RBECT Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia

Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia
ISSN: 1982-873X

https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect

Conexões matemáticas evidenciadas na resolução de problemas: um estudo em nível superior

Marcia Viaro Flôres
marciaviaroflores@gmail.com
0000-0002-0774-4091
Instituto Federal Farroupilha, Alegrete, Rio Grande do Sul, Brasil.

Vanilde Bisognin
vanildebisognin@gmail.com
0000-0001-5718-4777
Universidade Franciscana, Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil.

RESUMO

A Matemática se caracteriza por diferentes conexões, as quais podem ser estabelecidas entre áreas intramatemáticas e extramatemáticas. Essas, por sua vez, são decisivas para a compreensão de um novo conceito. Neste trabalho, descreve-se os resultados parciais de uma pesquisa que tem, como foco, a construção de conceitos matemáticos a partir do estabelecimento de conexões. Do estudo, participaram estudantes de um Curso de Licenciatura em Matemática, matriculados no componente curricular de Fundamentos de Análise. Durante a pesquisa, foram analisadas as conexões realizadas na resolução de problemas propostos envolvendo conceitos da disciplina, como funções contínuas, teorema do valor intermediário, entre outros. O estudo foi realizado no contexto da pandemia da Covid-19. Foram empregados a metodologia de Resolução de Problemas para o trabalho de sala de aula e uma abordagem de pesquisa qualitativa em que os dados foram obtidos a partir das produções e observações dos alunos. Como resultado, foi possível constar, de acordo com as categorias de conexões elencadas, que o estudo contribuiu para a compreensão de diferentes conceitos matemáticos, os quais foram evidenciados a partir dos problemas propostos.

PALAVRAS-CHAVE: Conexões. Licenciatura em matemática. Ensino. Fundamentos de análise. Resolução de problemas.

INTRODUÇÃO

A preocupação com a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem matemática tem ocupado um lugar central nas pesquisas na área da Educação Matemática. Nesse sentido, cada vez mais, tem-se buscado criar ambientes e propor atividades que permitam ao estudante construir conexões entre os conceitos estudados, conforme pode ser observado em Allevato e Onuchic (2019), quando fazem menção ao fato de que as conexões são uma das perspectivas que sustentam as atuais orientações de ensino. Contudo, exatamente a que estamos nos referindo quando mencionamos o conceito de conexão na matemática?

Na literatura, pode-se destacar duas ideias transversais para conceituar conexões, segundo Canavarro (2017). O primeiro desses pensamentos refere-se à diversidade das conexões; nesse caso, tem-se as conexões da matemática com outras áreas do conhecimento, como medicina, artes, física, dentre outras. Além disso, conforme essa concepção, também existem conexões dentro da própria matemática, entre conteúdos de áreas distintas, como aritmética e geometria, por exemplo, ou entre conceitos e procedimentos. Ainda, a autora destaca a existência de conexões relativas aos diferentes estágios de desenvolvimento de conceitos matemáticos que, em geral, são estudadas com menos ênfase.

A segunda ideia refere-se ao propósito das conexões, o qual compreende a ampliação da compreensão dos pensamentos e dos conceitos os quais estão envolvidos, permitindo que os estudantes percebam a matemática como uma disciplina coerente e articulada, não somente uma coleção de regras (CANAVARRO, 2017).

Nesse mesmo sentido, De Gamboa (2015) destaca que a matemática se caracteriza por fortes vínculos entre suas diferentes áreas. Esses vínculos, por sua vez, representam um fator decisivo para o desenvolvimento de um novo conhecimento matemático. Ademais, ressalta que a matemática pode ser aplicada em várias áreas do conhecimento, permitindo analisar, interpretar e operar sobre diferentes processos. Essa disciplina emprega, para isso, múltiplos conceitos e procedimentos.

Com relação à matemática escolar, De Gamboa (2015) também reforça a existência de diferentes conexões entre os conhecimentos trabalhados. Esse autor destaca que o estudante precisa estabelecer relações entre os diferentes conceitos que vai construindo.

Concordando com os autores mencionados e entendendo a importância do trabalho com as conexões, é preciso destacar os questionamentos elaborados por Allevato e Onuchic:

> Mas como os professores podem possibilitar aos alunos experiências que lhes permitam perceber e estabelecer essas conexões? Como capacitar ou preparar os professores para realizar este trabalho com seus alunos em sala de aula de Matemática? (ALLEVATO; ONUCHIC, 2019. p. 2).

Refletindo a respeito dessas questões, entende-se que um caminho possível e promissor é o trabalho com conexões na formação inicial de professores de matemática. Desse modo, o presente artigo é uma ampliação de um trabalho apresentado no Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – VIII SIPEM, realizado no ano de 2021. Durante esse, teve-se a oportunidade de apresentar a pesquisa e de discutir sobre ela com os pesquisadores da área, enriquecendo o trabalho.

O objetivo, neste texto, é o de relatar os resultados parciais de uma pesquisa desenvolvida com estudantes de um Curso de Licenciatura em Matemática no componente curricular de Fundamentos de Análise. No desenvolver dessa disciplina, foram investigadas as conexões realizadas na resolução de dois problemas propostos. Tais problemas envolviam conceitos da disciplina, como funções contínuas, teorema do valor intermediário, entre outros. O estudo foi realizado durante o contexto da pandemia, e a metodologia empregada foi a de Resolução de Problemas.

Nas seções que seguem, são apresentados os aportes teóricos empregados, bem como são analisadas as conexões que os estudantes apresentaram ao resolverem os problemas propostos.

