

Design Instrucional no desenvolvimento de uma Sequência Didática Digital com a temática Derivadas

RESUMO

Jonata Souza dos Santos
jonatasantos1995@gmail.com
[0000-0002-3447-1375](tel:0000-0002-3447-1375)
Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Rio
Grande do Sul, Brasil.

Claudia Lisete Oliveira Groenwald
claudiag@ulbra.br
[0000-0001-7345-8205](tel:0000-0001-7345-8205)
Universidade Luterana do Brasil, Canoas, Rio
Grande do Sul, Brasil.

O presente trabalho é constituído de uma investigação sobre as potencialidades do desenvolvimento de uma Sequência Didática Digital (SDD) com diferentes recursos tecnológicos, e foi aplicado a estudantes da área de Ciências Exatas que cursaram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. O objetivo geral da pesquisa foi analisar as contribuições de uma SDD, com a temática Derivadas, visando identificar as dificuldades dos estudantes e ampliar a compreensão dos conceitos e a aplicação dos mesmos em situações problemas para alunos dos cursos da área de Ciências Exatas. A metodologia aplicada é de caráter qualitativo, com o desenvolvimento de um experimento com a participação de 7 estudantes do Ensino Superior. As SDD foram desenvolvidas em sites e disponibilizadas no Sistema Siena. As atividades eram compostas por um material de estudos em PDF, um vídeo explicativo do material de estudos, vídeos complementares disponíveis no YouTube e, em alguns conceitos, objetos educacionais disponíveis no software GeoGebra. As SDD foram baseadas no *Design Instrucional* Contextualizado. Com base na análise dos dados, a partir do banco de dados do sistema Siena, foi possível identificar o conceito em que os alunos apresentaram maior dificuldade- o de Derivadas – Regra da cadeia. Nos conceitos Matemática Básica – Funções, Derivadas Diretas, Produto e Quociente, Aplicações de Derivadas em Resolução de situações Problemas, diferentes alunos fizeram o estudo das Sequências Didáticas Digitais para a retomada dos conceitos nos quais não atingiram um desempenho satisfatório. Os conceitos de Matemática Básica – Aritmética e Matemática Básica – Álgebra, não foram utilizados durante a pesquisa porque os sete estudantes alcançaram um desempenho esperado no primeiro teste adaptativo realizado. Os participantes da pesquisa consideraram que a interface se mostrou intuitiva, com materiais e recursos considerados pelos participantes como adequados ao estudo.

PALAVRAS-CHAVE: Derivadas. *Design Instrucional*. Sequência Didática Digital.

INTRODUÇÃO

A discussão sobre o grau de dificuldades que os estudantes do Ensino Superior apresentam em relação aos conteúdos matemáticos da Educação Básica é um assunto que permeia a academia, buscando a adequação para o desenvolvimento de competências e quais metodologias são consideradas importantes para diminuir tais dificuldades e avançar nos conceitos matemáticos do Ensino Superior. Segundo Masola e Allevalo (2016) o acesso às instituições de Ensino Superior foi democratizado e muitos estudantes adentraram as salas de aula das universidades, chegando com objetivos e habilidades diferenciadas, apresentando, claramente, deficiências na formação e/ou domínio no aprendizado dos conceitos matemáticos.

Logo, torna-se importante refletir sobre estratégias e recursos didáticos que possibilitem o desenvolvimento do ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos no Ensino Superior. Neste artigo aborda-se a temática Derivadas, buscando alternativas metodológicas para que o aluno construa o conhecimento aplicando-os na resolução de problemas, não priorizando a memorização de fórmulas e algoritmos para a resolução de atividades que se reduzam a exercícios de memória sem aplicação prática, buscando, também, diminuir as dificuldades relativas aos conceitos matemáticos prévios necessários ao estudo desta temática.

Entende-se que a utilização das Tecnologias Digitais (TD), por meio do Ensino Híbrido, pode ser um caminho que possibilite ao estudante se desenvolver conforme sua rotina e ritmo de estudos, possibilitando visitar e/ou estudar os conceitos em diferentes horários e de acordo com seu ritmo de aprendizagem, desta forma sendo possível avançar conforme seu desempenho pessoal.

Apresenta-se neste artigo o *Design* de Sequências Didáticas Digitais (SDD) desenvolvidas no *Google Sites*, estruturadas conforme os princípios do *Design Instrucional Contextualizado* (DIC) (FILATRO, 2008), que se adaptam aos diferentes equipamentos eletrônicos existentes (notebook, tablets, smartphones, etc.). A pergunta de pesquisa foi: Como desenvolver uma SDD, com a temática Derivadas, visando identificar as dificuldades e ampliar a compreensão dos conceitos e a aplicação dos mesmos em situações problemas para estudantes que já cursaram a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I da área de Ciências Exatas?

O ENSINO DE CÁLCULO E A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

Abordando a Educação Matemática no Ensino Superior, pesquisadores como, Homa (2019), Iglioni e Almeida (2015), Cabral e Baldino (2006), trouxeram discussões relativas ao ensino da temática Derivadas nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral I, de cursos de graduação do Ensino Superior. O debate sobre o ensino e aprendizagem dessa temática é bastante complexo, por haver, por parte dos professores, expectativas referentes aos conhecimentos prévios dos alunos que, em geral, não são correspondidas (LOPES; REIS, 2019; MASOLA; ALLEVATO, 2016; CURY; CASSOL, 2004).

A falta de conhecimentos prévios por parte dos alunos, salas de aulas com muitos alunos, excesso de conteúdos a serem trabalhados e, muitas vezes com metodologias que privilegiam os procedimentos com explicação-exercícios, tem feito com que o índice de reprovação e de desistência, nas disciplinas de Cálculo

Diferencial e Integral, há muitos anos, permaneçam elevados (BRAGG, 2005; REIS, 2001).

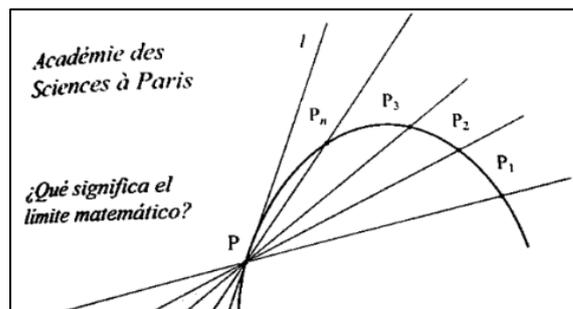
De acordo com os autores Baldino e Fracalossi (2012), Reis (2009), Cabral e Baldino (2006), Reis (2001) muitos conceitos do Cálculo são trabalhados em sala de aula pautados em um formalismo imposto pela apresentação dos conteúdos, abordando o método explicação-exercício, por meio de definições, teoremas, demonstrações e propriedades e, em seguida, o estudante deve resolver exercícios como forma de memorizar os procedimentos, o que leva a uma compreensão fragmentada, de forma que o estudante, muitas vezes, não consegue aplicar os conceitos na resolução de situações problemas.

Reis (2001) aponta para problemas epistemológicos associados à aprendizagem do Cálculo, assim como problemas de caráter didático, excesso de formalismo, falta de transposição didática etc., não contemplando a aplicação dos conceitos, o que torna o estudo pouco significativo para o estudante (HOMA, 2019; CANTORAL, 2013).

Lopes e Reis (2019) que destacam que muitas vezes os alunos realizam operações algébricas e memorizam fórmulas para derivar uma função, mas não compreendem o objeto matemático que está sendo estudado. Cantoral (2013) aborda que este tipo de erro é cometido pelos estudantes porque, geralmente, a apresentação do conteúdo Derivadas é feito por meio da definição formal da derivada com o cálculo do limite e um exemplo de uma regra com quatro passos para ensinar as técnicas de derivação. A regra dos quatro passos é uma forma operativa em que se ensina, para os alunos, o método para obtenção das técnicas de derivação: Primeiro passo: calcular $f(x + h)$, para h um incremento em x ; Segundo passo: determinar o incremento da função, calculando $f(x + h) - f(x)$; Terceiro passo: calcular a variação média pela razão dos incrementos $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$; Quarto passo: Calcular a variação para o incremento h tendendo a zero $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.

