz e Newton no ano de 1676 (THE ROYAL SOCIETY, 1960).

Tal análise nos permite inferir que a construção do conhecimento sobre as reduções das equações das Séries Infinitas, base para o desenvolvimento do cálculo infinitesimal, não ocorreu individualmente, mas sim por meio de contribuições, esforços e estudos de Leibniz, Newton etc. Constituindo-se desse modo, dependente socialmente, visto que era preciso para Leibniz pertencer ao mesmo Coletivo e Estilo de Pensamento dos matemáticos ingleses para que fosse possível emergir um novo Fato Científico, por meio de uma linguagem matemática e científica que fosse aceita pela Royal Society e demais comunidades científicas.

Considerando a emergência de um Fato Científico como uma construção social do pensamento coletivo, depreendemos que todo conhecimento é uma atividade social, não apenas por cooperação, mas porque este é sempre baseado em conhecimento e habilidades circuladas de ideias anteriores. Além disso, dependem do contexto histórico e da cultura da sociedade na qual o Coletivo está inserido. Nesse sentido, percebemos que Leibniz estava se inserindo na Circulação Intercoletiva de Ideias ao iniciar as trocas de correspondências. Começando, desse modo, a conhecer o estado do conhecimento dos matemáticos ingleses a partir do ano de 1676. Momento decisivo para o nascimento do cálculo diferencial e integral, pois o período em que Leibniz realizou a construção desta disciplina datam de 1673 a 1677, de acordo com The Royal Society (1959).

A partir da epistemologia de Fleck (2010), que compreende o conhecimento como uma construção coletiva, entende-se que não somente Leibniz e Newton estudaram as Séries Infinitas, mas também Gregory, Collins, e outros matemáticos que juntos foram consolidando os conceitos matemáticos e suas aplicações para o campo científico, especialmente para a física.

E mais, trabalhos historiográficos da ciência, como as correspondências da Royal Society, podem contribuir para o Ensino de Ciências, no sentido de possibilitar a compreensão sobre o processo de construção da ciência (BELTRAN; SAITO; TRINDADE, 2010). Possibilitando romper com imagens de mitos ou gênios na ciência, onde nomes como Newton e Leibniz se sobrepõem ou até mesmo apagam outros nomes que igualmente trabalharam para que aquele conhecimento fosse construído. Como exemplo, Gregory apresentou “as séries” a Leibniz, ou seja, o Fato Científico dos matemáticos ingleses e deste modo, foi o primeiro a questionar outras maneiras de redução das séries para figuras geométricas. Collins, matemático inglês, tornou o nome de Newton conhecido a Leibniz ao apresenta-lo na correspondência, sendo o primeiro matemático a demonstrar interesse em responder Leibniz.

THE COLLECTIVE CONSTRUTION OF INFINITES SERIES BY LEIBNIZ AND NEWTON

ABSTRACT

The science teaching traditionally presents science products and not the process of construction of scientific knowledge. In this way, students generally receive a scientific education based on the results of already established scientific theories. However, an understanding of nature of science will be absent without an history and without an epistemology that clarifies how scientific facts were constructed. This paper aims to bring a reflection on the collective construction of scientific knowledge. In this way, some correspondences between Leibniz and Newton are analyzed, through which on tries to understand how knowledge was constructed in relation to the infinite series. The emphasis on the collective construction of scientific knowledge is based on the epistemology of Ludwik Fleck (1897-1961), which is based on the perspective that science is a social and collective construction and is therefore not the result of the individual actions of scientists. We used documentary research and data analysis performed through content analysis by Bardin (2016). Finally, as a result, the contributions of other mathematicians, in addition to Newton, to the constitution of a new Style of Thought and consequent influence in mathematical disciplines from the 17th century to the present day, can be characterized by the Fleckian categories Intercollective Circulation of Ideas and Proideias.

KEYWORDS: History of Science. Ludwik Fleck. Infinites Series. Newton. Leibniz.

REFERÊNCIAS

ALFONSO-GOLDFARB, A. M. **Da alquimia à química**. São Paulo: Landy Editora, 2001.

ANDERY, M. A. **Para compreender a ciência: uma perspectiva histórica**. Rio de Janeiro: Garamond, 2012.

AULER, D.; DELIZOICOV, D. Alfabetização científico tecnológica para quê? **Ensaio: Pesquisa em Educação em Ciências**. v.3, n.1, p. 122-134, jun. 2001.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Rio de Janeiro: Edições 70, 2016.

BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. S. P. **História da Ciência: Tópicos Atuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

CONDÉ, M. L. L. **Ludwik Fleck: estilos de pensamento na ciência**. Belo Horizonte: Fino Traço, 2012.

______. **Um papel para a história: o problema da historicidade da ciência**. Curitiba: UFPR, 2017.

______. Mutações no estilo de pensamento: Ludwik Fleck e o modelo biológico na historiografia da ciência. **Revista de Filosofia Moderna e Contemporânea**. Brasília, v. 6, n.1, p. 155-186, jul., 2018.

DELIZOICOV, D. *et al*. Sociogênese do conhecimento e pesquisa em ensino: contribuições a partir do referencial fleckiano. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**. Florianópolis, v. 19, número especial, p. 52-69, jun. 2002.

EVANGELISTA, L. R. **Perspectivas em história da física: dos babilônicos à síntese Newtoniana**. v. 1. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2011.

______. **Perspectivas em história da física: da física dos gases à mecânica estatística**. v. 2. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

FARIAS, R. F. **Para gostar de ler a história da química**. Campinas: Editora Átomo, 2013.

FLECK, L. **Gênese e desenvolvimento de um fato científico**. Belo Horizonte: Fabrefactum, 2010.

KUHN, T. S. **A estrutura das revoluções científicas**. São Paulo: Perspectiva, 2011.

LAMBACH, M.; MARQUES, C. A. Lavoisier e a influência nos estilos de pensamento químico: contribuições ao ensino de química contextualizada sócio historicamente. **Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciência**. v. 14, n. 1, 2014.

LEIBNIZ, G. W. **Investigaciones generales sobre el análisis de las nociones y las verdades** (1686). Introducción, Traducción y notas de Mauricio Beuchot; Alejandro Herrera Ibáñez. México: Instituto de Investigaciones Filosóficas, 1986.

NEWTON, I. S. (1642-1727). **Óptica**, Sir Isaac Newton. Tradução, introdução e notas André Koch Torres Assis. 1. Ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2017.

ROZENTALSKI, E. F. **Indo além da natureza da ciência: o filosofar sobre a química por meio da ética química**. 2018. 432f. Tese (Doutorado Ensino de Ciências) - Faculdade de Educação, Instituto de Física, Instituto de Química e Instituto de Biociências. São Paulo, 2018.

SASSERON, L. H.; CARVALHO, A. M. P. Alfabetização científica: uma revisão bibliográfica. **Investigações em Ensino de Ciência**, v. 16, n,1, p. 59-77, 2011.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 21 ed. São Paulo: Cortez, 2000.

______. A pesquisa na pós-graduação em educação. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, v. 1, n. 1, p. 31-49, set., 2007.

SILVA, J. R.; MORAIS, N. D.; RUFINO, M. A. S. As idealizações dos cálculos de Newton e Leibniz como organizadores prévios comparativos para a definição de derivada (calculus idealizations from Newton and Leibniz as advanced organizers for derivable´s definition). **Aprendizagem Significativa em Revista**/ Meaningful Learning Review. v. 4, n. 1, p. 57-71, 2014.

THE ROYAL SOCIETY. **The Correspondence of Isaac Newton**. London: Cambridge University Press. v. 1, 1661-1675. 1959. p. 313-317

______. **The Correspondence of Isaac Newton.** London: Cambridge University Press. v 2, 1676-1687. 1960. p.3-75

URQUIZA, M. A.; MARQUES, D. B. Análise de Conteúdo em termos de Bardin aplicada à comunicação corporativa sob o signo de uma abordagem teórico-empírica. **Entretextos**, Londrina, v. 16, n. 1, p. 115-144, jan./jun. 2016.

VARGAS, M. **A história da matematização da natureza**. São Paulo: Associação Brasileira de Geologia de Engenharia e Ambiental, 2015.

ZATERKA, L. Os limites do projeto epistemológico de Robert Boyle: as verdades acima da razão. **Caderno História e Filosofia da Ciência**. Campinas, v. 12, n. 1-2, p. 209-223, jan./dez., 2002.

Recebido: 03 jan. 2019.
Aprovado: 26 ago. 2020.
DOI: 10.3895/rbect.v13n3.9303
Como citar: SOUZA, I. L. N.; AIRES, J. A. A construção coletiva sobre as Séries Infinitas por Leibniz e Newton. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v.13, n. 3, p. 300-323, set./dez. 2020. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/9303>. Acesso em: XXX.
Correspondência: Isis Lidiane Norato Souza - isislidianenorato@gmail.com