RBECT
Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia

Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia
ISSN: 1982-873X

https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect

Da teoria de Piaget à construção de estratégias de cálculo mental para adição na obra Lógica do Cálculo

Andréia Pastore Frana
andreiapastore@gmail.com
0000-0002-7676-3552
Universidade Federal do Paraná, Campus Palotina, Palotina, Paraná, Brasil.

Danilene Gullich Donin Berticelli
danilene@ufpr.br
0000-0003-3051-4750
Universidade Federal do Paraná, Campus Palotina, Palotina, Paraná, Brasil.

Barbara Winiarski Diesel Novaes
barbaradiesel@gmail.com
0000-0002-7763-7777
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Campus Toledo, Toledo, Paraná, Brasil.

RESUMO

O artigo que se apresenta, busca compreender como as autoras da obra Lógica do Cálculo 2, se apropriaram de conceitos piagetianos, com destaque aos argumentos operatórios da identidade, compensação e reversibilidade, para proporem atividades que envolvam estratégias de cálculo mental da adição. O referencial-metodológico buscou aportes da História Cultural e História da educação matemática cuja questão central é compreender como ensinamos matemática da forma que ensinamos. Analisou-se o segundo volume da obra destinado aos alunos de 7-8 anos e que circulou nos anos 2000 no Estado do Paraná principalmente por meio de cursos de formação ofertados pelas autoras às prefeituras municipais. Por meio de categorias pré-estabelecidas analisou-se todas as atividades de adição do manual e percebeu-se que havia padrões que se repetiam. Para esse artigo considerou-se as três mais representativas. Apresentou-se brevemente uma construção histórica sobre a presença do cálculo mental em documentos norteadores da educação em vários períodos históricos, culminando com um olhar mais atento aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) em vigor no período de estudo. A pesquisa conclui que as atividades de adição favorecem o desenvolvimento do sentido do número por parte do aluno, bem como a construção dos argumentos operatórios necessários para o desenvolvimento do raciocínio lógico em crianças de 7-8 anos, ou seja, aquelas que se encontram na transição do pensamento pré-operatório para o pensamento lógico concreto.

PALAVRAS-CHAVE: Cálculo mental; Piaget; Argumentos operatórios; História da educação matemática.

INTRODUÇÃO

Diversas circunstâncias do nosso cotidiano requerem o uso do cálculo mental para resolver uma operação relacionada a alguma situação prática, como por exemplo, calcular ou conferir um troco, calcular a porcentagem de desconto em algum produto ou o dobro de ingredientes de uma receita, dentre tantas outras (PARRA, 1996). Essas situações permeiam o cotidiano nos dias atuais, mas podemos encontrar vestígios do cálculo mental em fontes históricas, indicando que sua presença na vida das pessoas e no ensino não é recente.

Livros didáticos, manuais pedagógicos utilizados por professores, currículos e diretrizes vigentes em cada período histórico, comprovam que o cálculo mental fez parte do ensino e da vida das pessoas por muito tempo, em alguns momentos de forma mais marcante e em outros menos, com finalidades que buscavam atender às demandas sociais de cada momento.

Ao estudar a História da educação matemática[1], não muito distante, encontramos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para as séries iniciais que "(...) o cálculo mental apoia-se no fato de que existem diferentes maneiras de calcular e pode-se escolher a que melhor se adapta a uma determinada situação, em função dos números e das operações envolvidas" (BRASIL, 2001, p. 117). O documento aponta uma relação entre o cálculo mental e o escrito:

> Os procedimentos de cálculo mental constituem a base do cálculo aritmético que se usa no cotidiano [...] no cálculo mental, a reflexão centra-se no significado dos cálculos intermediários e isso facilita a compreensão das regras do cálculo escrito (BRASIL, 2001, p. 116-117).

Percebe-se que o cálculo mental se relaciona com o cálculo escrito, de modo que a compreensão do primeiro, por meio das diferentes formas de resolver uma operação, favorece o entendimento do segundo.

Da mesma maneira, ao nos debruçarmos sobre as pesquisas em História da educação matemática, encontramos orientações para o ensino de cálculo mental em várias propostas curriculares em diferentes épocas.

Nos estudos de Fontes (2010), há documentos oficiais da rede municipal de ensino da cidade de São Paulo, que revelam a presença do cálculo mental já em 1881. A autora relata que esta presença não segue uma regularidade, visto que, de 1882 a 1898, não se encontraram vestígios deste ensino. De 1899 a 1901, a mesma autora menciona a ênfase ao ensino utilitário do cálculo mental e destaca o fato de que o mesmo só volta a estar presente em 1926.

Na década de 1930, Fontes (2010) afirma que com a Reforma Francisco Campos, os documentos curriculares apresentam novamente o cálculo mental utilitário. Fazia-se uso constante de exercícios repetitivos e de memorização de cálculos básicos, de modo que "as crianças se habituem a realizar os cálculos mentais de memória, valorizando a rapidez e a utilidade prática em busca de soluções únicas, apontando-nos para uma concepção tradicional de ensino" (Ibdem, 2010, p. 70).

Segundo Fontes (2010), de 1942 a 1961, durante a Reforma Gustavo Capanema, o cálculo mental se manteve, tendo como diferencial "a ampliação de uma mera listagem de conteúdos, para discussões incluindo orientações didáticas" (CONCEIÇÃO, 2021, p. 40).

Quase no mesmo período histórico, os estudos de Berticelli (2017), analisam o cálculo mental entre 1950 a 1970. Evidenciam alguns programas de ensino e manuais pedagógicos os quais dão sentido utilitário e prático ao ensino da matemática que estimula o uso do cálculo mental, cuja função é auxiliar o educando na solução de problemas "(evitando o cálculo mecanizado) e igualmente aplicar o cálculo em situações práticas do cotidiano, não se limitando somente ao ensino da operação" (Ibdem, 2017, p. 62).

Para Berticelli (2017), do que observou nos programas[2] estudados, o cálculo mental é considerado "um conjunto de procedimentos de cálculo que podem ser analisados de forma diferente pelas crianças na busca de resultados exatos ou aproximados, em geral resolvidos de cabeça" (Ibdem, 2017, p. 65).

A partir da década de 1980 e com o Movimento da Didática da Matemática, o cálculo mental passou a ser visto como uma forma de pensar. Segundo Fontes (2010), entre 1985 e 1988, o cálculo mental apresentou-se por meio de um trabalho gradual de desenvolvimento de técnicas que consideravam o aprendizado como um processo de compreensão, na busca de uma aprendizagem significativa. Nesta, o professor tornou-se um articulador, oferecendo situações que permitiram ao aluno construir fatos fundamentais das operações, desenvolver relações mentais e compreender técnicas operatórias, tendo, inclusive, a indicação de materiais concretos no desenvolvimento das atividades.

Com o advento dos PCNs, o cálculo mental requeriu conhecimentos necessários para aprendizagem, sendo que, para Fontes (2010), o mesmo desenvolveu-se após o domínio de contas e de combinações aritméticas "como as tabuadas e listas de fatos fundamentais, construídos com compreensão e não simplesmente com memorização" (Ibdem, 2010, p. 129), ou seja, "as atividades consistiam em construir os fatos fundamentais, utilizar estimativas e realizar cálculos a partir de estratégias pessoais" (CONCEIÇÃO, 2021, p. 43).