Essa é a regra, tradicionalmente utilizada no ambiente educacional e, graficamente (Figura 1), ela é apresentada seguindo o modelo desenvolvido por D'Alambert em 1748.

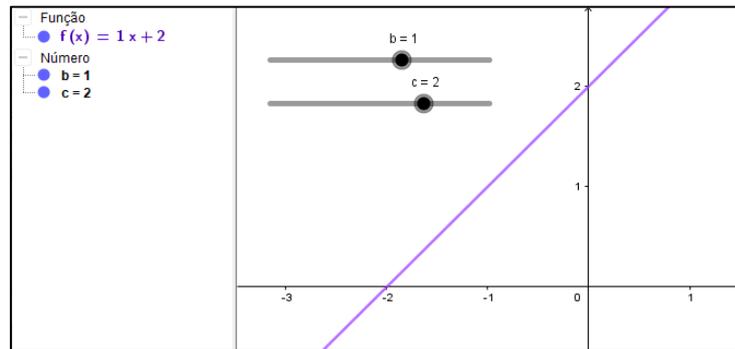
Figura 1 - Exemplo do limite dado por D'Alambert em 1748



Fonte: Cantoral (2013, p. 193).

Cantoral (2013) propõe iniciar o estudo de retas tangentes utilizando recursos tecnológicos, no qual os alunos utilizam um software para traçar uma reta (que será a tangente) em um determinado ponto, conforme exemplo da Figura 2.

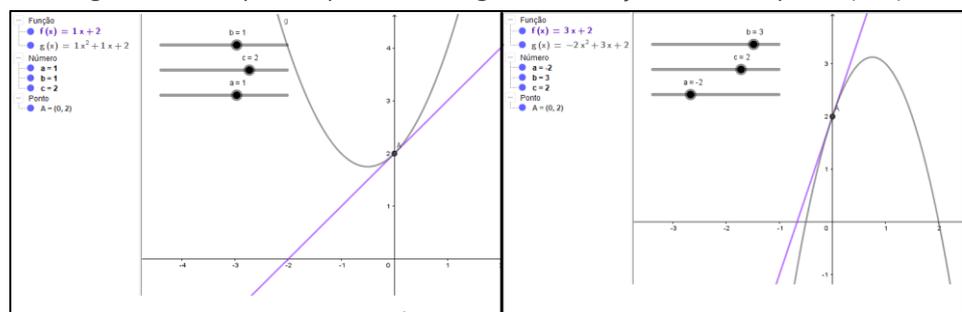
Figura 2 – Reta $y = x + 2$, tangente a y em $(0, 2)$



Fonte: Santos (2021, p. 50).

A partir dessa reta tangente ao eixo y no ponto $(0, 2)$, os estudantes devem encontrar equações de parábolas que sejam tangentes a essa reta, neste mesmo ponto. Na Figura 3, apresentam-se exemplos com parábolas que são tangentes a reta $y = x + 2$ no ponto $(0, 2)$. Cantoral (2013) salienta que os estudantes devem manipular de forma autônoma os coeficientes das parábolas para que possam compreender suas variações, e em um trabalho de grupo, propondo que a variação dos coeficientes, possibilita que os estudantes observem o ponto de tangência entre a parábola e o eixo y também irá modificar, o que originará uma equação do primeiro grau diferente, do tipo $y = x + 2$.

Figura 3 – Exemplos de parábolas tangentes a reta $y = x + 2$ no ponto $(0, 2)$



Fonte: Santos (2021, p. 50).

De acordo com Cantoral (2013) essa atividade permite aos estudantes construir uma ideia inicial de tangência entre a curva (parábola) e a reta, porém sem entrar com as definições matemáticas sobre esse sentido. Assim, é esperado que os alunos observem que o termo linear da parábola será a fórmula da reta tangente a curva de origem, ou seja, $ax^2 + bx + c \leftrightarrow bx + c$.

No *Design* das SDD desenvolvida buscou-se utilizar os conceitos, e a interpretação geométrica como forma de compreensão, para depois utilizar a resolução algébrica das situações problemas, utilizando recursos digitais que permitissem ao estudante realizar a visualização referida.

DESIGN INSTRUCIONAL

Design Instrucional (DI) é compreendido como o planejamento de ensino e aprendizagem no qual se incluem atividades, estratégias, sistemas de avaliação, métodos e materiais instrucionais (FILATRO, 2008). O DI é uma área de atuação

que está ligada diretamente à Educação, mais precisamente, à produção de materiais didáticos, pode ser descrito como uma metodologia que surgiu a partir das novas práticas do fazer pedagógico e colocam, desde então, o aluno no centro do processo de ensino e aprendizagem.

Filatro (2008) apresenta o termo *Design Instrucional*, explicando os termos individualmente. *Design* vem a ser um produto (o resultado de um processo ou atividade), e a *instrução* é a atividade de ensino que se utiliza da comunicação para facilitar a aprendizagem. A autora defende o DI como a ação intencional e sistemática de ensino que envolve o planejamento, o desenvolvimento e a aplicação de métodos, técnicas, atividades, materiais, eventos e produtos educacionais em situações didáticas específicas, a fim de promover, a partir dos princípios de aprendizagem conhecidos a aprendizagem humana. É o processo de identificar um problema de aprendizagem e desenhar, implementar e avaliar uma solução para o mesmo.

Entende-se que o DI pode ser definido como o conjunto de atividades envolvidas na formulação de uma ação educativa. Assim, não é uma tarefa única, porém uma diversidade de práticas que permitam a construção de um produto educacional qualificado, que atenda não apenas às especificidades dos alunos, mas também à orientação pedagógica da instituição de ensino (FILATRO, 2008). Groenwald (2020) discute que apoiado por tecnologias, o DI admite mecanismos de efetiva contextualização, caracterizados por: maior personalização aos estilos e ritmos individuais de aprendizagem; adaptação às características institucionais e regionais; atualização a partir de *feedbacks* constantes; acesso as informações e experiências externas à organização de ensino; possibilidade de comunicação entre os agentes do processo (professores, alunos, equipe técnica e pedagógica, comunidade); e monitoramento automático da construção individual e coletiva de conhecimentos, seguindo as indicações de Filatro (2008).

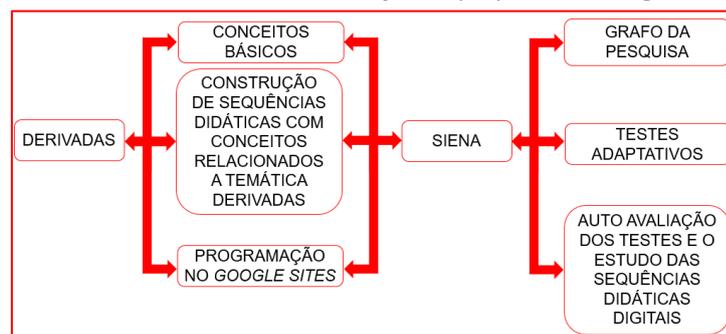
Optou-se, nesta pesquisa, pelo *Design Instrucional Contextualizado* (DIC) que busca o equilíbrio e a automação dos processos de planejamento, a personalização e contextualização na situação didática desenvolvida. Foi utilizado o termo DIC para descrever a ação intencional de planejar, desenvolver e aplicar situações didáticas específicas que, valendo-se das potencialidades de um Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA), incorporem, tanto na fase de concepção como durante a implementação, mecanismos que favoreçam a contextualização e a flexibilização, sendo possível que os estudantes percorram caminhos diferenciados, de acordo com seu ritmo de aprendizagem e de acordo com suas preferências de aprendizagem. Ao desenvolver o DIC optou-se pela organização de Sequência Didática (SD), que são conjuntos de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas entre si com o objetivo de otimizar o processo de ensino e aprendizagem, integrando atividades de aprendizagem e de avaliação (ZABALA, 1998).