CONEXÕES MATEMÁTICAS

Ao ser feita a introdução deste trabalho, algumas ideias sobre conexões matemáticas já foram destacadas, com base, principalmente, na pesquisa de Canavarro (2017). Buscando a ampliação do aporte teórico, foram encontrados outros pesquisadores, os quais, igualmente, dedicaram-se ao tema, como Businkas (2008) e Flores e García-García (2017). Na sequência, são destacados alguns aspectos dos estudos desses autores, buscando caminhos para analisar as diferentes conexões que podem ser estabelecidas.

Businkas (2008) ressalta que, na literatura, podem ser encontradas várias maneiras de referenciar uma conexão matemática, a saber: uma relação entre ideias matemáticas, deixando claro o fato de que as conexões existem independente do aprendiz; uma relação construída por quem aprende ou, ainda, um processo que é parte da atividade de fazer matemática. Além dessas formas de fazer referência às conexões, existem, também, discussões acerca do papel das conexões, tanto no ensino quanto na aprendizagem. Ainda, são apontados alguns caminhos como essas conexões são construídas para se compreender melhor o tema.

Flores e García-García (2017), do mesmo modo, convergem para o entendimento de Businkas (2008). Esses estudiosos defendem, por um lado, as conexões como sendo as relações que estruturam a matemática e são independentes do aluno e, por outro lado, como as relações por intermédio das quais, através de processos de pensamento, a matemática é construída. Nesse sentido, os autores citados classificam as conexões matemáticas em dois tipos: as conexões intramatemáticas e as conexões extramatemáticas.

As conexões intramatemáticas são aquelas estabelecidas entre conceitos, procedimentos, teoremas, argumentos e representações matemáticas entre si. Já as conexões extramatemáticas estabelecem uma relação de um conceito ou modelo matemático com um problema no contexto (não matemático) ou vice-versa.

Em se tratando das conexões intramatemáticas, Businskas (2008) apresenta um conjunto de categorias, entendendo conexão como uma relação verdadeira entre duas ideias matemáticas, A e B. Cada uma das categorias está descrita na sequência desse artigo, bem como alguns exemplos que as ilustram.

Representações diferentes: nessa categoria, estão incluídas as representações alternativas e as representações equivalentes. Diz-se que A é uma representação alternativa de B caso ambas estejam expressas de duas maneiras diferentes (verbal-algébrica, algébrica-geométrica, dentre outras). Por exemplo, o gráfico como uma reta é uma representação alternativa de $f(x) = ax + b$ (BUSINSKAS, 2008). Por outro lado, A é uma representação equivalente de B, quando ambas são expressas de duas maneiras diferentes, contudo, na mesma representação (por exemplo, $f(x) = (x - 2)^2$ e $f(x) = x^2 - 4x + 4$) (FLORES; GARCÍA-GARCÍA, 2017).

Relação parte-todo: A está incluído em (é um componente de) B ou, ainda, B inclui (contém) A ou é uma generalização de A. Nesse caso, tem-se uma relação hierárquica entre dois conceitos. Para ilustrar essa ideia: um vértice é um componente de uma parábola ou a parábola contém um vértice ou, ainda, $f(x) = ax + b$ é uma generalização de $f(x) = 2x - 4$.

Implicação: dessa categoria, fazem parte as relações lógicas, como A implica em B, entre outras. Essa conexão indica uma dependência entre os conceitos de maneira lógica, como, por exemplo, o grau de uma equação determina o número máximo de raízes possíveis.

Procedimento: A é um procedimento usado ao trabalhar com o objeto B. A título de exemplo, pode-se mencionar um diagrama de árvore, que é um procedimento usado para descrever um espaço amostral (probabilidade).

Conexões entre conceitos matemáticos: são identificadas quando um aluno relaciona um conceito A a um conceito B, seja para argumentar sobre sua resposta a um problema dado ou para explicar um conceito C. Essa categoria aparece no trabalho de Flores e García-García (2017), o qual, além das anteriores, inclui também essa como parte das conexões intramatemáticas.

Por fim, as conexões extramatemáticas estabelecem relações entre o conteúdo matemático com outras áreas do conhecimento ou com situações do cotidiano. Nesse caso, Flores e García-García (2017) destacam a conexão por modelagem como um tipo de conexão extramatemática. Isso se dá quando o estudante constrói um modelo matemático para resolver um problema aplicado a algum contexto específico e, a partir do modelo, emprega vários conhecimentos e procedimentos para chegar à sua resposta.

As categorias citadas serviram como base para a análise das produções dos estudantes nesta pesquisa.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Na área de Educação Matemática, tanto no Brasil, quanto em outros países, a resolução de problemas tem sido foco de atenção de diversos pesquisadores. A ênfase, inicialmente, foi no uso de modelos e estratégias na resolução de problemas. Entretanto, com o avanço nas pesquisas, “a Resolução de Problemas passou a ser pensada como uma metodologia de ensino, ponto de partida e meio de se ensinar matemática” (ZUFFI; ONUCHIC, 2007, p. 81).

Avançando um pouco mais a respeito desse entendimento, Onuchic e Allevato (2011) concebem trabalhar a matemática, por meio da resolução de problemas, empregando a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação. Assim, elas a compreendem como uma metodologia que considera três elementos, que ocorrem simultaneamente: o professor ensina; o aluno aprende e a avaliação, que é realizada por ambos. Ainda, as autoras destacam que:

> Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011, p. 81).