As atividades se materializam, em grande medida, nos livros didáticos de matemática. É difícil conceber uma aula de matemática sem o suporte ao livro didático. Quais intervenções estão propostas nos livros didáticos no que tange ao cálculo mental? Para além das propostas curriculares de ensino, os livros didáticos se tornam fontes riquíssimas para compreendermos como se deu o processo de ensino do cálculo mental em determinada época, porém, faz-se necessário olhar além das entrelinhas, buscar saber o que se pretende, "(...) é necessário também prestar atenção àquilo que eles silenciam, pois se o livro didático é um espelho, pode ser também uma tela" (CHOPPIN, 2004, p. 557). Apesar das dificuldades encontradas, o mesmo autor cita que se tem retomado a utilização dos livros didáticos como fontes históricas, visto que "o livro didático é um material de forte influência na prática de ensino brasileira" (BRASIL, 2001, p. 104).

Para Valente (2008),

> [...] o livro didático de matemática de outros tempos revela-se como importante meio para a pesquisa da história da educação matemática. Rompendo com a análise estritamente interna dos conteúdos matemáticos desses livros, o historiador da educação matemática buscará enredá-lo numa teia de significados, de modo a que ele possa ser visto e analisado em toda a complexidade que apresenta qualquer objeto cultural. Nessa teia estão presentes múltiplos elementos. Da concepção da obra pelos autores,

> passando pelo processo de como foi produzido e sofreu a ação das casas editoriais, chegando às mãos de alunos e professores e sendo utilizado por eles, o livro didático de matemática poderá revelar, inclusive, heranças de práticas pedagógicas do ensino de matemática, presentes em nosso cotidiano escolar hoje (VALENTE, 2008, p. 159).

As pesquisas citadas sobre cálculo mental, em perspectiva histórica, apresentam um panorama, sem contribuições que buscam se aprofundar em questões específicas do seu ensino. Como cooperação para História da educação matemática, neste trabalho analisou-se estratégias de cálculo mental de adição presentes na obra "Lógica do Cálculo" (SIMONS; OLIVEIRA; GOLDSCHIMIDT, 2000) utilizada no ano de 2002, relacionando-as com conceitos da teoria de Piaget que possibilitam à criança a construção do senso numérico.

O artigo "O Ensino de Cálculo", de Onofre Penteado Júnior, publicado na Revista de Pedagogia em 1958, pode ser considerado uma primeira apropriação dos estudos piagetianos, e anuncia novos tempos para as práticas pedagógicas da matemática no ensino primário (VALENTE, 2012). Anterior a esse período, os trabalhos de Jean Piaget eram utilizados no Brasil no âmbito da Escola Nova (VASCONCELOS, 1996).

No Brasil, ao tempo do Movimento da Matemática Moderna ocorriam várias discussões sobre metodologias de ensino e processo de aprendizagem com destaque para conceitos da teoria piagetiana na sua fase estruturalista. Segundo Jean Piaget, as estruturas do pensamento do sujeito tendem a se organizar seguindo um modelo lógico matemático, as estruturas mãe – algébricas, topológicas e de ordem – que foram teorizadas pelo grupo Bourbaki (NOVAES, 2012).

Para Ubiratam D'ambrósio (1986), na década de 1970 houve profundas distorções e uma percepção parcial e estreita da visão piagetiana que resultaram na "Matemática Moderna, que se fez em grande parte como uma aplicação apressada e distorcida das teorias de Jean Piaget ao currículo" (Ibidem, p. 50).

No Brasil, na década de 1980, várias pesquisas envolvendo uma visão de desenvolvimento piagetiana procuraram corrigir distorções, apontadas por Ubiratan D'ambrósio, sobre a teoria piagetiana aplicada aos estudos de ensino e aprendizagem da matemática. Um exemplo são as pesquisas desenvolvidas por Terezinha Nunes Carraher e colaboradores que adaptaram os conceitos à realidade brasileira. Um divisor de águas foi o livro "Na vida dez na escola zero" (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 2006) em que os pesquisadores aplicaram o método clínico a filhos de feirantes do Recife, por exemplo, e concluíram que eles possuem todas as estruturas cognitivas necessárias à aprendizagem.

No Paraná, também houve exemplos de apropriações da teoria piagetiana pelo movimento construtivista. Para esse trabalho, utilizou-se a obra Lógica do Cálculo 2 (SIMONS; OLIVEIRA; GOLDSCHIMIDT, 2000), indicada para segunda série[3] do Ensino Fundamental I, publicada no ano 2000, da autoria de Ana Maria Nauiack de Oliveira, Elizabete Goldschimit e Ursula Marianne Simons. A obra destaca a construção do pensamento lógico pela criança baseado no seu desenvolvimento cognitivo e circulou no estado do Paraná, tanto no interior[4] quanto na capital[5].

Para Valente (2007, p. 39),

> Estudar as práticas da educação matemática de outros tempos, interrogar o que delas nos foi deixado, pode significar fazer perguntas para os livros didáticos de matemática utilizados em cotidianos passados. Eles – os livros didáticos – representam um dos traços que o passado nos deixou (VALENTE, 2007, p. 39).

Em uma perspectiva da História da educação matemática, este artigo está privilegiando a obra Lógica do Cálculo 2 (SIMONS; OLIVEIRA; GOLDSCHIMIDT, 2000) como fonte e objeto da pesquisa de mestrado[6], a partir de referenciais metodológicos da História Cultural, dentre os quais se destacam Choppin (2004) e Valente (2007). Buscou-se caracterizar as estratégias de cálculo mental na análise baseada nos estudos de Berticelli e Zancan (2021), relacionando-os com os estudos de Piaget, pois como afirma uma das autoras da obra "(...) ele foi um pesquisador, e seu interesse não estava na criança em si, mas numa epistemologia" e que Piaget oferece "subsídios importantes" para que se possa compreender a criança e auxiliar no seu desenvolvimento (SIMONS, 2003, p. 32). Logo, o objetivo central deste trabalho está em compreender de que forma as autoras[7] se apropriaram[8] de conceitos piagetianos na obra Lógica do Cálculo 2 no que tange às estratégias de cálculo mental da adição.

Por meio de categorias pré-estabelecidas (ponte pelo 10, decomposição, compensação, adição e subtração: operações inversas, fatos básicos e memórias de dobros) analisou-se todas as atividades de adição do manual e percebeu-se que havia padrões que se repetiam. Desta forma, foram selecionadas três atividades da obra Lógica do Cálculo 2 (SIMONS; OLIVEIRA; GOLDSCHIMIDT, 2000), destacando as estratégias de cálculo mental e identificando os aspectos da teoria de Piaget, no que se refere à Identidade, Compensação e Reversibilidade.

ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL

Considerando-se que o trabalho aqui apresentado desenvolveu-se dentro da perspectiva da História da educação matemática, optou-se por analisar somente o os documentos norteadores que estavam em vigencia no periodo de públicação da obra, os quais eram os PCNs, que trazem, dentre os objetivos da Matemática para o I Ciclo do Ensino Fundamental, "(...) desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados" (BRASIL, 2001, p. 65).

As definições de cálculo mental recebem os mais diferentes significados, dividem opiniões, provocam dúvidas e geram expectativas (PARRA, 1996). Para esta análise será utilizada a definição de cálculo mental de Zancan (2017) que entende,

> [...] como cálculo mental aqueles exatos ou aproximados, que são efetuados mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não dependem, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. São aqueles que utilizam estratégias, raciocínio lógico numérico, que derivam resultados de outros memorizados e têm suas ações validadas pelas propriedades numéricas e operacionais (ZANCAN, 2017, p. 12- 13).