Dolz e Schneuwly (2004) classificam uma SD como um grupo de atividades projetadas e organizadas pelo docente, visando alcançar um objetivo de aprendizagem, no qual a ordem particular dessas atividades é essencial para o processo de aprendizagem uma vez que o resultado final não depende do conteúdo de cada tarefa, mas como todas elas são organizadas na SD, permitindo que o estudante percorra seus caminhos de aprendizagem e vá avançando na compreensão do proposto nas atividades. Para Groenwald, Zoch e Homa (2009), uma SDD possibilita a utilização de diferentes recursos, com padrão superior de

qualidade como vídeo-exemplos, textos e animações, ou seja, um conteúdo visual com maior qualidade. Ao se trabalhar desta maneira, os alunos deixam de receber o mesmo conteúdo simultaneamente e passam a percorrer caminhos diferenciados, de acordo com o seu perfil de estudante e com o seu desempenho. Na Figura 4 apresenta-se o modelo do *DIC* aplicado no desenvolvimento da SDD com a temática Derivadas, desenvolvido no sistema inteligente SIENA.

O sistema SIENA é um sistema inteligente que é capaz de comunicar informações sobre o conhecimento dos alunos referente a temática de investigação, e tem o objetivo de auxiliar no processo de recuperação de conteúdos matemáticos, utilizando a combinação de mapas conceituais e testes adaptativos (GROENWALD; RUIZ, 2006). Para os autores esse sistema permite ao professor uma análise do nível de conhecimentos prévios de cada aluno, possibilitando um planejamento de ensino de acordo com a realidade dos alunos, podendo proporcionar uma aprendizagem significativa. O processo informático permite gerar um mapa individualizado das dificuldades dos alunos, o qual estará ligado a hipertextos, que serão apresentados quando o estudante apresentar dificuldades, possibilitando que recupere tais dificuldades.

Figura 4 – Movimentos de contextualização na proposta do *Design Instrucional*



Fonte: Santos (2021, p.59).

As SDD foram implementadas no sistema SIENA, onde são necessárias as seguintes ações: desenvolvimento de um grafo com os conceitos a serem desenvolvidos; banco de questões para os Testes Adaptativos para cada conceito do grafo; Sequências didáticas para cada conceito do grafo. Um teste adaptativo informatizado é administrado pelo computador, que procura ajustar as questões do teste ao nível de habilidade de cada examinado. Segundo Costa (2009), um teste adaptativo informatizado procura encontrar um teste ótimo para cada estudante, para isso, a proficiência do indivíduo é estimada interativamente durante a administração dos testes e, assim, só são selecionados os itens que mensurem eficientemente a proficiência do examinado. O teste adaptativo tem por finalidade administrar questões de um banco de questões previamente calibradas, que correspondam ao nível de capacidade do examinado.

Quando se trabalha em um ambiente informatizado de aprendizagem, é permitido aos alunos que desenvolvam suas atividades de acordo com seu ritmo de aprendizagem, no qual serão apresentados os conteúdos com diferentes recursos metodológicos, importantes ao desenvolvimento das competências matemáticas e, conforme suas escolhas e preferências, respeitando os desempenhos individualizados (GROENWALD; ZOCH; HOMA, 2009). Neste caminho, o professor tem um papel importante que é o de organizar o

planejamento de atividades que compõem a SDD encadeando e articulando as diferentes atividades ao longo de uma unidade didática, possibilitando ao aluno fazer suas escolhas ao longo do estudo (ZABALA; ARNAU, 2010). Utiliza-se o termo SDD como sendo um conjunto de atividades organizadas e desenvolvidas com o uso de recursos digitais. A seguir apresenta-se o DI desenvolvido com a temática da pesquisa.

O DI E O AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM COM A TEMÁTICA DERIVADAS

As SDDs estão indicadas para estudantes do Ensino Superior visando o estudo dos conceitos relacionados à temática Derivadas e possibilitando aos estudantes revisitarem os conceitos prévios necessários para a aprendizagem da temática Derivadas. Foram desenvolvidas SDD para cada conceito do Grafo da Pesquisa, dando continuidade à pesquisa de Silva (2019), onde foram desenvolvidos o grafo e o banco de questões dos testes adaptativos.

O Grafo possui seis conceitos: Matemática Básica – Aritmética; Matemática Básica – Álgebra; Matemática Básica – Funções; Derivadas Diretas, Produto e Quociente; Derivada - Regra da cadeia; Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas.

Os Testes Adaptativos estão organizados em seis (6) bancos de questões, compostos de sessenta (60) questões em cada conceito do grafo, de múltipla escolha, classificadas em três níveis de dificuldade (fácil, médio e difícil), tendo 20 questões para cada nível de dificuldade. Para classificar as questões, Silva (2019) utilizou a categorização apresentada no Quadro 1.

Quadro 1– Categorização das questões por conceitos

Conceitos	Níveis	Característica das questões
Matemática Básica: Aritmética, Álgebra e Funções	Fácil	Envolvem somente um conceito ou um procedimento para sua resolução.
	Médio	A resolução da atividade exige dois ou mais conceitos, ou a integração do conceito/procedimentos para a solução.
	Difícil	São necessários três ou mais procedimentos e estratégias para realizar as questões, além da exigência de nível maior de abstração por parte dos alunos.
Derivadas Diretas, Regra do Produto e do Quociente	Fácil	Derivadas Diretas do formulário e com funções mais simples.
	Médio	Derivadas consideradas simples com aplicação das regras do produto e quociente, envolvendo funções algébricas com potência e radiciação, trigonométricas, exponenciais e logarítmicas.
	Difícil	Derivadas de funções complexas que são resolvidas com a aplicação das regras do produto e do quociente.
Derivadas – Regra da Cadeia	Fácil	Derivadas de funções simples resolvidas com a aplicação da regra da cadeia.
	Médio	Derivadas de funções complexas e compostas, resolvidas com a aplicação da regra da cadeia.
	Difícil	Derivadas de funções mais complexas, difíceis e compostas, resolvidas com a aplicação da regra da cadeia.
Aplicação de Derivadas	Fácil	Conceitos para interpretar em cada situação problema, resolução de derivadas diretas do formulário.

com Resolução de Situações Problemas	Médio	Interpretação das situações problemas, resolução das derivadas, seguidos de cálculos específicos da função, substituindo valores encontrados realizando a aplicação necessária.
	Difícil	Resolução de derivação das funções mais complexas e análise de pontos máximos e mínimos, aplicadas em situações problemas.

Fonte: Silva (2019, p. 74).

No Quadro 2 apresentam-se exemplos de questões com os conceitos de Aplicação de Derivada com o conceito de Resolução de Situações Problemas.

Quadro 2- Exemplo de questões de Derivadas com Resolução de Problemas

FÁCIL
7. Uma cidade X é atingida em uma moléstia epidêmica. Os setores de saúde calculam que o número de pessoas atingidas pela moléstia depois de um tempo t (medido em dias a partir do primeiro dia de epidemia) é, aproximadamente, dado por $f(t) = 64t - \frac{t^3}{3}$. Qual a taxa de expansão da moléstia epidêmica em 4 dias?
MÉDIO
13. Um reservatório de água está sendo esvaziado para limpeza. A quantidade de água no reservatório em litros, t horas após o escoamento ter começado é dado por $V = 50(80 - t)^2$. Determine a taxa de variação do volume de água no reservatório durante as 10 primeiras horas de escoamento.
DIFÍCIL
8. Um fazendeiro quer construir um galpão em sua fazenda. Fazendo os cálculos ele chega à conclusão que o custo da obra em reais, é dado pela função $C(x) = 10x + \frac{160}{x}$, onde x é a medida em metros do lado do galpão. Qual deverá ser a medida x do lado do galpão para que o custo seja mínimo? Qual será esse custo mínimo?

Fonte: Silva (2019, p. 188-199).