Entende-se que não há uma forma rígida de se trabalhar, em sala de aula, com a resolução de problemas. No entanto, algumas etapas são importantes de serem seguidas para quem deseja trabalhar com essa metodologia. Com esse intuito, Onuchic e Allevato (2011) apresentam um roteiro composto pelos seguintes passos: preparação do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observação e incentivo; registro das resoluções na lousa; plenária e busca do consenso.

Ao analisar-se como a resolução de problemas é concebida, atualmente, e também os passos para sua execução, pode-se relacioná-la à formação de conceitos matemáticos, com o estímulo do pensamento e com a construção de esquemas mentais a fim de que seja possível resolver o problema proposto. Logo, compreende-se o emprego dessa metodologia como propício para o estabelecimento de conexões matemáticas, justificando sua utilização neste estudo.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Considerando a abordagem qualitativa como sendo aquela em que se responde a questões muito particulares, que envolvem significados, valores, atitudes, ou seja, um espaço mais profundo dos processos e dos fenômenos (MINAYO, 2001), considera-se que essa seja propícia para o desenvolvimento dessa pesquisa. Durante o trabalho em sala de aula, seguiu-se os passos da resolução de problemas conforme detalhado na seção anterior.

Participaram desse estudo oito estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática de um Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia, os quais foram organizados em quatro duplas. Essas foram identificadas como D1, D2, D3 e D4. A coleta de dados se pautou na produção escrita dos participantes, obtida a partir da aplicação de dois problemas escolhidos.

Na sequência, são detalhadas as respectivas resoluções apresentadas pelos participantes para os problemas propostos. Essas, por sua vez, são acompanhadas de discussões e de reflexões suscitadas a partir delas, buscando estabelecer as conexões matemáticas realizadas.

ANÁLISE DOS DADOS

A primeira etapa realizada consistiu na escolha dos problemas – os quais são mencionados na sequência – que foram apresentados aos estudantes, primeiramente, de forma individual. Isso foi feito com o intuito de que cada um tivesse contato com o problema e realizasse a leitura desse. Após isso, os estudantes foram organizados em duplas para a realização da discussão e da resolução dos problemas.

Como a aplicação desse trabalho foi realizada no período da pandemia da Covid-19, os alunos utilizaram plataformas para a realização de reuniões on-line, como o *Google Meet*, buscando a interação para a discussão dos caminhos da resolução e dos conceitos envolvidos. Nessa etapa, procurou-se dar suporte às duplas, incentivando as discussões e o desenvolvimento dos passos da resolução do problema. Esse suporte também foi realizado via plataforma de reuniões ou por meio de aplicativos de mensagens.

Nesta parte do artigo, procura-se descrever e analisar os caminhos percorridos pelas duplas na resolução dos problemas. Conforme mencionado, o primeiro problema, que está apresentado na sequência, foi discutido no trabalho submetido ao evento. Contudo, o segundo não consta no referido trabalho, consistindo, portanto, em uma ampliação dos resultados apresentados.

No Quadro 1, pode ser visualizado o enunciado do primeiro problema trabalhado. Após a apresentação do problema, são detalhadas as conexões realizadas pelos estudantes, nos caminhos da resolução dele, segundo as categorias apresentadas anteriormente.

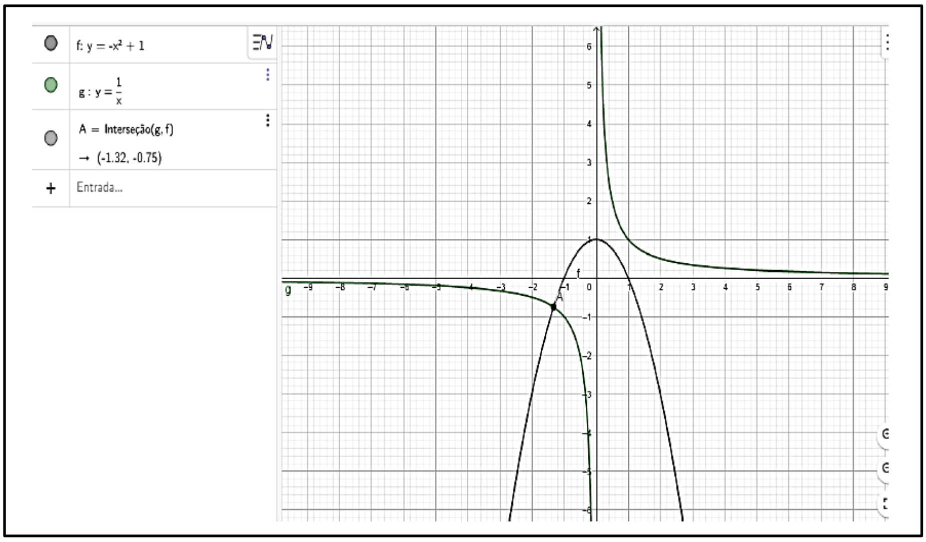
Quadro 1 – Enunciado do primeiro problema proposto

Calcular as coordenadas dos pontos de intersecção da parábola de equação $y = 1 - x^2$ e da hipérbole de equação $y = \frac{1}{x}$.

Fonte: Adaptado de Santos (2018).

Diferentes Representações: identificou-se esse tipo de conexão nas produções de D1 e D3. As duas duplas transitam da representação algébrica que o problema propõe à representação gráfica. Para isso, empregaram o *software* GeoGebra, como é percebido na Figura 1. O ponto de interseção pode ser visualizado como o ponto A da figura.