Há de se observar o fato de que, muitas pessoas associam a rapidez em resolver algoritmos com a destreza no cálculo mental, o que não necessariamente é uma realidade, pois,

> [...] a rapidez não é nem uma característica nem um valor, ainda que possa ser uma ferramenta em situações didáticas nas quais, por exemplo, permita aos alunos distinguir os cálculos que dispõem os resultados na memória dos que não dispõem (PARRA, 1996, p .189).

Considerou-se que a rapidez é resultado de compreensão e treino diário e o cálculo mental está mais ancorado em conhecimentos, elaboração de estratégias do que em velocidade propriamente dita. Infelizmente, muitos relacionam o cálculo mental com o não uso de lápis e papel, o que impediria o simples registro de etapas de um raciocínio organizado, na busca pela solução da atividade proposta. Os PCNs ao contrário valorizam e estimulam essa prática:

> Os diferentes procedimentos e tipos de cálculo relacionam-se e complementam-se. O cálculo escrito, para ser compreendido, apoia-se no cálculo mental e nas estimativas e aproximações. Por sua vez, as estratégias de cálculo mental, pela sua própria natureza, são limitadas. É bastante difícil, principalmente tratando-se de cálculos envolvendo números com vários dígitos, armazenar na memória uma grande quantidade de resultados. Assim, a necessidade de registros de resultados parciais acaba originando procedimentos de cálculo escrito (BRASIL, 2001, p. 115 – 116).

A partir do momento que o aluno passa a realizar operações de forma mental, livre para manipular seus dados e construir estratégias, sem seguir uma uniformidade, o que posteriormente permitirá sua aplicação em situações do dia a dia, estará construindo uma aprendizagem significativa para cada procedimento realizado.

Ao interpretar Piaget, entendemos que quando a criança é instigada a dar significado ao problema para elaborar o raciocínio mental, ela está sendo induzida do símbolo e do real para a operação mental, o que está diretamente relacionado com a capacidade da criança em desenvolver e realizar o cálculo mental, ou seja, uma operação que se realiza do concreto para o abstrato, do simbólico concreto para o simbólico mental operacional. Por isso ela busca dar significado a esse conhecimento, para elaborar o conhecimento matemático a partir de representações e símbolos (BERTICELLI, 2017, p. 20).

No mesmo sentido, podemos observar que os PCNs apresentavam, para o ensino de matemática, fatores que se complementavam como, a importância dos conteúdos a serem trabalhados, o papel do professor e a disposição do aluno em aprender, ou seja, “[...] é preciso considerar que nem todas as pessoas têm os mesmos interesses ou habilidades, nem aprendem da mesma maneira” (BRASIL, 2001, p. 48), e reconhecer estas diferenças do desenvolvimento individual, conduzindo o ensino de forma que o aprendizado gere novos aprendizados.

Piaget diz que “[...] o problema central do ensino da matemática é o do ajustamento recíproco das estruturas operatórias espontâneas próprias à inteligência e do programa ou dos métodos relativos aos domínios matemáticos ensinados” (PIAGET, 1983, p. 46), da mesma forma os PCNs consideram o fato de que “[...] não é a aprendizagem que deve se ajustar ao ensino, mas sim o ensino que deve potencializar a aprendizagem” (BRASIL, 2001, p. 39). Assim, deve-se promover com os alunos atividades que evoluem gradativamente, das mais fáceis até as mais difíceis, ou seja,

> Um dos primeiros requisitos é que os alunos comecem a tomar consciência dos procedimentos que utilizam; eles necessitam saber o que é que sabem (no sentido de ter disponível este conhecimento) e como podem apoiar-se no que sabem para obter outros resultados (...) os cálculos que eram uma ferramenta para resolver situações e expressar o que havia sido feito, tornam-se objeto de reflexão (PARRA, 1996, p. 216).

Atividades que valorizem o cálculo mental representam uma maneira de desenvolver nos alunos a capacidade de operar de formas diferentes, ou seja, construir estratégias variadas para resolver uma mesma situação problema.

Mas, o que se entende por estratégias de cálculo mental? As estratégias de cálculo mental são discutidas e estudadas por diversos autores, pode-se citar Berticelli e Zancan (2021), Boaler (2018) e Humphreys e Parker (2019), como denominações semelhantes.

Considerando a segunda série do Ensino Fundamental I, e as operações de adição, pode-se destacar algumas categorias de estratégias de cálculo mental[9]:

a) Ponte pelo 10 – segundo Berticelli e Zancan (2021), é uma estratégia que utiliza operações que resultem no número 10, (1+9; 2 + 8; 3 + 7;...) como pode-se ver pelo exemplo nas adições: o aluno aprendeu nos fatos básicos que 8 + 2 = 10, agora ao somar 8 + 6, ele pode dizer (8 + 2) + 4 = 10 + 4 = 14;

b) Decomposição – ao efetuar 6 + 8, o aluno pode decompor o 8 em 4 + 4, assim terá (6 + 4) + 4 = 10 + 4 = 14, ou seja, conhecendo os fatos básicos o aluno decompõe um dos números e, utilizando a Ponte pelo 10, ou mesmo os fatos básicos, torna a operação mais fácil de ser realizada. Humphreys e Parker (2019) trazem a decomposição também na subtração, quando propõe decompor o subtraendo, por exemplo, 63 – 28, decompõe-se o 28 em 20 + 8, o que torna 63 – 20 = 43, agora, pode-se decompor o 8 em 3 + 5, assim o aluno fará 43 -3 = 40 e 40 – 5 = 35. Para os autores "decompor o subtraendo utiliza a facilidade dos alunos com a subtração com múltiplos de 10 e sua fluência com números pequenos" (HUMPHREYS; PARKER, 2019, p. 49);

c) Compensação – apresenta a possibilidade de, ao fazer 9 + 5, o aluno retirar de uma parcela e colocar em outra, ou seja, 9 + (1 + 4) = (9 + 1) + 4 = 10 + 4 = 14 (ZANCAN, 2017). Humphreys e Parker (2019) chamam esta estratégia de "Tirar e dar". Para Boaler (2018), essa capacidade de interagir com os números de maneira flexível e conceitual se caracteriza como senso numérico. Segundo a autora, alunos com senso numérico desenvolvido conseguem resolver as operações de forma mais simples e fácil, utilizando a flexibiliadade dos números;

d) Adição e subtração: operações inversas – "consiste em recuperar resultados aleatórios da memória e utilizar a propriedade inversa das operações" (ZANCAN, 2017, p. 22), como por exemplo, para resolver 7 – 3 = 4, o aluno pode buscar em sua memória de fatos básicos, a informação de que 3 + 4 = 7, e assim resolver a subtração por meio de uma adição, pois "A ideia de nunca mais precisar subtrair encanta muitos estudantes" (HUMPHEREYS; PARKER,2019, p. 50).