As SDD, implementadas no sistema SIENA, foram desenvolvidas no *Google Sites*, utilizando os recursos de: Material em *PowerPoint* com vídeo explicativo permitindo ao aluno ter o mesmo material em formato escrito e em vídeo, podendo assim escolher a maneira que preferir; indicação de vídeos complementares de estudos; objetos de aprendizagem no *software* GeoGebra (nos conceitos Sistema de Equações, Matrizes, Função Afim, Função Quadrática, Função Exponencial e Função Logarítmica).

Nos materiais de estudos, disponibilizados, as atividades foram organizadas de forma a se complementarem, visando possibilitar ao aluno o estudo do conceito apresentado e, também, a possibilidade do estudo dos conceitos prévios necessários a compreensão do conceito. Por exemplo, para uma questão de nível difícil, na qual se solicita encontrar a função derivada de $y = \sqrt{e^{2x} + 2x}$, o aluno deve ter compreensão da composição das funções $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = e^{2x} + 2x$, ou seja $y = f(g(x))$.

Para derivar a função $f(x)$, o estudante deve ser capaz de trabalhar com as propriedades de potenciação/radiação, para que então possa derivar a função. Neste sentido, apresenta-se na Figura 5 um exemplo do encadeamento de atividades.

Figura 5 – Utilizando as propriedades das operações Potenciação e Radiação

Encontre o valor numérico da expressão $(x + \frac{y-x}{1+xy}) \div (1 + \frac{x^2-xy}{1+xy})$, para $x = \sqrt{17}$ e $y = 53$.

Transformado em frações de denominador único

$$\left(\sqrt{17} + \frac{53 - \sqrt{17}}{1 + \sqrt{17} \cdot 53}\right) \div \left(1 + \frac{(\sqrt{17})^2 - \sqrt{17} \cdot 53}{1 + \sqrt{17} \cdot 53}\right) =$$

Multiplicação de potências de mesma base

$$\left(\frac{\sqrt{17} \cdot (1 + \sqrt{17} \cdot 53) + 53 - \sqrt{17}}{1 + \sqrt{17} \cdot 53}\right) \div \left(\frac{1 \cdot (1 + \sqrt{17} \cdot 53) + 17 - \sqrt{17} \cdot 53}{1 + \sqrt{17} \cdot 53}\right) =$$

$$\left(\frac{(\sqrt{17} + \sqrt{17}^2 \cdot 53) + 53 - \sqrt{17}}{1 + 53\sqrt{17}}\right) \div \left(\frac{(1 + \sqrt{17} \cdot 53) + 17 - 53\sqrt{17}}{1 + 53\sqrt{17}}\right) =$$

$$\left(\frac{\sqrt{17} + 17 \cdot 53 + 53 - \sqrt{17}}{1 + 53\sqrt{17}}\right) \div \left(\frac{1 + 53\sqrt{17} + 17 - 53\sqrt{17}}{1 + 53\sqrt{17}}\right) =$$

Tem-se uma divisão de frações que será estudado no conceito 1.4, mas mantém-se a primeira fração e multiplica pelo inverso da segunda.

$$\left(\frac{954}{1 + 53\sqrt{17}}\right) \div \left(\frac{18}{1 + 53\sqrt{17}}\right) =$$

$$\left(\frac{954}{1 + 53\sqrt{17}}\right) \cdot \left(\frac{1 + 53\sqrt{17}}{18}\right) = \frac{954}{18} = 53$$

Fonte: Santos (2021, p.69).

Para que o estudante possa derivar então a função $f(x) = \sqrt{x}$ que vem a ser $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$, o mesmo precisa desenvolver a derivada de Potência. E, para auxiliar o estudante, tem-se o seguinte exemplo na Sequência Didática (Figura 6).

Figura 6 – Estratégias para o conteúdo de Derivada de Potências

EXPOENTES COM NÚMEROS FRACIONÁRIOS

OBS: Uma raiz pode ser representada por um expoente fracionário, veja a seguir como resolver derivada de uma raiz.

Expoente fracionário:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Subtração de frações:

$$\frac{2}{3} - 1 = \frac{2-3}{3} = \frac{-1}{3}$$

Expoente fracionário transforma em radical.

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2}$$

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{2}{3}-1}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot x^{-\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$$

Fonte: Santos (2021, p. 111).

Posto isto, o estudante ainda precisa trabalhar com a função $g(x) = e^{2x} + 2x$, antes de trabalhar com a função $y = f(g(x))$. Para trabalhar com a derivada das seguintes funções, no material da Sequência Didática tem-se a Derivada de uma potência e a derivada da função exponencial. Na Figura 7 é apresentado um exemplo disponível na Sequência Didática, sobre derivada de função exponencial. Para a Derivada de potência, já foi apresentado um exemplo na figura anterior.

Figura 7 – Estratégias para o conteúdo de Derivada de Funções Exponenciais

DERIVADA DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Tendo uma função:

$$f(x) = e^x$$

A derivada desta função é:

$$f'(x) = e^x$$

As funções, costumeiramente, aparecem com a variável u , veja a situação:

$$f(u) = e^u$$

$$f'(u) = e^u \cdot du, \text{ sendo } du \text{ a derivada de } u.$$

Assim, para $f(x) = e^x$, tomamos $x = u$

$$f(x) = e^u$$

$$f'(x) = e^u \cdot \frac{du}{dx}$$

Se $u = x \Rightarrow \frac{du}{dx} = 1 \Leftrightarrow du = 1dx$

Logo $f'(x) = e^x \cdot 1$

$$f'(x) = e^x$$

Fonte: Santos (2021, p. 114).

Por fim, o estudante deve trabalhar a derivada de funções compostas e, para isto, se tem disponível exemplos conforme apresentados na Figura 8.

Figura 8 – Estratégias para o conteúdo de Derivadas de Funções compostas

5.1 DERIVADA QUE ENVOLVAM REGRA DA CADEIA

Nesta seção você estudará derivadas de funções compostas, utilizando as regras de derivação já trabalhadas.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

DERIVADAS QUE ENVOLVAM REGRA DA CADEIA

Tendo a função $f(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^6$

Considera-se $x^2 - \frac{1}{x^2} = c$

$$f(c) = c^6$$

$$f'(c) = 6 \cdot c^{6-1} \cdot dc$$

Sabendo que $c = x^2 - \frac{1}{x^2} \Rightarrow \frac{dc}{dx} = 2x + \frac{2}{x^3}$

Substituindo a derivada da função:

$$f'(c) = 6 \cdot c^5 \cdot \left(2x + \frac{2}{x^3}\right) \Leftrightarrow \text{Aplicando a distributiva: } f'(c) = \left(12x + \frac{12}{x^3}\right) \cdot u^5$$

$$f'(x) = \left(12x + \frac{12}{x^3}\right) \cdot \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^5$$