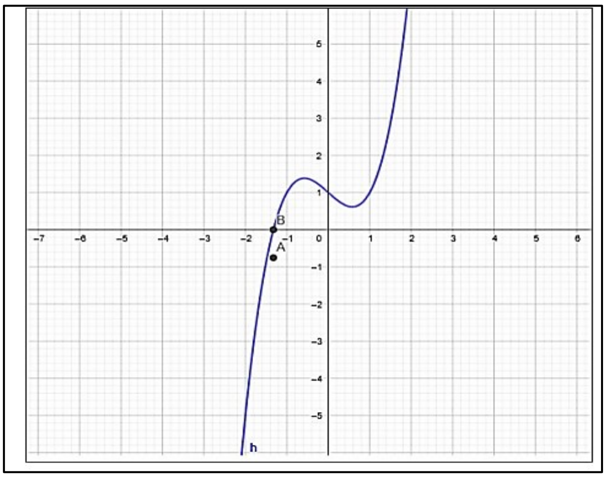
Figura 1 – Representação gráfica do problema 1 da Dupla D3



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Além dessa primeira representação, igualmente, é possível destacar uma segunda representação gráfica feita pela dupla D1, na qual os estudantes esclarecem que, para encontrar o ponto em comum, seria preciso igualar as equações. De acordo com eles, a partir disso, poderia ser montada uma única expressão, dada pela equação cúbica $x^3 - x + 1 = 0$. Nesse caso, novamente, recorreram à representação gráfica para interpretar a situação, conforme mostra a Figura 2.

Figura 2 – Representação gráfica da equação cúbica do problema 1 da Dupla D1



Fonte: Flôres e Bisognin (2021, p. 766).

Não foi possível identificar conexões do tipo diferentes representações nas resoluções das duplas D2 e D4.

Procedimento: essa conexão foi identificada nas produções de todas as duplas. A dupla D1, após encontrar a equação cúbica que representa o problema, concluiu que, para encontrar a solução procurada, poderiam recorrer a métodos já conhecidos, segundo destacado no trecho que segue.

- Pensando nessa ideia se conseguirmos determinar essa raiz indicado pelo ponto B, poderemos ter uma aproximação para a coordenada x que buscamos. Para determinar essa raiz, uma maneira muito eficaz é utilizar o método da bissecção.

Prosseguindo por esse caminho, elaboram uma tabela, na qual procuram identificar qual um intervalo que contenha a raiz. E após isso, procedem com os passos do método da bissecção.

Figura 3 – Tabela da mudança de sinal do problema 1 da Dupla D1

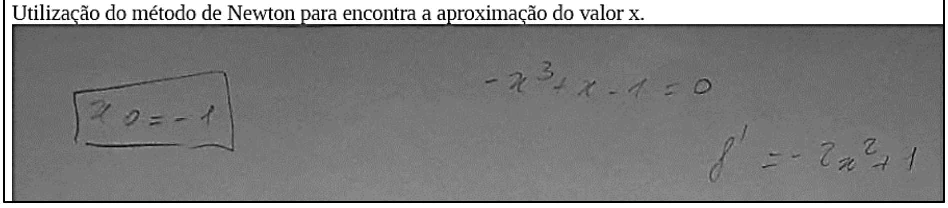
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-23	-5	1	1	1	7	25

Fonte: Flôres e Bisognin (2021, p. 766).

O Método de Newton também foi utilizado para resolver o problema, como citado pela dupla D3 e mostrado na Figura 4.

Figura 4 – Primeiros passos do Método de Newton do problema 1 da Dupla D3

Utilização do método de Newton para encontra a aproximação do valor x.



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Da mesma maneira, as duplas D2 e D4 utilizaram o Método da Bissecção, ainda que D4 não tenha deixado isso tão especificado na resolução apresentada.

Parte-todo: as conexões desse tipo puderam ser evidenciadas quando as duplas D2 e D3 apresentaram a referência ao Teorema do Valor Intermediário como justificativa para a existência da solução do problema e, também, como sustentação para o Método da Bissecção utilizado pelos estudantes.

Implicação: as duplas D2, D3 e D4 estabeleceram conexões do tipo implicação quando relacionaram o grau da equação com o número de raízes. Essas duplas justificaram o fato de apenas uma das raízes ser a solução procurada, conforme podemos observar no trecho abaixo, extraído do protocolo da dupla D2.

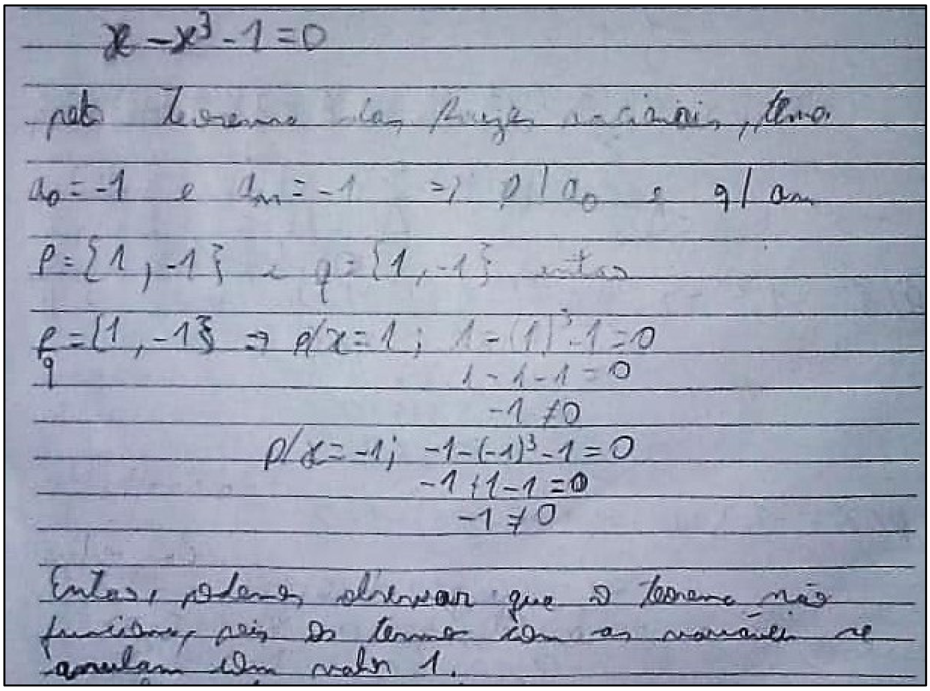
- Como a situação nos levará a um polinômio de grau três, logo teremos três soluções. Porém a raiz que satisfaz esta solução tem que pertencer ao conjunto dos reais. Pois é o ponto de intersecção das cônicas.