Para construir essas estratégias, Berticelli e Zancan (2021) elencaram quatro categorias de conhecimentos que são essenciais:

a) Fatos básicos – são operações onde os resultados não ultrapassam dezenas, ou seja, aqueles onde a operação é realizada apenas nas unidades. Pode-se citar como exemplos 2 + 3 = 5, 3 + 4=7, 12 + 7 = 19, proposta também defendida pelos PCNs “os alunos constroem os fatos básicos das operações (cálculos com dois termos, ambos menores que dez), constituindo um repertório que dá suporte ao cálculo mental e escrito” (BRASIL, 2001, p. 68);

b) Rede de relações do 10 – operações que envolvem o 10 nas parcelas ou nos resultados, e ainda seus múltiplos, como exemplos temos 1 + 9 = 10, 2 + 8 = 10, 11 + 10 = 21, 10 + 15 = 25;

c) Memória de dobros – normalmente sugere-se a memorização de dobros de números menores que 20, exemplos 8 + 8 = 16, 12 + 12 = 24, 18 + 18 = 36. Este tipo de memória é utilizada para operações do tipo: 8 + 9, em que o pensamento é, se 8 + 8 = 16, então, 8 + 9 = 17, porque 8 + 9 = 8 + 8 + 1 = 17.

d) Decomposição – operações memorizadas que permitem reconhecer todas as possíveis decomposições de um número menor que 10. Alguns exemplos são: 3 = 1 + 2; 4 = 1 + 3 = 2+2; 5 = 1 + 4 = 2 + 3. Este tipo de decomposição é relevante, pois a criança necessita saber qual delas deve utilizar em determinada situação. Por exemplo, para fazer 8 + 7, usando a ponte pelo 10, é necessário saber que o 7 = 1 + 6; 7 = 2 + 5; e, 7 = 3 + 4 e, neste caso, usar o 7 = 2 + 5, pois 8 + 2 = 10. Então, 8 + 7 = 8 + 2 + 5 = 10 + 5 = 15. Caso fosse utilizada a memória de dobros, poderia ser feita de duas formas: 8 + 7 = 7 + 7 + 1, e conceber que o 8 = 7 + 1, ou ainda, 8 + 7 = 8 + 8 - 1, considerando que o 7 = 8 - 1. A partir destes exemplos, justifica-se a relevância de trabalhar a decomposição, pois este conhecimento é base para a construção de estratégias.

Há que se destacar também que as atividades que estimulem os fatos básicos oferecem ao aluno a possibilidade de criar as memórias, que serão utilizadas em diferentes momentos, com diferentes estratégias, além de ser “(...) fundamental que o aluno adquira confiança em sua própria capacidade de aprender matemática e explore um bom repertório de problemas que lhe permitam avançar no processo de formação de conceitos” (BRASIL, 2001, p. 70).

PIAGET E O RACIOCÍNO LÓGICO

Jean Piaget, importante representante da psicologia da aprendizagem, centrava suas investigações nas estruturas cognitivas, sendo sua teoria denominada de Epistemologia Genética. Para Piaget (1983):

> O raciocínio lógico-matemático é necessário em diversos domínios do conhecimento [...] e o mais importante é que esse conhecimento seja demonstrado e não apenas transmitido ou entregue a criança, afirma que deve ser construído com base em cada uma e de maneira interativa (PIAGET, 1983, p. 12).

Para Ursula Marianne Simons[10] o pensamento lógico parte da premissa que “não é um conteúdo em si, mas dá condições para que o pensamento e o conteúdo das diversas ciências sejam coerentes, consistentes” (SIMONS, 2003, p. 31).

Segundo Piaget (1983), o ambiente e as situações utilizadas para que a aprendizagem ocorra, são de fundamental importância para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, pois a aritmética deve ser reinventada pela criança,

> O ambiente social e a situação que o professor cria são cruciais no desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático. Uma vez que este conhecimento é construído pela criança, através da abstração reflexiva, é importante que o ambiente social incentive a criança a usá-la. Segundo Piaget, todas as crianças de inteligência normal, podem aprender aritmética. Aritmética é algo que as crianças podem inventar, e não algo que pode ser transmitido. [...]. Se matemática é tão difícil para muitas crianças, é porque ela é imposta a elas, sem qualquer consideração pela forma em que aprendem ou pensam (KAMII; DECLARK, 1988, p. 63).

O ambiente de aprendizagem é destacado por Nacarato, Mengali e Passos (2021) como aquele que permite a relação dialógica entre alunos e professores na sala de aula. É onde se permite ouvir o pensamento dos alunos. Nele, o aluno tem condições de se comunicar intelectualmente e produzir matemática. Para as autoras "Neste ambiente, (...) os processos de pensamento e as estratégias dos alunos precisam ser valorizados; o absolutismo do 'certo e errado' consiga dar lugar à discussão, ao diálogo" (Ibdem, p. 38-39).

Os estudos de Piaget (1983), também definem alguns conceitos importantes para o desenvolvimento infantil, que são os processos de assimilação, acomodação e equilibração. A assimilação – entende-se pelo fato que, ao receber uma ideia nova, o sujeito acrescenta essa aos conhecimentos que já possui. A acomodação – são as transformações que os sistemas internos precisam fazer para acrescentar o conhecimento novo. Sendo ambos os processos necessários para o desenvolvimento cognitivo, observa-se que os novos conhecimentos e as transformações provocadas nos sistemas internos, causam um certo desequilíbrio cognitivo que, logo se transforma em equilíbrio na criança que aprende, a este processo Piaget chama de – equilibração (FONSECA, 2014).

Piaget sugeriu também as faixas etárias para cada estágio do desenvolvimento do indivíduo que podem ser organizadas da seguinte maneira, segundo Ramozzi-Chiarrotino (2005):

> Período sensorial-motor (do nascimento a 1 ano e meio/2 anos, em média), no curso do qual se constituem os sistemas de esquemas que prefiguram as futuras operações, mas sem nenhuma reversibilidade operatória; Período do pensamento intuitivo (de 2 a 7 anos, em média), no final as ações sensório-motoras começam a implicar representação, imagem mental, notando-se aqui a presença de regulações semi-reversíveis; O período das "operações concretas" (de 7 a 12 anos, sempre em média), no curso do qual se alcança uma determinada reversibilidade na formação das primeiras estruturas operatórias e que comporta um aspecto implicativo; e num quarto período, o das operações proposicionais, alcança-se finalmente uma reversibilidade completa e a distinção entre fenômenos atemporais e temporais, entre fenômenos mecânicos e históricos, ou seja, fenômenos reversíveis e irreversíveis (RAMOZZI-CHIAROTTINO, 2005, p. 19).

Este trabalho irá se ater ao período das operações concretas, motivo pelo qual optou-se por analisar a obra Lógica do Cálculo 2 (SIMONS; OLIVEIRA; GOLDSCHIMIDT, 2000), a qual era destinada a 2ª série do Ensino Fundamental I, que abrange crianças de 7 a 8 anos, pois, segundo Piaget:

> A idade de 7-8 anos em média assinala um momento decisivo na construção dos instrumentos do conhecimento. As ações interiorizadas ou conceitualizadas com que o sujeito deveria até agora contentar-se adquirem a categoria das operações, enquanto transformações reversíveis modificam certas variáveis e conservam outras a título de invariantes (PIAGET, 1983, p. 30).

Para Piaget e Inhelder (1975), as estruturas de classificação, seriação e correspondência termo a termo, são estruturas que, se bem desenvolvidas, estimulam a transição do pensamento pré-operatório para o pensamento lógico concreto.