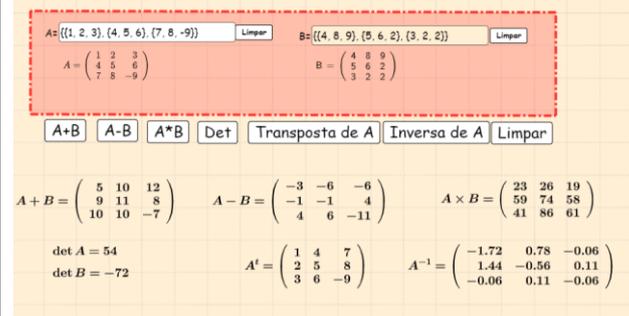
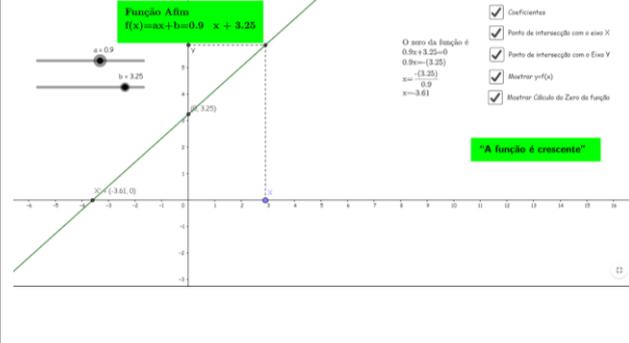
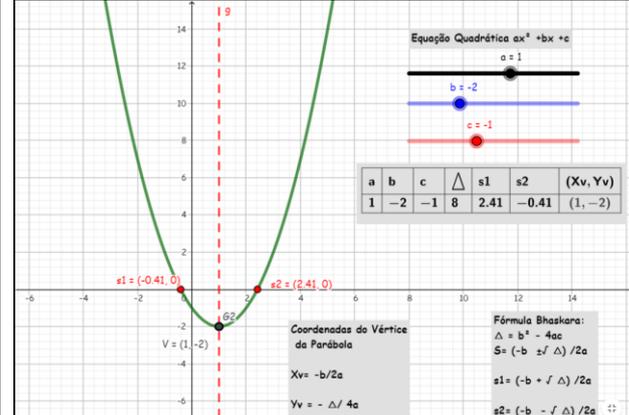
Fonte: Santos (2021, p. 119)

Todos os materiais de estudos possuem um vídeo auxiliar para cada conteúdo, disponíveis no *YouTube*. A opção por apresentar vídeos explicativos, referentes ao

material de estudos e vídeos complementares, seguiu as ideias de Borba, Domingues e Lacerda (2015) que indicam que os vídeos estão presentes na rotina de estudos dos alunos. Fontes (2019) aborda a questão da facilidade que se tem ao ver, rever, pausar, analisar e intervir (pausando, mudando o ritmo ou a sequência de imagens).

Na Figura 9 apresentam-se exemplos dos objetos de aprendizagem disponibilizados no DIC das SDD.

Figura 9 – Objetos de aprendizagem disponibilizados no DIC das SDD

 <p> $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & -9 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 9 \\ 5 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ </p> <p> $A+B = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 12 \\ 9 & 11 & 8 \\ 10 & 10 & -7 \end{pmatrix}$ $A-B = \begin{pmatrix} -3 & -6 & -6 \\ -1 & -1 & 4 \\ 4 & 6 & -11 \end{pmatrix}$ $A \times B = \begin{pmatrix} 23 & 26 & 19 \\ 59 & 74 & 58 \\ 41 & 86 & 61 \end{pmatrix}$ </p> <p> $\det A = 54$ $\det B = -72$ $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & -9 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = \begin{pmatrix} -1.72 & 0.78 & -0.06 \\ 1.44 & -0.56 & 0.11 \\ -0.06 & 0.11 & -0.06 \end{pmatrix}$ </p>	<p>Nesta figura, apresenta-se um material disponível no GeoGebra para o estudo de operações com matrizes (adição, subtração e multiplicação), matriz transposta, inversa e o determinante de uma matriz.</p>														
 <p> Função Afim $f(x) = ax + b = 0.9 \cdot x + 3.25$ </p> <p> $a = 0.9$ $b = 3.25$ </p> <p> O zero da função é $0.9x + 3.25 = 0$ $0.9x = -3.25$ $x = -3.25/0.9$ $x = -3.61$ </p> <p>"A função é crescente"</p>	<p>Nesta figura tem-se um material disponível no GeoGebra no qual os estudantes podem manipular os coeficientes da função e, assim estudar o ponto de intersecção com o eixo x, com o ponto y, o zero da função e analisar se a função é crescente, decrescente ou constante.</p>														
 <p> Equação Quadrática $ax^2 + bx + c$ $a = 1$ $b = -2$ $c = -1$ </p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>a</th> <th>b</th> <th>c</th> <th>Δ</th> <th>s1</th> <th>s2</th> <th>(Xv, Yv)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>8</td> <td>2.41</td> <td>-0.41</td> <td>(1, -2)</td> </tr> </tbody> </table> <p> $s1 = (-0.41, 0)$ $s2 = (2.41, 0)$ </p> <p> Coordenadas do Vértice da Parábola $Xv = -b/2a$ $Yv = -\Delta/4a$ </p> <p> Fórmula Bhaskara: $\Delta = b^2 - 4ac$ $S = (-b \pm \sqrt{\Delta}) / 2a$ $s1 = (-b + \sqrt{\Delta}) / 2a$ $s2 = (-b - \sqrt{\Delta}) / 2a$ </p>	a	b	c	Δ	s1	s2	(Xv, Yv)	1	-2	-1	8	2.41	-0.41	(1, -2)	<p>Nesta figura o estudante tem a possibilidade de estudar a variação dos coeficientes da Função Quadrática, o delta, as raízes, o vértice e o intervalo em que a função é crescente/decrescente.</p>
a	b	c	Δ	s1	s2	(Xv, Yv)									
1	-2	-1	8	2.41	-0.41	(1, -2)									

Fonte: Dados da Pesquisa (2021).

Como na pesquisa de Silva (2019), os alunos apresentam dificuldades na interpretação dos problemas, o que leva a dificuldades na sua resolução. Para isto, ao longo da SDD foram traçadas estratégias com o viés de manipulação algébrica e resolução de problemas, buscando possibilitar a ampliação da compreensão do uso da linguagem algébrica. Na Figura 10 apresenta-se um exemplo de problema sobre o conceito de Derivadas, a partir da interpretação cinematográfica.

Figura 10 – Resolução de Problemas envolvendo Derivadas e a Interpretação Cinemática

INTERPRETAÇÃO CINEMÁTICA DA DERIVADA

Suponha que um objeto se movimentando sobre uma linha reta de acordo com a equação $s = f(t)$, onde s é o deslocamento do objeto a partir da origem do instante t .

A função f que descreve o movimento é chamado **função posição** do objeto. No intervalo de tempo entre $t = a$ e $t = a + h$, a variação na posição será de $f(a + h) - f(a)$. A velocidade média nesse intervalo é:

$$\text{velocidade média} = \frac{\text{deslocamento}}{\text{tempo}} = \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

Suponha que a velocidade média seja calculada em intervalos cada vez menores $[a; a + h]$ ou seja, fazendo h tender a zero.

Então, a expressão da inclinação da reta tangente calculada a velocidade instantânea no ponto a é:

$$v(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

Isso significa que a velocidade no instante $t = a$ é igual à inclinação da reta tangente em P ou seja, é a derivada da função posição nesse instante.

$$s'(a) = v(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

EXEMPLO COM INTERPRETAÇÃO CINEMÁTICA

1) Um móvel se movimenta conforme a equação da posição $s(t) = 3t^2 - 8t + 3$, em unidades do Sistema Internacional. Calcule sua velocidade nos instantes $t = 1$ segundo e $t = 3$ segundos.

A derivada da equação da posição resulta na velocidade instantânea, assim basta calcular a derivada nos instantes apresentados na questão.

Quando $t = 1$ segundo: Têm-se $a = 1$.

$$s(1) = 3 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 + 3$$

$$s(1) = 3 - 8 + 3$$

$$s(1) = -2 \text{ m}$$

$$s(1 + h) = 3 \cdot (1 + h)^2 - 8(1 + h) + 3$$

$$s(1 + h) = 3 \cdot (1 + 2h + h^2) - 8 - 8h + 3$$

$$s(1 + h) = 3 + 6h + 3h^2 - 5 - 8h$$

$$s(1 + h) = 3h^2 - 2h - 2$$

$$\text{Substituindo no limite: } s'(1) = v(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(1+h) - s(1)}{h}$$

$$s'(1) = v(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 - 2h - 2 - (-2)}{h}$$

$$v(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 - 2h}{h}$$

$$v(1) = \lim_{h \rightarrow 0} 3h - 2$$

$$v(1) = 3 \cdot 0 - 2$$

$$v(1) = -2$$

Logo, a velocidade no instante $t = 1$ segundo é $v = -2 \text{ m/s}$

Ter uma velocidade negativa representa que o objeto está indo em sentido contrário/inverso ao adotado.