Nesse caso, pode-se inferir que os estudantes apresentaram conexões do tipo implicação. É possível afirmar isso em função de terem relacionado a dependência dos conceitos de maneira lógica.

Conexão entre conceitos: identificou-se, na resolução do problema pela dupla D1, conexões entre conceitos quando os estudantes apresentaram, em sua escrita, diferentes relações observadas, como, por exemplo, as relações entre o gráfico das funções, ponto de interseção e raiz da equação. Na resolução da dupla D3, é preciso destacar as conexões entre conceitos: gráfico das funções, ponto de interseção, coordenadas e raiz da equação. Os estudantes referiram, em sua produção escrita, o fato de que os valores aproximados, para x e y, deveriam estar no terceiro quadrante, pois a parábola estava definida com a<0, e a hipérbole, do mesmo modo, estava definida no terceiro quadrante.

No caso da dupla D4, entende-se que os estudantes apresentaram conexões, entre conceitos matemáticos, quando destacaram o teorema das raízes racionais para partirem em busca da raiz da equação cúbica, como é possível perceber na Figura 5 que segue.

Figura 5 – Resolução do problema 1 da Dupla D4


$x - x^3 - 1 = 0$
pelo teorema das raízes racionais, temos
$a_0 = -1$ e $a_n = -1 \Rightarrow p \mid a_0$ e $q \mid a_n$
$p = \{1, -1\}$ e $q = \{1, -1\}$ então
$\frac{p}{q} = \{1, -1\} \Rightarrow p/x = 1;\ 1 - (1)^3 - 1 = 0$
$1 - 1 - 1 = 0$
$-1 \neq 0$
$p/x = -1;\ -1 - (-1)^3 - 1 = 0$
$-1 + 1 - 1 = 0$
$-1 \neq 0$
Então, podemos observar que o teorema não funciona, pois os termos com as variáveis se anulam com valor 1.

Fonte: Flôres e Bisognin (2021, p. 769).

Passa-se, neste momento, à análise das resoluções apresentadas para o segundo problema proposto, cujo enunciado se encontra no Quadro 2. É importante salientar que a dupla D4 não apresentou resolução para esse problema, por isso as análises irão se concentrar nas outras três duplas.

Quadro 2 – Enunciado do segundo problema proposto

Um bem, cujo preço à vista é de R$500,00, é vendido em 6 prestações iguais de R$120,00. Qual é a taxa mensal de juros que está sendo cobrada, sabendo que o regime é de juros compostos?

Fonte: Adaptado de Santos (2018).

Procedimento: a dupla D1, após deduzir a expressão que relaciona a taxa procurada com os outros dados do problema, salientou que se chega a um polinômio. Ainda, segundo os integrantes dessa dupla, a resolução estaria em encontrar a raiz desse polinômio. Para isso, foi utilizado o Método da Bissecção, de acordo com o visualizado na Figura 6.

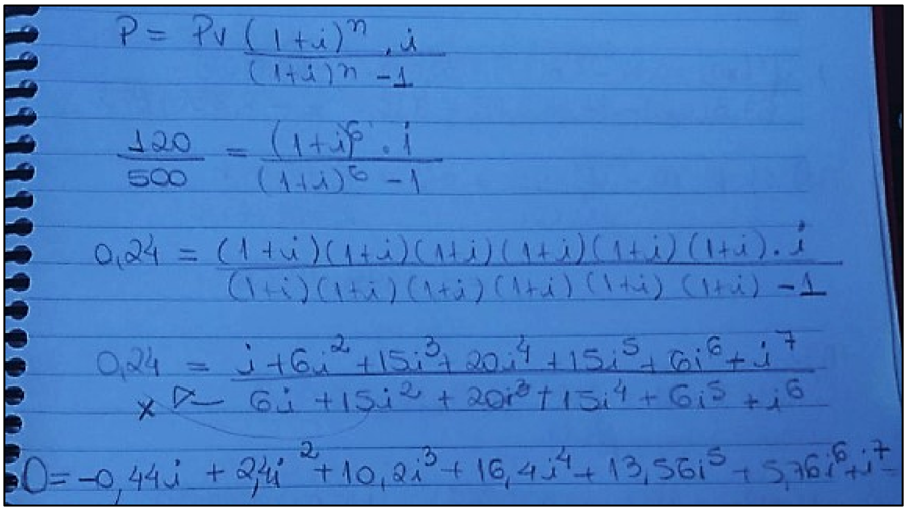
Figura 6 – Método da Bissecção do problema 2 realizado pela Dupla D1