Simons (2003) observa que, a partir do período sensório-motor, a criança tem um longo caminho a percorrer para construir seu raciocínio lógico. Com o estímulo adequado, é esperado que por volta dos seis ou sete anos ela já tenha um raciocínio lógico estruturado para que possa desenvolver uma aprendizagem flexível e criativa. A autora também destaca o fato de que se observam, com bastante frequência, alunos com idade de oito a dez anos em que essa organização não ocorreu ou não se completou. Isso resulta em dificuldades de conservação de quantidades físicas, de classificação ou de inclusão de classes, fato este devido à ênfase que a maioria das escolas dá maior importância a um currículo de conteúdos a serem vencidos em detrimento da construção do pensamento lógico da criança. Muitas vezes, as escolas se vangloriam de que os alunos já sabem ler, entretanto, os mesmos, na maior parte das vezes, não conseguem classificar nem seriar, fato este que traz sérias dificuldades de aprendizagem no decorrer da vida escolar.

A educação não se dá por si só, necessita de intervenções intencionais dos professores. Segundo Simons (2003, p. 16-17) “quanto maior a qualidade dessas intervenções, maior será a autonomia e criatividade do indivíduo, preparando-o para a construção ativa do mundo que almeja”.

Piaget e Szeminska (1975) afirmam que no estudo da composição aditiva de ordem numérica, são empregados sucessivamente três argumentos[11] paralelos: a identidade, a compensação e a reversibilidade.

Simons (2003) apresenta que entre dois e seis anos de vida, a criança já se locomove, tem domínio da linguagem, mas não tem domínio da lógica formal, não percebe o raciocínio de identidade, que faz entender que as coisas não se alteram quando mudam de posição, pensamento este chamado por Piaget de pré-lógico.

Piaget e Inhelder (1975) apresentam dois tipos de argumento de identidade, um sob uma forma positiva que simplesmente afirma que se trata da mesma coisa, e outro, pelo ponto de vista negativo, onde se pode afirmar que nada se tirou nem se acrescentou. A identidade, a partir desta perspectiva, pode ser compreendida da seguinte forma (7 + 1) = (1 + 7).

Sobre a compensação, Piaget e Szeminska (1975), escrevem que:

> Em compensação, a passagem da adição das classes à dos números se produz assim que A1, A2, A’1, A’2 são considerados não mais como simples coleções a apresentar cada uma na sua individualidade qualitativa, mas como unidades suscetíveis de serem igualadas sem serem identificadas (igualização das diferenças) ou reduzidas em suas desigualdades a um sistema de unidades que serve de medida comum. Com efeito, assim que,

> graças a esta igualização das diferenças, cada grão ou cada conjunto de grãos se torna uma unidade ao mesmo tempo igual às unidades da mesma categoria e distinta por sua ordem de enumeração, então as operações adquirem um sentido numérico. Se chamarmos de D a diferença entre A1 e A2 ou entre A'2 e A'1, ou seja, D = (A1 - A2) = (A'2 - A'1), então o sujeito estabelece que: A1 = A´1 = (A2 + D) = (A'2 - D), ou seja 4 = 4 = (1 + 3) = (7 - 3) (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 260).

A partir de Piaget e Szeminska (1975) entendemos que a Compensação é a ideia de que,

$$4 = 4$$

$$(1 + 3) = (7 - 3)$$

Neste sentido podemos pensar nas diferentes composições de um número, por exemplo o 9,

$$9$$

$$(1 + 8) = (10 - 1)$$

$$(2 + 7) = (11 - 2)$$

$$(3 + 6) = (12 - 3)$$

$$(4 + 5) = (13 - 4)$$

E, assim por diante.

Na perspectiva Piagetiana, a reversibilidade parece marcar a finalização do processo de construção das estruturas operatórias, garantindo-lhes um carácter de necessidade lógica, "(...)a reversibilidade que caracteriza as estruturas operatórias marca o acabamento dessas compensações aproximadas, manifestadas pelas regulações" (PIAGET; INHELDER, 1975, p. 119). Para este estudo, a reversibilidade é a ideia de que (3 + 4) = 7, então (7 - 4) = 3 ou (7-3) = 4.

Para Kamii e Declark (1988), entre os sete e oito anos de idade, o pensamento das crianças se torna flexível o bastante para ser reversível, assim a reversibilidade é a habilidade de realizar mentalmente ações opostas simultaneamente.

Resumidamente, pode-se compreender que:

> [...] a hierarquia aditiva das classes, a seriação das relações e a generalização operatória do número (isto é, a construção dos números que ultrapassam os inteiros intuitivos, 1, 2 a 4 ou 5) constituem-se de maneira aproximadamente sincrônica, por volta dos 6 a 7 anos, no momento em que o raciocínio da criança começa a ultrapassar o nível pré-lógico inicial: é que a classe, a relação assimétrica e o número são, os três, manifestação complementares da mesma construção operatória aplicada, seja às equivalências e diferenças reunidas. Com efeito, é no momento em que a criança, havendo conseguido tornar móveis as avaliações intuitivas dos primórdios, atinge assim o nível da operação reversível, que ela se torna simultaneamente capaz de incluir, seriar e enumerar (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 253).

Desta forma, observa-se que o mecanismo aditivo que interessa aqui, apresenta-se organizado em três fases. Na primeira dessas fases, a criança não compreende a compensação necessária das adições, ou seja, adicionando um certo número de elementos ao monte A', ela não espera ver diminuir de outro tanto o monte A. Já na segunda fase, a criança toma consciência desse equilíbrio, mas unicamente no plano intuitivo, ou seja, fora das figuras não possui outro meio para verificar as igualdades, nem, portanto, para prever o resultado das adições. Por fim, durante a terceira fase, nota-se um manejo operatório das transferências e, consequentemente, uma reversibilidade bem regulamentada (PIAGET; SZEMINSKA, 1975).

A OBRA "LÓGICA DO CÁLCULO 2"

A obra Lógica do Cálculo 2 (SIMONS; OLIVEIRA; GOLDSCHIMIDT, 2000), foi publicada no ano 2000 e adquirida no ano 2002, pela Secretaria Municipal de Educação de Maripá, um município do oeste paranaense, após participação de professores em curso de formação continuada com uma das autoras, Ursula Mariane Simons. Ao perceberem o grande potencial do material, os professores apresentaram propostas de implementação no município, a qual foi aprovada e a coleção passou a fazer parte do material pedagógico das escolas municipais, até o ano de 2007. Mesmo após 15 anos desse projeto na cidade de Maripá, professores do município utilizam o material em suas aulas como complemento ao livro didático aditado nas escolas.

A obra é de autoria de Ana Maria Nauiack de Oliveira – Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Paraná, Mestre em Educação pela Universidade Federal do Paraná, com Especialização em Psicopedagogia, professora da Educação Básica e Ensino Superior, atua em clínica psicopedagógica, na área de desenvolvimento do raciocínio lógico matemático; Elizabete Goldschimit – Artista Plástica formada em Belas Artes pela Universidade Federal do Paraná, professora da Educação Básica e de escolas de artes para crianças e adolescentes, realizou pesquisas na área de ensino em vários países da Europa; e, Ursula Marianne Simons – Psicóloga pela Universidade Federal do Paraná, Especialista em Psicopedagogia, Ludoterapia e Psicomotricidade, professora do Ensino Superior, atua em clínica psicopedagógica e realizou pesquisas em vários países da Europa, em relação à metodologia de ensino nas séries iniciais da Educação Básica.

A obra possui um total de 224 páginas e os conhecimentos necessários para elaboração de estratégias de cálculo mental, sendo que as quatro operações perpassam o material de um modo que vão e vem. As operações não são de forma linear, mas se percebe um movimento contínuo, em que a adição é precedida da subtração, em seguida, retoma-se a adição, apresenta-se a multiplicação, ou seja, os conteúdos se comunicam, sendo que um é pré-requisito para o outro mais avançado.