Quando $t = 3$ segundos: Têm-se $a = 3$.

$$s(3) = 3 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 + 3$$

$$s(3) = 27 - 24 + 3$$

$$s(3) = 6 \text{ m}$$

$$s(3 + h) = 3 \cdot (3 + h)^2 - 8(3 + h) + 3$$

$$s(3 + h) = 3 \cdot (9 + 6h + h^2) - 24 - 8h + 3$$

$$s(3 + h) = 27 + 18h + 3h^2 - 21 - 8h$$

$$s(3 + h) = 3h^2 + 10h + 6$$

$$\text{Substituindo no limite: } s'(3) = v(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(3+h) - s(3)}{h}$$

$$s'(3) = v(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 + 10h + 6 - 6}{h}$$

$$v(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^2 + 10h}{h}$$

$$v(3) = 3h + 10$$

$$v(3) = 3 \cdot 0 + 10$$

$$v(3) = 10$$

Logo, a velocidade no instante $t = 3$ segundo é $v = 10 \text{ m/s}$

Fonte: Santos (2021, p. 109).

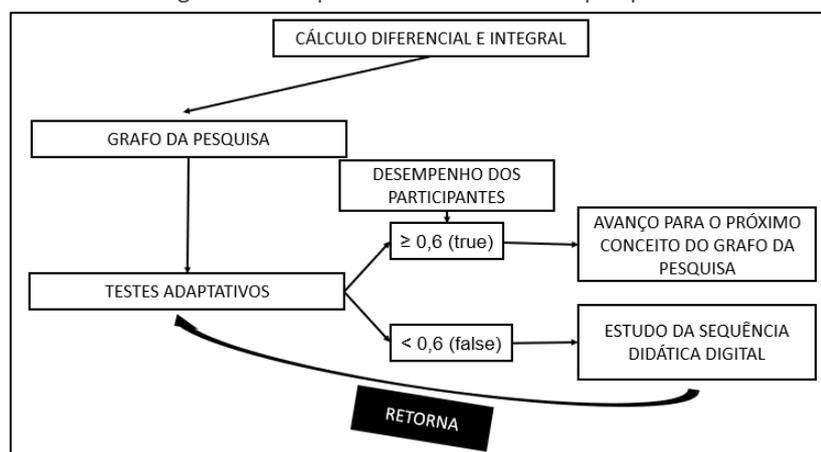
PERCURSO METODOLÓGICO

O enfoque da pesquisa foi qualitativo, com a adoção de observações, entrevistas, questionários e análise sobre os erros e acertos dos alunos ao longo dos testes adaptativos. De acordo com Bicudo (2012, p. 17) o método qualitativo é “um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente”. Esta pesquisa foi aprovada pelo comitê de ética de pesquisa em Seres Humanos, CAAE: 17226119.6.0000.5349.

Foi implementado (desenvolvido, aplicado e avaliado) um DIC por meio de SDD no sistema SIENA, com 7 estudantes que já tinham cursado a disciplina de Cálculo Diferencial a Integral I e que apresentavam dificuldades de compreensão dos conceitos, mostrando-se interessados em revisitarem tal temática. Importante salientar que a pesquisa foi desenvolvida no período de Pandemia do COVID-19, por isso apresenta-se a análise de apenas 7 estudantes. Esta investigação é continuação da pesquisa de Silva (2019), onde foram desenvolvidos o grafo (implementado no SIENA) e os bancos de questões dos Testes Adaptativos com a temática Derivadas. Em continuação desta pesquisa foram desenvolvidas SDD, organizadas segundo o DIC de Filatro (2008), para cada conceito do grafo da temática Derivadas.

Para o desenvolvimento do experimento, os estudantes receberam login e senha para acessar o SIENA e realizarem os Testes Adaptativos de cada conceito do grafo, sendo que, se o desempenho fosse inferior a 0,6 no intervalo de $[0, 1]$ era disponibilizado o estudo da SDD e, após o estudo, os alunos deveriam refazer os Testes Adaptativos até atingirem desempenho maior ou igual a 0,6. Na Figura 11 é possível observar o percurso planejado para os estudantes no Sistema SIENA.

Figura 11 – Esquema das atividades da pesquisa



Fonte: Santos (2021, p. 123).

A coleta de dados foi realizada por meio de: Questionário para traçar o perfil da turma/dos estudantes (idade, curso, semestre, disciplinas); análise do banco de dados do Sistema Siena, com os resultados dos Testes Adaptativos antes e depois do estudo das sequências desenvolvidas; instrumento para coleta dos *feedbacks* dos estudantes participantes do experimento sobre a SDD;

ANÁLISES E RESULTADOS

Dos sete participantes da pesquisa, estudantes da Área de Ciências Exatas, seis participantes estavam na faixa etária entre 20 e 25 anos e 1 entre 25 e 30 anos. Cinco moravam na região metropolitana de Porto Alegre e dois no interior do estado do Rio Grande do Sul, nas cidades de Minas do Leão e São Vendelino. Quanto a carga horária de trabalho, 2 pessoas responderam que trabalhavam em média 8 horas por dia (1 técnico em química e outro gerente administrativo), 2 pessoas trabalhavam em média 6 horas por dia (1 professor de nível Fundamental e 1 professora de Educação Infantil) e 3 pessoas informaram que eram estudantes (3 estudantes de Matemática-Licenciatura). Dos participantes investigados, 3 haviam concluído o curso superior (1 é egresso do curso de Engenharia Química, 1 de Engenharia Mecânica e 1 Matemática-Licenciatura), sendo que um possuía o curso de Engenharia Civil e estava cursando Matemática-Licenciatura, e os outros 4 participantes todos cursavam Matemática-Licenciatura.

Em relação ao nível de dificuldades nos conceitos e procedimentos da Educação Básica (Ensino Fundamental e Médio), em uma escala de 1 para pouca dificuldade e 5 para muita dificuldade, as respostas foram: 4 respostas (1) pouca dificuldade; 2 repostas (2) dificuldade razoável; 1 resposta (3) dificuldade média.

Em relação ao nível de dificuldade dos conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, as respostas foram: 1 resposta (1) pouca dificuldade; 2 respostas (3) dificuldade média; 2 repostas (4) alto nível de dificuldade; 2 respostas (5) muita dificuldade.

Ao serem questionados sobre as reprovações na graduação, 3 participantes responderam que não haviam sido reprovados em nenhuma disciplina, 2 participantes informaram que haviam sido reprovados em uma disciplina, 1 participante informou que havia reprovado em 2 disciplinas e, 1 participante informou que havia reprovado em 4 disciplinas.

A análise dos dados quanto ao desempenho de cada estudante, em cada conceito do grafo, está disponível na Tabela 1, na qual constam as notas alcançadas no mapa individualizado, disponibilizado no banco de dados do sistema SIENA, assim como quantas vezes cada estudante realizou o teste.

Tabela 1 – Desempenho dos alunos separadas por conceito

Alu- no	Matemá- tica Básica - Aritmética	Matemá- tica Básica – Álgebra	Matemá- tica Básica – Funções	Derivadas Diretas, Regra do Produto e Quociente	Derivadas – Regra da cadeia	Aplicações de Derivadas com Resolução de Problemas
1	0.998	0.997	0.994	0.993	0.997 0.130	0.991
2	0.983	0.997	0.745	0.993 0.001	0.978 0.002 0.004 0.005	0.996
3	0.958	0.992	0.994	0.935	0.995	0.999

				0.028	0.066	
					0.002	
					0.000	
4	0.997	0.999	0.997	0.903	0.995	0.995
				0.008	0.172	0.046
					0.059	
5	0.994	0.999	0.991	0.992	0.978	0.933
				0.597	0.000	0.000
						0.012
6	0.999	0.993	0.997	0.993	0.990	0.996
7	0.991	0.613	0.953	0.945	0.957	0.964
			0.405	0.270		

Fonte: Dados da Pesquisa (2021).