n	a	b	xn	f(a)	f(b)	f(xn)	Erro
1	0,001	0,08	0,0405	-0,0987	2,453754	-1,65314	0,0395
2	0,0405	0,08	0,06025	-1,65314	2,453754	-0,41492	0,01975
3	0,06025	0,08	0,070125	-0,41492	2,453754	0,801161	0,009875
4	0,06025	0,070125	0,0651875	-0,41492	0,801161	0,140408	0,0049375
5	0,06025	0,065188	0,06271875	-0,41492	0,140408	-0,15021	0,00246875
6	0,062719	0,065188	0,063953125	-0,15021	0,140408	-0,00817	0,001234375
7	0,063953	0,065188	0,064570313	-0,00817	0,140408	0,065301	0,000617187
8	0,063953	0,06457	0,064261719	-0,00817	0,065301	0,028363	0,000308594
9	0,063953	0,064262	0,064107422	-0,00817	0,028363	0,010048	0,000154297
10	0,063953	0,064107	0,064030273	-0,00817	0,010048	0,000928	7,71484E-05

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

A dupla D2 empregou conceitos da matemática financeira para iniciar a resolução do problema, mais especificamente a fórmula que relaciona valor presente, parcela, taxa de juros e tempo. Isso pode ser verificado na Figura 7. Após isso, os integrantes da dupla usaram a manipulação algébrica, encontrando um polinômio de sétimo grau, o qual representa a situação apresentada.

Figura 7 – Resolução do segundo problema pela dupla D2

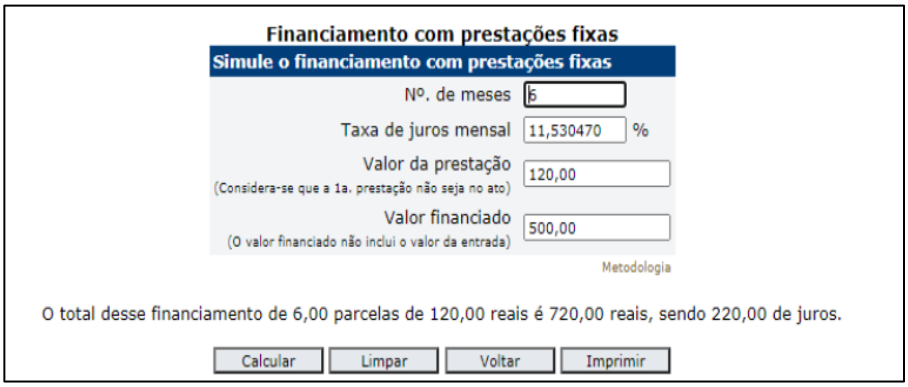


Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Após encontrar o polinômio, essa dupla empregou o Método de Newton a fim de determinar a raiz. Além disso, ela destacou o erro de aproximação e mencionou que poderiam ser utilizados outros métodos, como Método da Secante e da Bissecção.

O caminho empregado pela dupla D3, para iniciar o processo de resolução do problema, foi utilizar uma calculadora on-line para fazer o cálculo da taxa, segundo mostra a Figura 8.

Figura 8 – Primeiros passos da resolução do segundo problema pela dupla D2



Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Porém, os próprios estudantes destacam a pergunta que segue transcrita e a partir da indagação vão em busca da justificativa da resposta.

- Mas como calcular isso realmente e saber de onde vem esse cálculo?

Ao fazerem a exploração da calculadora, os estudantes dessa dupla encontraram uma explicação sobre o método utilizado para se obter a resposta. Substituindo os valores dados pelo problema, chegaram à equação destacada na Figura 9.

Figura 9 – Resolução do segundo problema pela dupla D2

Metodologia do Financiamento com Prestações Fixas

Cálculo com juros compostos e capitalização mensal.

$$q_0 = \frac{1-(1+j)^{-n}}{j}\, p$$

Onde:
n = Nº de Meses
j = Taxa de Juros Mensal
p = Valor da Prestação
q_0 = Valor Financiado

$$-1{,}84j + 9{,}96j^2 + 42{,}4j^3 + 68{,}2j^4 + 56{,}4j^5 + 23{,}96j^6 + 4{,}16j^7 = 0$$

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Com o intuito de encontrarem o valor da taxa pedida, os estudantes usaram o Método da Bissecção, semelhante ao que fez a dupla D1.

Conexões entre conceitos: identificou-se, em se tratando da dupla D1, a associação da situação-problema apresentada com a progressão geométrica. Nesse caso, os estudantes utilizaram a ideia de equivalência de capitais associada à soma dos termos de uma PG finita para iniciarem a resolução do problema.

Figura 10 – Resolução inicial do segundo problema pela dupla D1

$$120\cdot\left(1+\frac{1}{(1+i)}+\frac{1}{(1+i)^2}+\frac{1}{(1+i)^3}+\frac{1}{(1+i)^4}+\frac{1}{(1+i)^5}\right)$$

Soma de termos de uma PG: $S_n = \frac{a_1\cdot(1-q^n)}{1-q}$

Substituindo $a_1 = 120$ e $q = \frac{1}{(1+i)}$:

$$S_n = \frac{a_1\cdot(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_n = \frac{120\cdot\left(1-\left(\frac{1}{1+i}\right)^n\right)}{i} \Rightarrow S_n = \frac{120\cdot(1-(1+i)^{-n})}{i}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Na resposta da dupla D2, foram identificadas conexões entre conceitos da matemática financeira, polinômios e raízes de polinômios. Também, na resolução apresentada pela dupla D3, foram perceptíveis conexões entre os conceitos da matemática financeira e relacionadas à ideia de zeros de função, como visualiza-se no trecho abaixo.