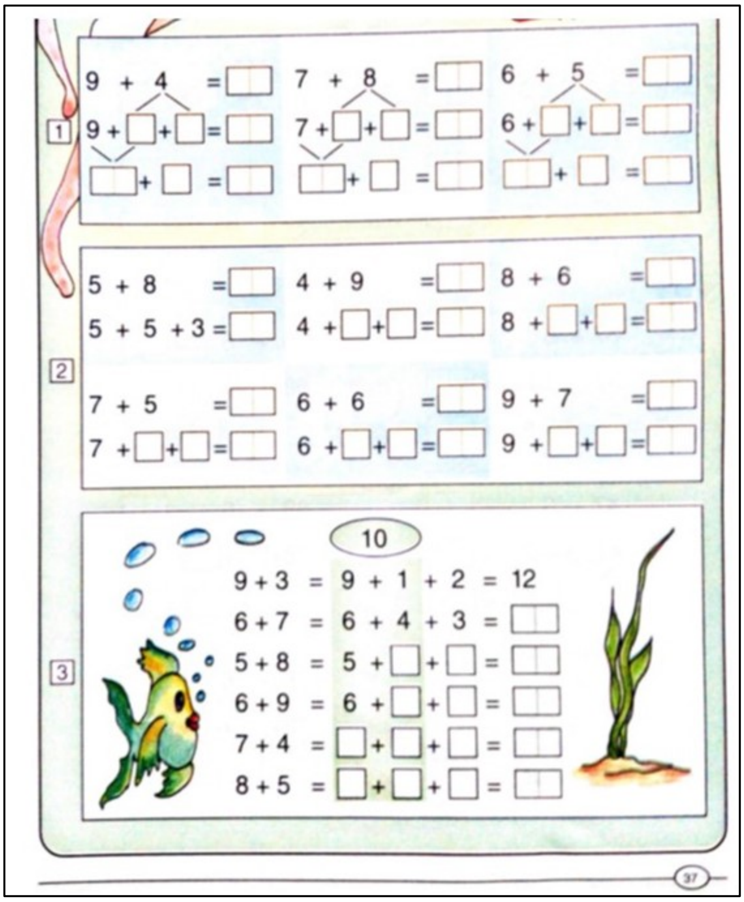
Para este texto, o objetivo foi realizar um estudo inicial, destacando atividades que apresentam estratégias de cálculo mental, bem como os conceitos elencados por Piaget. Exibiu-se apenas três figuras, pois estes conceitos acabam se repetindo no decorrer da obra. O fato relevante é a presença das estratégias e da apropriação dos aspectos teóricos da teoria de Jean Piaget, por parte das autoras.

Na sequência, encontram-se as atividades selecionadas da obra, seguidas de uma análise de estratégias de cálculo mental da adição e as relações com os estudos de Piaget.

Em todas as atividades propostas na Figura 1, destaca-se a Ponte pelo 10, considerada uma estratégia de adição (BERTICELLI; ZANCAN, 2021). Para esta estratégia é necessário ter conhecimentos de decomposição, pois um dos números será decomposto para que o outro complete a dezena. Por exemplo: (7 + 5) = (7 + 3 + 2) = (10 + 2) = 12. É necessário saber que: (7 + 3) completa a dezena, que (5 = 1 + 4), (5 = 2 + 3), (5 = 4 + 1) e (5 = 3 + 2); e, neste caso, escolher (5 = 3 + 2) para poder utilizar o três e adicionar ao sete.

Com relação aos estudos de Piaget, pode-se observar o raciocínio da identidade e da compensação. A identidade é comprovada, pois o aluno percebe que (2 + 3) = (3 + 2). A compensação é caracterizada à medida em que o aluno observa que (7 + 5) = (10 + 2).

Figura 1: Atividade Ponte pelo 10



Fonte: Simons, Oliveira e Goldschimidt (2000, p. 37)

Na Figura 2, observamos o treino de fatos básicos e treino de operações até 100, onde já é possível acionar a estratégia da Ponte pelo 10, que já foi demonstrada. Sendo necessário ao aluno utilizar-se dos raciocínios de identidade e de compensação.

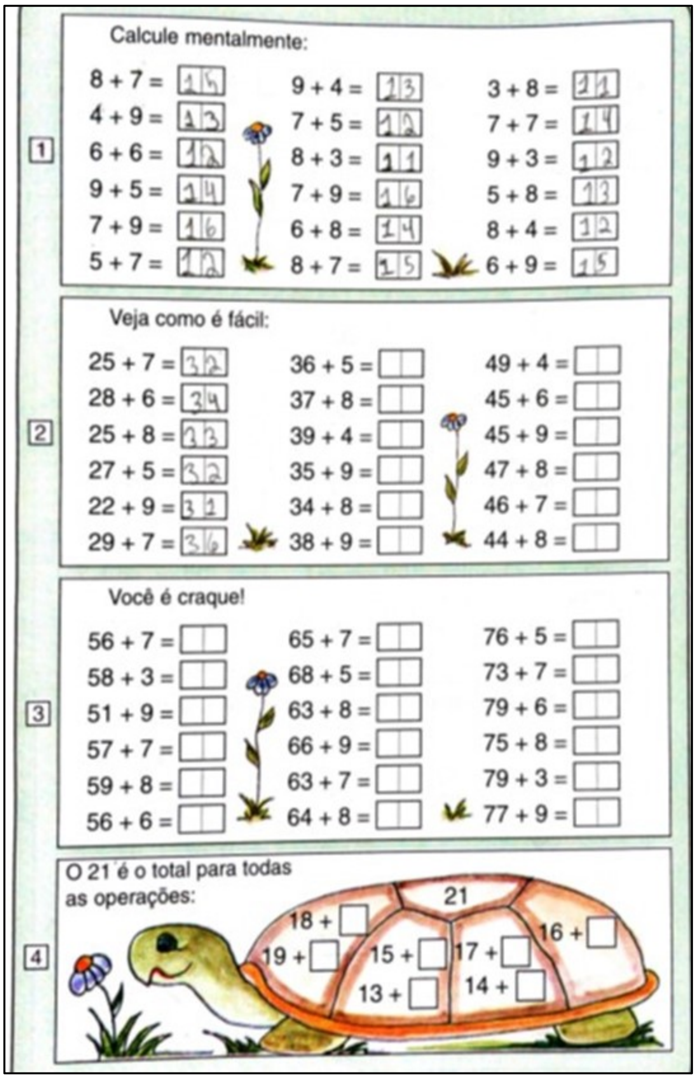
Analisando apenas a Atividade 1, observa-se:

- a compensação quando as autoras oferecem: (8 + 7) = (6 + 9); (6 + 6) = (5 + 7), (7 + 5) = (9 + 3); (9 + 5) = (6 + 8) = (7 + 7);
- a identidade verifica-se nas operações: (4 + 9) = (9 + 4); (5 + 7) = (7 + 5); (8 + 3) = (3 + 8).

Nas Atividades 2 e 3, observamos também o uso da Ponte pelo 10, mas com uma magnitude dos números.

Na Atividade 4, as autoras oferecem o número 21 e algumas expressões matemáticas incompletas em que os estudantes devem completá-las. Reconhecemos aqui o conceito de compensação, uma vez que todas as expressões vão resultar em 21. Por exemplo: 21 = (19 + 2) = (18 + 3) = (17 + 4) = (16 + 5) = (15 + 6) = (14 + 7) = (13 + 8).