Observa-se que apenas um aluno apresentou dificuldade média em um dos conceitos de Matemática Básica. Este aluno obteve nota 0.405 na primeira vez que realizou o teste do conceito de Matemática Básica – Funções, após a reprovação no teste o sistema SIENA disponibiliza a SDD sobre o conceito de Funções e, após estudos a repetição do teste o aluno foi aprovado com nota 0.953. O aluno apresentou dificuldades realizar interpretações das funções, como encontrar o(s) zero(s) da função, o vértice da função quadrática, conforme pode ser visto na Figura 12.

Figura 12 - Exemplo de Questão errada envolvendo função do 2º grau

- O saldo de uma conta bancária é dado por $S = t^2 - 11t + 24$, onde S é o saldo em reais e t é o tempo em dias. Qual é o valor do saldo mínimo? E em que dias ocorrerá?
- Saldo mínimo: R\$ 6,25 durante o 6º dia.
 - Saldo mínimo: R\$ 6,25 durante o 4º dia. **(resposta do aluno)**
 - Saldo mínimo: R\$ 6,25 durante o 5º dia. **(resposta certa)**
 - Saldo mínimo: R\$ 5,50 durante o 6º dia
 - Saldo mínimo: R\$ 5,50 durante o 5º dia

Fonte: Dados da Pesquisa (2021).

Nesta questão o estudante acertou o valor do saldo mínimo utilizando o valor do $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, porém ao encontrar o valor do $x_v = \frac{-b}{2a}$, o estudante calculou o valor errado e marcou que o saldo ocorreria durante o 4º dia quando a resposta certa seria durante o 5º dia.

Em relação aos três conceitos relacionados a Derivadas pode-se observar os alunos foram reprovados e que fizeram o estudo da SDD. No conceito Derivadas Diretas, Regra do Produto e Quociente, cinco alunos foram reprovados ao fazer o primeiro teste, após a realização do estudo da SDD voltaram a realizar o teste e todos foram aprovados. No conceito Derivadas – Regra da Cadeia, novamente cinco alunos apresentaram dificuldades e foram reprovados ao realizarem o teste e, destes alunos, três precisaram realizar o teste por mais de uma vez.

No conceito Derivadas Diretas Regra do Produto e Quociente foi possível observar dificuldades principalmente nas questões que envolveram o produto ou o quociente de funções. Na Figura 13 é possível verificar que o aluno apresentou dificuldades ao derivar as funções $f(x)$ e $g(x)$ e, depois escrever a derivada do quociente.

Figura 13 - Exemplo de erro na Derivada do Quociente

Marque a resposta certa para a derivada de

$$y = \frac{\sqrt{x^5}}{4x + 7}$$

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{3\sqrt{x^5} + \frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2 + 56x + 49}$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^3} + \frac{35}{2}\sqrt{x}}{16x^2 + 49}$

c) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^5} + \frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2 + 49}$

d) $\frac{dy}{dx} = \frac{6x^3 - 4\sqrt{x^3}}{16x^2 + 56x + 49}$ **(resposta do aluno)**

e) $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{x^3} + \frac{35}{2}\sqrt{x^3}}{16x^2 + 56x + 49}$ **(alternativa correta)**

Fonte: Dados da Pesquisa (2021).

No conceito Derivadas – Regra da cadeia foi possível observar que os alunos tiveram dificuldade na compreensão de função composta para que pudesse derivar as funções, utilizando $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$, além das dificuldades em aplicar as técnicas de Derivação, conforme pode ser observado na Figura 14, onde o aluno não derivou a o expoente da função.

Figura 14 - Exemplo de erro nas Derivadas de funções Compostas

Qual é a derivada da função:

$$y = e^{\frac{1}{x}} + \frac{1}{e^x}$$

a) $y' = \left(e^{\frac{1}{x}}\right) - e^{-x}$ **(resposta do aluno)**

b) $y' = \left(-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right) - e^{-x}$ **(alternativa correta)**

c) $y' = \left(-\frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right) + e^{-x}$

d) $y' = \left(-\frac{e^{\frac{1}{x^2}}}{x^2}\right) - e^{-x}$

e) $y' = \left(e^{-\frac{1}{x^2}}\right) - e^{-x}$

Fonte: Dados da Pesquisa (2021).

Em relação ao conceito Aplicações de Derivadas com Resolução de Situações Problemas, pode-se perceber que dois alunos foram reprovados ao realizarem o teste, sendo que um foi aprovado após o estudo da sequência e o outro repetiu o teste mais de uma vez. Na Figura 15 é possível observar que o aluno não derivou a função de forma correta para então encontrar o custo marginal quando $x = 50$.

Figura 15 - Exemplo de erro na Resolução de Problemas com Derivadas

Suponhamos que $C(x)$ seja o custo total de fabricação de x pares de calçados da marca WW dado pela equação $C(x) = 110 + 4x + 0,02x^2$. Determinar o custo marginal quando $x = 50$.

a) 5

b) 360

c) 214 **(Resposta do aluno)**

d) 2

e) 6 **(Resposta certa)**

Fonte: Dados da Pesquisa (2021).

Após a realização dos testes, os alunos tiveram acesso aos materiais desenvolvidos nas SDD e enviaram um *feedback* com avaliação sobre a SDD.

Feedback do participante 4: “Os sites estão organizados de forma simples e clara e, me auxiliaram muito nas dúvidas referentes às Derivadas. Sempre tive dúvidas nestes conteúdos e a partir dos vídeos explicativos do material de estudos eu consegui compreender alguns conceitos que foram importantes para que eu conseguisse a aprovação. Vi um potencial no material de estudos que pode ser aproveitado nas aulas ou oficinas de cálculo, além disso apesar de não ter utilizado, eu gostei do material desenvolvido para a Educação Básica, pois poderiam ser trabalhados já com os alunos ao longo do Ensino Fundamental e Ensino Médio. De forma geral, considero o material bem elaborado e desenvolvido não apenas para os testes que foram realizados, mas para ser utilizado realmente nas aulas da escola e inclusive nas aulas de cálculo.”

Feedback do aluno 5: “Os materiais estão organizados de forma bem explícita e sem muita poluição de informações aos redores. Gostei da forma em que os conteúdos são abordados, pois além do site ser intuitivo e direcionar o estudo, se tem a opção de ler o material com as explicações, ouvir a explicação do material e ainda ouvir um outro professor explicando diferentes questões. Os vídeos não eram longos e não ficavam “enrolando”, era bem direcionado a explicação do conteúdo e a aplicação dos exercícios. Sobre os conteúdos apresentados, considero os materiais de fácil aprendizado, focando nos pontos principais com anotações em algumas observações.”

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os participantes da pesquisa que não atingiram o desempenho necessário para serem aprovados em determinados conceitos, após o estudo da SDD obtiveram um desempenho satisfatório para avançar nos testes.

Para o desenvolvimento do material didático utilizado nas Sequências Didáticas Digitais, considerou-se os aspectos, citados por Reis (2001), Cabral e Baldino (2006), relativos à contextualização do compreender o conhecimento matemática para uma aplicação dentro da área de atuação dos estudantes, também corroborando com Cantoral (2013), considerando as principais configurações destacadas pelos autores em relação as dificuldades dos alunos nas disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I. Além do reconhecimento das dúvidas que são, costumeiramente, apresentadas pelos estudantes das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I.

Em geral, os praticantes aprovaram o *layout* desenvolvido para ser um padrão utilizado. Também, considerou-se a questão de haver um vídeo explicativo do material disponibilizado, porque esse potencializaria o processo de aprendizagem do aluno que ainda não tem a capacidade da leitura algébrica dos conceitos matemáticos. Não houve relatos sobre os vídeos disponibilizado no *YouTube*, mas comentários positivos em relação ao vídeo estar indicado, pois se entende que existindo dificuldade o aluno tem uma ferramenta a mais de estudo dentro do próprio ambiente.