- Após realizarmos o cálculo pela fórmula encontrada na Calculadora do Cidadão chegamos em um ponto que não é mais possível utilizar a fórmula para desenvolver o resto do cálculo. Por este motivo o resultado encontrado se transforma em uma função como veremos na Figura 11.

Figura 11 – Função encontrada pela dupla D3

$$f(x) = -1,84y + 9,96y^2 + 42,4y^3 + 68,2y^4 + 56,4y^5 + 23,96y^6 + 4,16y^7 = 0$$

Fonte: Dados da pesquisa (2020).

Relação Parte-todo: a dupla D2 destacou que é o teorema do valor médio que garante que a solução do problema exista. Já a dupla D3 apresentou uma explicação sobre o embasamento do Método da Bissecção, destacando que o Teorema do Valor Intermediário como justificativa para seu funcionamento.

Implicação: a dupla D2 estabeleceu conexões do tipo implicação quando seus integrantes relacionaram o grau do polinômio com o número de raízes e justificaram o fato de apenas uma das raízes ser a solução procurada. Isso é percebido no trecho transcrito, retirado do protocolo de resolução dos estudantes.

- Neste caso, o polinômio terá sete soluções (raízes), em reais e complexas. Destas três serão reais, porém duas delas serão negativas, logo como estamos encontrando um valor para juro, não pode se admitir valores negativos. Então o intervalo para encontrar a solução deverá partir de 0,1.

No Quadro 3 apresentado na sequência, foram sistematizadas a variedade de conexões que os estudantes apresentaram ao resolverem os problemas.

Quadro 3 – Conexões observadas na resolução dos problemas

Problema	Tipos de Conexão	D1	D2	D3	D4
P1	Diferentes Representações	X		X	
	Parte-todo		X	X	
	Implicação		X	X	X
	Procedimento	X	X	X	X
	Conceitos Matemáticos	X	X	X	X
P2	Diferentes Representações				
	Parte-todo		X		
	Implicação		X	X	
	Procedimento	X	X	X	
	Conceitos Matemáticos	X	X	X	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Com base no quadro anterior, é possível observar que a dupla D1 não estabeleceu conexões dos tipos parte-todo e implicação para resolver nenhum dos problemas apresentados. Igualmente, nota-se que a dupla D2 não apresentou diferentes representações para solucionar os problemas, assim como a dupla D4. A dupla D3 foi a que demonstrou a maior variedade de conexões em suas resoluções. Inclusive, no primeiro problema resolvido por essa dupla, foi possível identificar os cinco tipos.

Em se tratando do segundo problema, nenhuma das duplas se utilizou de diferentes representações para resolvê-lo, algo que havia ocorrido no primeiro. É possível que a natureza do problema tenha influenciado para que os estudantes empregassem outras representações na busca da solução. Além da natureza do problema influenciar nesse estabelecimento de conexões, é provável que os conhecimentos prévios dos estudantes também exerçam essa influência, como destacado por Flores e García-García (2017).

Em um estudo de Flores e García-García (2017), da mesma maneira, as conexões de procedimento e entre conceitos matemáticos apareceram com maior frequência. Os autores destacam que esse fato pode ser reflexo da forma como, em geral, trabalha-se com os estudantes em sala de aula, ou seja, privilegiando o aspecto algébrico das resoluções e, nesse sentido, corrobora-se com essas observações.

Cabe destacar as conexões do tipo parte-todo, feitas por duas duplas, quando explicitaram o Teorema do Valor Intermediário, estudado na disciplina de Fundamentos de Análise, para justificar a existência das soluções dos problemas. Além disso, essa dupla usou o método numérico para encontrá-las.

Ainda, é necessário observar a relação que os estudantes estabeleceram com o grau da equação e o número de raízes. Isso, na concepção de Businkas (2008), evidencia conexões do tipo implicação, visto que a dupla relacionou a dependência dos conceitos de maneira lógica.

Por fim, ressalta-se a percepção de que nem todos os estudantes conseguiram estabelecer conexões de todos os tipos nas resoluções apresentadas. Em função disso, é possível acreditar que, em suas trajetórias escolares e acadêmicas, tenham tido pouco contato com esse tipo de experiência, o que pode ter influenciado nessa dificuldade.

Por se tratarem de futuros professores, tornam-se ainda mais enriquecedoras experiências como essa, já que podem influenciar no desenvolvimento de atividades semelhantes quando esses estudantes estiverem atuando em sala de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do trabalho proposto, neste artigo, foi investigar as conexões realizadas pelos estudantes de um Curso de Licenciatura em Matemática na resolução de problemas propostos. Com esse intento, foi empregada a metodologia de Resolução de Problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). Considerando as pesquisas dos autores mencionados ao longo do texto, corrobora-se com o entendimento de que o trabalho com conexões se mostra um caminho favorável para o desenvolvimento da aprendizagem matemática. Considera-se isso por parecer fundamental que o estudante compreenda a interrelação entre as ideias matemáticas, superando visões de compartimentalização de conceitos (CARREIRA, 2010).

A utilização da metodologia escolhida se mostrou favorável ao estabelecimento de conexões, assim como destacado por Allevato e Onuchic (2019), quando ressaltam as conexões enquanto componentes essenciais para o sucesso na resolução de problemas. Ademais, a resolução de problemas se mostra atividade essencial para a construção do conhecimento pelas conexões.