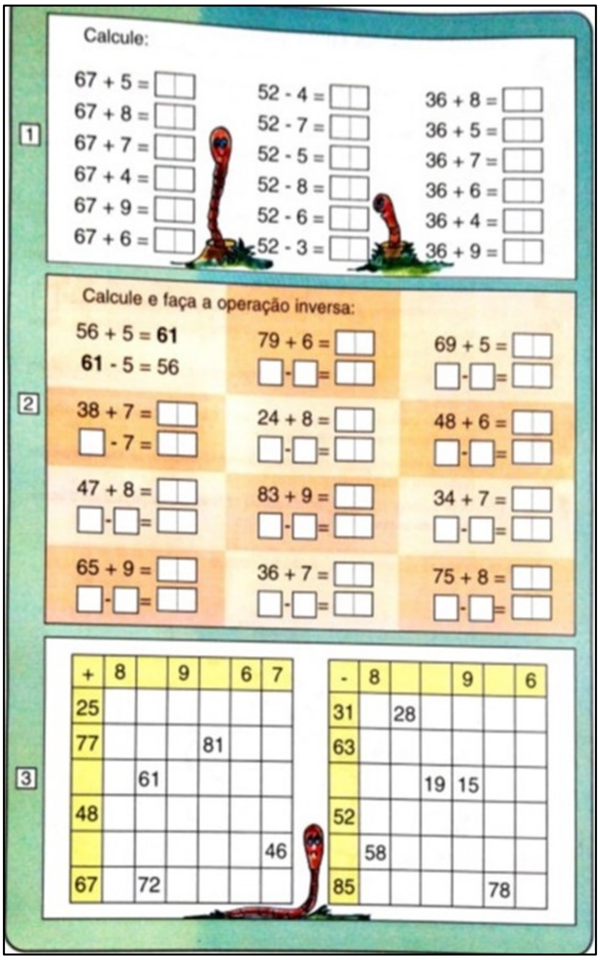
Figura 2: Fatos básicos.



Fonte: Simons, Oliveira e Goldschimidt (2000, p. 40)

Observando a Figura 3, Atividade 1, encontramos treino de adições simples, nas colunas 1 e 3. Observa-se que uma das parcelas é fixa, permitindo que se utilize um resultado para compor o outro. Por exemplo, se (67 + 5 = 72) então (67 + 6 = 73). É possível acionar a estratégia da Ponte pelo 10, que já foi apresentada: (67 + 6) = (67 + 3 + 3). Nesta página encontram-se o princípio da Reversibilidade (PIAGET; SZEMINSKA, 1975), em que o aluno pode distinguir a subtração como o inverso da adição. Esse princípio está presente na Atividade 2, quando as autoras sugerem que se faça a operação inversa indicando que: (56 + 5) = 61 então (61 - 5) = 56.

Figura 3: Operações inversas



Fonte: Simons, Oliveira e Goldschimidt (2000, p. 148)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conhecer como ocorreu o ensino da matemática em determinada época da história a partir de vestígios deixados em bibliotecas escolares ou mesmo particulares de professores, permite compreender como se caracterizou o processo de ensino e aprendizagem em outros tempos, e como esse processo ajuda na tomada de decisões mais fundamentadas nos dias atuais.

Reunir em uma mesma análise a história cultural, estratégias de cálculo mental e estudos de Piaget, demonstra que em determinado período da História da educação matemática o ensino do cálculo mental esteve presente nas atividades propostas em sala de aula, indicando as estratégias para a sua aplicação com embasamento nas teorias piagetianas.

O material analisado revela que as atividades estão permeadas por estratégias de cálculo mental e contemplam os aspectos teóricos de Piaget: a identidade, a compensação e a reversibilidade, essenciais para a compreensão da aritmética, que possibilitam ao educando a construção do senso numérico.

Conclui-se que a qualidade das intervenções sobre cálculo mental, presentes no livro Lógica do Cálculo 2, favorece a compreensão do sistema de numeração decimal e o desenvolvimento do sentido do número por parte da criança, indicando, assim, que as autoras se apropriaram de conceitos da teoria de Jean Piaget.

Algumas perguntas ainda intrigam, será que todos os livros da coleção possuem conhecimentos e estratégias? Será que existem outros autores, além de Piaget que fundamentam a obra? Será que há outros conhecimentos e estratégias propostos nas páginas desta obra?

Bem, para responder a estas perguntas e "para superar os problemas que todos os iniciantes enfrentam, faça exatamente o que está fazendo, o que todo pesquisador bem sucedido sempre fez: vá em frente" (BOOTH; COLOMB; WLILLIAMS, 2008, p. 31). Muito ainda há para ser investigado e, um encantador caminhar pela História da educação matemática a ser construído.

RBECT
Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia

FROM PIAGET'S THEORY TO THE CONSTRUCTION OF MENTAL CALCULATION STRATEGIES FOR ADDITION: AN ANALYSIS OF THE WORK LÓGICA DO CÁLCULO

ABSTRACT

The present article seeks to understand how the authors of Logic of Calculus 2 appropriated Piagetian concepts, with emphasis on the operative arguments of identity, compensation and reversibility, to propose activities involving mental calculation strategies of addition. The methodological framework sought contributions from Cultural History and History of Mathematics Education whose central issue is to understand how we teach Mathematics the way we teach. The second volume of the work was analyzed, aimed at students aged 7-8 years and which circulated in the 2000s in the State of Paraná mainly through training courses offered by the authors to municipal governments. Through pre-established categories, all manual addition activities were analyzed and it was noticed that there were patterns that were repeated. For this article, the three most representative were considered. A historical construction on the presence of mental calculation in documents guiding education in various historical periods was briefly presented, culminating with a closer look at the National Curricular Parameters (PCN) in force during the study period. The research concludes that addition activities favor the development of the student's sense of number, as well as the construction of the operative arguments necessary for the development of logical reasoning in children aged 7-8 years, that is, those who are, according to Piaget, in the transition from pre-operational thinking to concrete logical thinking.

KEYWORDS: Mental calculus; Piaget; Operative arguments; History of mathematics education.

NOTAS

1 Para Valente (2013, p. 24) “Neste texto distinguimos “Educação Matemática” de “educação matemática”. A primeira expressão designa o recente campo acadêmico, lugar de investigações sobre ensino e aprendizagem da Matemática. Uma referência fundadora, no Brasil, desse campo pode ser dada pela criação da SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática, no ano de 1988. A segunda expressão remete aos processos de ensino e aprendizagem da Matemática desde tempos imemoriais, constituindo-se, assim, em tema de pesquisa dos estudos relativos à história da educação matemática. De todo modo, a distinção se faz necessária para que não se pense que por ‘história da educação matemática’ estivessem apenas alocados os estudos pós-anos 1980, ou mesmo restritos à história do campo de pesquisa.”

2 A autora analisou programas dos estados: Mato Grosso, Minas Gerais, Paraná, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul, São Paulo e do Distrito Federal.

3 A alteração para o termo anos, ocorre pela Lei nº 11.274 (BRASIL, 2006), de 6 de fevereiro de 2006, ampliando o Ensino Fundamental para nove anos de duração e estabeleceu prazo de implantação, pelos sistemas, até 2010.