INSTRUCTIONAL DESIGN IN THE DEVELOPMENT OF A DIGITAL DIDACTIC SEQUENCE WITH THE DERIVATIVES THEME

ABSTRACT

This study investigates the potential of developing a Digital Didactic Sequence (DDS) with different technological resources, applied to students in the field of Exact Sciences who attended the Differential and Integral Calculus I discipline. The general objective of the research was to analyze the contributions of a DDS, with the theme of Derivatives, aiming to identify the difficulties of the students and to broaden the understanding of the concepts and their application in problem-solving situations for students in the field of Exact Sciences. The methodology applied is qualitative, with the development of an experiment involving 7 higher education students. The DDSs were developed on websites and made available on the Siena System. The activities consisted of study material in PDF format, an explanatory video of the study materials, complementary videos available on YouTube and, in some concepts, educational objects available in the GeoGebra software. The DDSs were based on Contextualized Instructional Design. Based on the data analysis, from the Siena system database, it was possible to identify the concept in which the students presented the greatest difficulty - Derivatives - Chain rule. In the concepts of Basic Mathematics – Functions, Direct Derivatives, Product and Quotient, Applications of Derivatives in Solving Problem Situations, different students studied the Digital Didactic Sequences to review the concepts in which they did not achieve a satisfactory performance. The concepts of Basic Mathematics – Arithmetic and Basic Mathematics – Algebra were not used during the research because the seven students achieved an expected performance in the first adaptive test performed. The research participants considered that the interface was intuitive, with materials and resources considered suitable for studying.

KEYWORDS: Derivatives. Instructional Design. Digital Didactic Sequence.

REFERÊNCIAS

- BALDINO, R. R., FRACALOSSI, A. S. A História da Derivada de Mariana: uma experiência didática. **Bolema**, São Paulo, v. 26, n. 42B, p. 33-407, 2012. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000200001>. Acesso em: 10 dez. 2020.
- BICUDO, M. A. V. A pesquisa em Educação Matemática: a introduzindo o tema. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 15–26, 2012. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/download/1185/840>. Acesso em: 25 abr. 2019.
- BORBA, M.C.; DOMINGUES, N. S.; LACERDA, H. D. G. As tecnologias audiovisuais em educação matemática investigadas no GPIMEM. In: SANT'ANA, C. C.; SANTANA, I. P.; AMARAL, R. S. (Orgs.). **Grupo de Estudos em Educação Matemática: ações cooperativas constituídas por várias vozes**. 1. ed. São Carlos: Pedro e João, 2015. p. 285 – 312.
- CABRAL, T. C. B., BALDINO, R. R. Cálculo Infinitesimal para um Curso de Engenharia. **Revista de Ensino de Engenharia**, v. 25, n. 1, p. 3-16, 2006. Disponível em: <http://revista.educacao.ws/revista/index.php/abenge/article/view/31/13>. Acesso em: 2 out. 2020.
- CANTORAL, U. R. **Teoría Sociepistemológica de la Matemática Educativa: Estudios sobre construcción social del conocimiento**. 3. ed. Barcelona Espanha: Editorial Gedisa, S.A., 2013.
- COSTA, D. R. **Métodos estatísticos em testes adaptativos informatizados**. 2009. Dissertação (Mestrado em Estatística) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: <http://www.pg.im.ufrj.br/teses/Estatistica/Mestrado/121.pdf>. Acesso em: 02 fev. 2021.
- CURY, H.N.C; CASSOL, M. Análise de erros em cálculo: uma pesquisa para embasar mudanças. **Revista Acta Scientiae**, Canoas, v. 6, p. 27–36, 2004. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/128/116>. Acesso em: 19 mai. 2019.
- DOLZ, J.; SCHNEUWLY, B. **Gêneros orais e escritos na escola**. Campinas: Mercado das Letras, 2004.

FILATRO, A. **Design Instrucional na prática**. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2008.

FONTES, B. C. **Vídeo, Comunicação e Educação Matemática**: Um olhar para a produção dos licenciandos em Matemática da Educação a Distância. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2019. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/181199>. Acesso em: 01 mar. 2021.

GROENWALD, C. L. O. Diseño instruccional desarrollado con estudiantes de pregrado en Matemáticas con el tema Expresiones numéricas. **Revista Paradigma**, Venezuela, v. XLI, p. 636-656, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2020.p636-656.id812>. Acesso em: 05 fev. 2021.

GROENWALD, C. L. O.; RUIZ, L.M. Formação de professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas Tecnologias. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 8, n. 2, p. 19–28, 2006. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/99>. Acesso em: 09 mar. 2019.

GROENWALD, C. L. O.; ZOCH, L.; HOMA, A. I. R. Sequência didática com análise combinatória no padrão SCORM. **Bolema**, São Paulo, v. 22, n. 34, p. 27-56, 2009. Disponível em: <https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/3298>. Acesso em: 19 jun. 2019.

HOMA, A. I. R. **Avaliação diagnóstica auxiliada por computador**: identificação das dificuldades dos alunos dos cursos de engenharia na resolução de problemas com Derivadas. 2019. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2019. Disponível em: <http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/337>. Acesso em: 07set.2019.

IGLIORI, S. B. C.; ALMEIDA, M. V. Abordagens de ensino para conceitos do cálculo diferencial e integral. **Revista Metáfora Educacional**. n. 16, p. 44-63, 2015. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7063663>. Acesso em: 21 mar. 2019.

LOPES, A. P. C.; REIS, F. S. Vamos viajar? - uma abordagem da Aprendizagem baseada em Problemas no Cálculo Diferencial e Integral com alunos de Engenharia. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 16, p. 449-469, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.25090/remat25269062v16n232019p449a469>. Acesso em: 10 fev. 2021.

MASOLA, W.J.; ALLEVATO, N.S.G. Dificuldades de aprendizagem Matemática de alunos ingressantes na Educação Superior. **Revista Brasileira de Ensino Superior**, v. 2, n. 1, p. 64–74, 2016. Disponível em: <https://seer.atitus.edu.br/index.php/REBES/article/view/1267/854>. Acesso em: 10 mar. 2019.

REIS, F. S. **A tensão entre rigor e intuição no ensino de Cálculo e Análise**: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos. 2001. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 2001. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/Acervo/Detalhe/206743>. Acesso em: 03mar2019.

REIS, F. S. Rigor e Intuição no Ensino de Cálculo e Análise. *In*: Lilian Nasser; Maria Clara Rezende Frota. (Org.). **Educação Matemática no Ensino Superior**: Pesquisas e Debates. v. 1, p. 85-104, 2009.

RICO, L. Errores en el aprendizaje de las matemáticas. *In*: KILPATRICK, J.; GÓMEZ, P.; RICO, L. (Eds.). **Educación Matemática**. Bogotá. 1998. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/486/1/RicoL95-100.PDF>. Acessado em: 10 fev. 2021.

SANTOS, J. S. **Seqüência Didática Digital com a temática Derivadas – um experimento no Ensino Superior**. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2021. Disponível em: <http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/384>. Acesso em: 15jul2021.

SILVA, P. L. G. **Testes Adaptativos envolvendo o conteúdo de Derivadas**: um estudo de caso com alunos de Engenharia Civil. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2019. Disponível em: <http://www.ppgecim.ulbra.br/teses/index.php/ppgecim/article/view/365>. Acesso em: 20jun2019.

ZABALA, A. **A Prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZABALA, A.; ARNAU, L. **Como aprender e ensinar competências**. Porto Alegre: Artmed, 2010.

Recebido: 19 set. 2021.
Aprovado: 31 jan. 2023
DOI: 10.3895/rbect.v16n1.14740
Como citar: SANTOS, J. S.; GROENWALD, C. L. O. Design Instrucional no desenvolvimento de uma Sequência Didática Digital com a temática Derivadas. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v.16, p. 1-22, 2023. Disponível em:
<<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/14740>>. Acesso em: XXX.
Correspondência: Jonata Souza dos Santos - jonatasantos1995@gmail.com
Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