Propostas como a apresentada, nesse texto, servem, do mesmo modo, para incentivar e encorajar os futuros docentes que as vivenciam a fim de que, em suas salas de aula, também as realizem. Desse modo, é possível contribuir para que as práticas pedagógicas em matemática se tornem cada vez mais significativas. Isso, por sua vez, é importante, em função da necessidade de que “futuros professores vivenciem intensamente práticas que os coloquem nesse contexto das conexões, enquanto aprendem a Matemática da Educação Superior e se preparam para sua atuação profissional futura” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2019, p. 13).

Espera-se que esse trabalho sirva de inspiração para outros estudos. Da mesma maneira, objetiva-se que a pesquisa apresentada contribua para outras investigações relacionadas ao tema.

MATHEMATICS CONNECTIONS EVIDENCED IN PROBLEM SOLVING: A STUDY AT A HIGHER LEVEL

ABSTRACT

Mathematics is characterized by different connections, which can be made between intramathematical and extramathematical areas. These connections, in turn, are decisive for the understanding of a new concept. In this paper, we describe the partial results of a research focused on the construction of mathematical concepts through the establishment of connections. Students of an undergraduate course in Mathematics, enrolled in the curricular component Foundations of Analysis, participated in the study. Throughout the research, the connections made when solving the proposed problems involving the concepts of the subject were analyzed, as continuous functions, intermediate value theorem, among others. The study was carried out in the context of the Covid-19 pandemic. The Problem Solving methodology for classroom work and a qualitative research approach in which data were obtained from the students' productions and observations were employed. As a result, it was possible to verify, according to the categories of connections listed, that the study contributed to the understanding of different mathematical concepts, which were evidenced from the proposed problems.

KEYWORDS: Connections. Teaching degree in mathematics. Teaching. Foundations of analysis. Problem solving.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. As conexões trabalhadas através da resolução de problemas na formação inicial de professores de matemática. **RenCiMa**, v. 10, n. 2, p. 01-14. 2019. Disponível em: https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2334/1109. Acesso em: 02 jun. 2021.

BUSINSKAS, A. **Conversations About Connections**: how secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections. 2008. 183f. Thesis (Doctor of philosophy) – Faculty of Education, Simon Fraser University, Canadá, 2008. Disponível em: https://core.ac.uk/download/pdf/56373465.pdf. Acesso em: 28 abr. 2021.

CANAVARRO, A. P. O que a investigação nos diz acerca da aprendizagem da matemática com conexões – ideias da teoria ilustradas com exemplos. **Educação e Matemática**. Lisboa, n. 144-145, p. 38-42, out, nov, dez. 2017. Disponível em: https://core.ac.uk/download/pdf/154812689.pdf. Acesso em: 04 jun. 2021.

CARREIRA, S. Conexões Matemáticas – Ligar o que se foi desligando. **Educação e Matemática**. Lisboa, n. 110, p. 13-18, out, nov, dez. 2010. Disponível em: https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/1896. Acesso em: 01 jun. 2022.

DE GAMBOA, G. **Aproximación a la relación entre el conocimiento del profesor y el establecimiento de conexiones en el aula**. Barcelona, 2015. Tesis (Doctoral) – Universitat Autónoma de Barcelona. Barcelona, 2015. Disponível em: https://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/330365/gdgr1de1.pdf?sequence=1. Acesso em: 01 jun. 2022.

FLORES, C. D.; GARCÍA-GARCÍA, J. Conexiones Intramatemáticas y Extramatemáticas que se producen al Resolver Problemas de Cálculo en Contexto: um Estudio de Casos em el Nivel Superior. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 158-180, abr. 2017. Disponível em: https://www.scielo.br/j/bolema/a/tdg5wMpBrYQsL3KY6vdRbNf/?format=pdf&lang=es. Acesso em: 28 abr. 2021.

FLÔRES, M. V.; BISOGNIN, V. Conexões matemáticas e resolução de problemas: um estudo envolvendo estudantes de um curso de licenciatura em matemática. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., **Anais**... Uberlândia (MG), Uberlância, 2021. Disponível em: https://www.even3.com.br/anais/viiisipemvs2021/378803-conexoes-matematica-e-resolucao-de-problemas--um-estudo-envolvendo-estudantes-de-um-curso-de-licenciatura-em-mate/. Acesso em: 22 dez. 2022.

MINAYO, M. C. S. (org.). **Pesquisa social. Teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Editora Vozes, 2001.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/5739. Acesso em: 02 jun. 2021.

SANTOS, M. W. S. **Resolução numérica de equações polinomiais de grau n>2 no ensino médio, por que não?** Dissertação (Mestrado em Matemática), Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2018. Disponível em: http://mat.ufcg.edu.br/profmat/wp-content/uploads/sites/5/2019/09/TCC_MARCIA_WALKIRIA_DA_SILVA_SANTOS.pdf. Acesso em: 02 jun. 2021.

ZUFFI, E. M.; ONUCHIC, L. R. O Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas e os Processos Cognitivos Superiores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 11, p. 79-97, set. 2007. Disponível em: https://union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/1244. Acesso em: 04 jun. 2021.

Recebido: 27 jun. 2022.
Aprovado: 18 nov. 2022.
DOI: 10.3895/rbect.v15n3.15668
Como citar: FLÔRES, M. V.; BISOGNIN, V. Conexões matemáticas evidenciadas na resolução de problemas: um estudo em nível superior. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, Edição Especial, p. 1-17, dez. 2022. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/15668>. Acesso em: XXX.
Correspondência: Marcia Viaro Flôres - marciaviaroflores@gmail.com