4 Encontrou-se registros da compra do material pela prefeitura de Maripá entre os anos de 2002 a 2007.

5 Certificados de cursos de formação continuada, apresentados por professores da rede municipal de Curitiba na época.

6 Este texto aponta resultados parciais da pesquisa de mestrado em andamento (Programa de Pós – Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas – PPGECEMTE – UFPR – Setor Palotina).

7 A autora Ursula Marianne Simons, concedeu uma entrevista sobre a obra em dezembro de 2021, o que nos permitiu uma melhor compreensão sobre a produção da obra Lógica do Cálculo 2(SIMONS; OLIVEIRA; GOLDSCHIMIDT, 2000). Esta entrevista fará parte da dissertação, que está em desenvolvimento.

8 Para Chartier (2002, p. 68), apropriação se refere a “uma história social dos usos e das interpretações, relacionadas às suas determinações fundamentais e inscritos nas práticas específicas que os produzem”.

8 Existem diversas estratégias de cálculo mental para adição. Nesta seção apresentamos aquelas que encontramos nas atividades da obra Lógica do Cálculo 2 (SIMONS; OLIVEIRA; GOLDSCHIMIDT, 2000).

9 Uma das autoras da obra analisada.

10 Por este motivo optou-se por analisar a obra Lógica do Cálculo 2 (SIMONS; OLIVEIRA; GOLDSCHIMIDT, 2000), a qual era destinada a 2ª série do Ensino Fundamental I, que abrange crianças de 7 a 8 anos.

11 Estes mesmos argumentos são citados por Ursula Marianne Simons, uma das autoras da obra Lógica do Cálculo 2 (SIMONS; OLIVEIRA; GOLDSCHIMIDT, 2000), na entrevista que nos concedeu em dezembro de 2021.

REFERÊNCIAS

BERTICELLI, D. D. **Cálculo mental no ensino primário (1950-1970)**: um olhar particular para o Paraná. 2017. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/180391. Acesso em: 04 maio 2021.

BERTICELLI, D. G. D; ZANCAN, S. CalMe Pro – Cálculo mental para professores. **REnCiMa – Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, São Paulo, v. 12, n. 4, p. 1-21, jul./set. 2021. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2982/1620. Acesso em: 04 maio 2021.

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradora e do ensino inovador. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOOTH, W. C.; COLOMB, G. G.; WLILLIAMS, J. M. **A Arte da Pesquisa**. São Paulo: Martins Fontes, 2008. pp. 1-38. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/hanle/123456789/219588. Acesso em: 08 maio 2021.

BRASIL. Lei nº 11.274, 6 de fevereiro de 2006. Altera a redação dos arts. 29, 30, 32 e 87 da Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases para a educação nacional, dispondo sobre a duração de 9 (nove) anos para o ensino fundamental, com matrícula obrigatória a partir dos 6 (seis) anos de idade. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 7 fev. 2006. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2006/lei/l11274.htm. Acesso em: 19 maio 2021.

BRASIL. PCN - **Parâmetros Curriculares Nacionais**, Volume 3 - Matemática, 1ª a 4ª séries. Brasília: MEC/SEF, 2001.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. Na vida dez, na escola zero. 14 ed. São Paulo: Cortez, 2006.

CHARTIER, R. **À beira da falésia**: a história entre certezas e inquietude. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Editora da Universidade, UFRGS, 2002.

CHOPPIN, A. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 30, n. 3, p. 549-566, set./dez. 2004. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/ep/article/view/27957. Acesso em: 7 maio 2021.

CONCEIÇÃO, A. R. C. **O cálculo mental para ensinar**: uma análise de produções de Maria do Carmo Santos Domite, 1980 – 1995. 2021. Dissertação (Mestrado em Educação e Saúde na Infância e na Adolescência) – Universidade Federal de São Paulo. Escola de Filosofia, Letras e Humanas, Guarulhos, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/227706. Acesso em: 10 jun. 2021.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexões sobre educação matemática. São Paulo: Summus, 1986.

FONSECA, C. de C. **O ensino de matemática e a prática da Lógica do Cálculo**: uma análise da proposta de Ursula Marianne Simons. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro Universitário La Salle, Canoas, 2014. Disponível em: http://hdl.handle.net/11690/615. Acesso em: 19 maio 2021.

FONTES, C. G. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-11112010-162005/pt-br.php. Acesso em: 12 maio 2021.

HUMPHREYS, C.; PARKER, R. **Conversas numéricas**. Porto Alegre: Penso, 2019.

KAMII, C.; DECLARK, G. **Reinventando a aritmética**: Implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Papirus, 1988.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. LM. S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. 3. ed.; 1 reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

NOVAES, B. W. D. **O Movimento da Matemática Moderna no Ensino Técnico Industrial no Brasil e em Portugal**: impactos na cultura escolar. 2012. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2012. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/189998. Acesso em: 30 jul. 2022.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. Cap. 7, p. 186-235.

PIAGET, J. **A epistemologia genética**: sabedoria e ilusões da filosofia, problemas de psicologia genética. 2 ed. São Paulo: Abril Cultura, (Coleção Os Pensadores), 1983.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A Gênese do Número na Criança**. Tradução Christiano Monteiro Oiticica. 2a edição. Rio de Janeiro, Zahar; Brasília, 1975.

PIAGET, J; INHELDER, B. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. Rio de Janeiro: Zahar,1975.

RAMOZZI-CHIAROTTINO, Z. **Os "estágios" do desenvolvimento da inteligência**. coleção memória da pedagogia. São Paulo, v. 1, p. 16-23, 2005.

SIMONS, U. M. **Blocos lógicos - 150 exercícios**. Curitiba: Hubertus,2003.

SIMONS, U.M.; OLIVEIRA, A. M. N.; GOLDSCHIMIDT, E. **Lógica do Cálculo 2**. Curitiba: Qualogic, 2000.

VALENTE, W. R. História da Educação Matemática: interrogações metodológicas. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 2, n. 1, p. 28-49, 2007. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990/12091. Acesso em: 15 maio 2021.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **ZETETIKÉ – Cempem – Unicamp**, v. 16, n. 30, jul./dez. 2008. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646894. Acesso em: 28 maio 2021.

VALENTE, W. R. O que é número? produção, circulação e apropriação da Matemática Moderna para crianças. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, p. 1417-1441, dez. 2012. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160369. Acesso em: 28 maio 2021.

VALENTE, W. R. Oito temas sobre História da educação matemática. **REMATEC**, Natal, (RN). Ano 8, n. 12, p. 22-50, Jan-Jun. 2013. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160384. Acesso em: 15 maio 2021.

VASCONCELOS, M. S. **A difusão das ideias de Jean Piaget no Brasil**. Psicologia e educação. Casa do Psicólogo. Coleção dirigira por Lino Macedo, 1996.

ZANCAN, S. **Uma proposta para auxiliar o ensino de aritmética nos anos iniciais**. 2017. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2017. Disponível em: https://repositorio.ufsm.br/handle/1/14111. Acesso em: 20 maio 2021.

Recebido: 16 ago. 2022.
Aprovado: 20 fev. 2023.
DOI: 10.3895/rbect.v16n1.15853
Como citar: FRANA, A. P.; BERTICELLI, D. G. D.; NOVAES, B. W. D. Da teoria de Piaget à construção de estratégias de cálculo mental para adição na obra Lógica do Cálculo. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v.16, p. 1-22, 2023. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/15853>. Acesso em: XXX.
Correspondência: Andréia Pastore Frana - andreiapastore@gmail.com
Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.