Ensinar σ=p ou σ=-p? – Eis a questão!

Geraldo Lombardi

Harry Edmar Schulz

Hélio Aparecido Navarro

Sérgio Rodrigues Fontes

Resumo

A experiência mostra que, na Mecânica dos Fluidos, a totalidade dos autores consultados, quando apresentam, nas equações de força e quantidade de movimento para fluidos, a tensão σ "dita normal", igualam-na a $-p$, ou seja, à pressão do fluido com sinal negativo. A Mecânica dos Fluidos usa definições básicas já consagradas na literatura, que estabelecem as propriedades σ e p como grandezas escalares ao se analisar seu efeito sobre uma superfície. Assumir os sinais na igualdade $\sigma = -p$ equivale a atribuir a p uma propriedade vetorial de oposição a σ, fato que, de forma desnecessária, contradiz a identidade de escalar do módulo de uma força, a Segunda e Terceira Leis de Newton e outras equações delas decorrentes. Neste trabalho demonstra-se que $\sigma = p$ (isto é, com sinal positivo) através de definições unívocas da física e da matemática (expressas na Mecânica dos Fluidos). Este é um aspecto importante para os formadores de profissionais.

Palavras-chave: Pressão e tensões em fluidos, conceitos básicos em Mecânica dos Fluidos, leis de Newton, sistemas em fluidos.

Abstract

The experience shows that, in Fluid Mechanics, all the consulted authors define $\sigma = -p$, that is, they define the so called "normal tension" σ as being the negative pressure $-p$ when exposing the equations of force and momentum for fluids. Fluid Mechanics uses basic definitions already established in the literature, in which the properties of σ and p are treated as scalars when analyzing their effect on a surface. Taking the signs of the equality $\sigma = -p$ is equivalent to assign a vectorial property to p, in opposition to σ, a fact that unnecessarily contradicts the scalar identity, the Second and Third Laws of Newton and other related equations. This study demonstrates that $\sigma = p$ (i.e., with positive sign) through unambiguous definitions of the fluid mechanics. This is an important aspect to be considered by the trainers.

Keywords: Pressure and tensions in fluids, basic concepts in Fluid Mechanics, Newton's laws, systems in fluids.

Introdução

No ensino de ciências a racionalidade é importante por permitir ao aluno desenvolver sua formação lógica através de raciocínios coerentes baseados em definições unívocas e inquestionáveis (no contexto do aprendizado), proporcionando um meio seguro de visualizar os fenômenos físicos da natureza. A Mecânica dos Fluidos é uma área que se presta a esta finalidade. Os conceitos desenvolvidos nessa área, por sua vez, são utilizados por analogia em outras aplicações, como na transferência de calor e massa, demonstrando a importância de uma sólida base conceitual (Schulz, 2003).

Na busca de uma metodologia de aprendizado eficiente, a experiência (Lombardi, 2009) mostrou ser adequado que o professor considere como definições todos os itens citados na seção "Definições fundamentais" deste texto, posteriormente incluindo as Leis de Newton, aqui apresentadas na seção "Leis da dinâmica". Isto permite simular diálogos em que questões de temas relevantes, utilizando argumentos que evocam conceitos eventualmente *contraditórios,* levem o aluno a descobrir quais as definições e leis que *suportam* a solução das questões propostas e entrar no contexto do *"aprender a aprender"("soluções" exigem raciocínios fundamentados nas leis, na busca das respostas)*. Esta forma de colocar os conceitos é uma aplicação metodológica voltada às ciências exatas de um procedimento mais comum nas ciências humanas, mais especificamente em Filosofia. Os textos de Platão, com seu personagem Sócrates, geram situações contraditórias, cuja dinâmica pode ser aplicada em ciência exatas (ver, por exemplo, Platão, ~427- ~327AC, ou Bergson, 2005). Os autores têm buscado adotar esta forma inquisitória de diálogos, se bem que direcionada, em sala de aula.

Um exemplo dissertativo é aqui apresentado, visando mostrar como a discussão pode levar ao questionamento daquilo que é fundamental em um fenômeno. Considere-se:

Professor - *P* ; Aluno – *A*

P "Você é capaz de sair desta sala?"

A "Sim"

P-"Quem o leva até lá?"

A-"Meus músculos"

P-"Tem certeza?"

A-"Sim"

P-"E se eu não o quiser?"

A-" ? "

P-“Você não sabe que eu não quero”

A-“Aí eu vou, porque eu quero”,

P-“Sempre?”

A-“?” ... “sim”,

P-“E se eu passar graxa no chão?”

A-“Aí não dá”,

P-“Você perdeu sua musculatura?”

A-“Não, perdi o atrito no chão”,

P-“Explique melhor”

A-“Só uma força externa pode levar-me até lá fora da sala, e ela se manifesta no atrito”,

P-“Quem garante isso?”

A-“2ª Lei de Newton, eu sou o sistema e a força do chão sobre mim causa minha variação de quantidade de movimento.”

À guisa de brevidade, a resposta foi apresentada de forma rápida, fato não usual (a discussão forçosamente passa pela definição de sistema, mas a metodologia do diálogo mostra-se adequada). Note-se que sabemos que o chão não possui nenhum motor que movimente o aluno. Mas o aluno está apoiado no chão, e, ao usar o aluno como sistema, a força manifestada no chão (externa ao sistema) é que deve ser considerada na formulação, fazendo com que o sistema se movimente (ou seja, o aluno). No presente estudo, os argumentos que permitem conduzir uma discussão da conceituação da pressão versus tensão, contendo também a parte dos raciocínios a serem completados pelos alunos, são apresentados. Note-se que a estrutura de diálogo não é aqui fornecida, sendo apenas apresentadas as bases para os argumentos.

Em geral, nas disciplinas de graduação de Mecânica dos Fluidos para alunos de cursos de engenharia, os docentes e discentes utilizam de uma literatura bem estabelecida e igualmente adotada em universidades americanas e europeias. No presente estudo discute-se algumas das referências mais utilizadas nas universidades brasileiras (Fox e MacDonald, 1998, Munson et al., 2002, Cengel e Cimbala, 2007) cujas edições traduzidas para o português sofreram atualizações nas últimas décadas.

Isto posto, o foco deste estudo, que é a discussão sobre o conceito de “pressão” e sua relação com o conceito de “tensão”, tem origem na ambiguidade encontrada na literatura da área, que desperta, entre os alunos, a ideia de um conceito contraditório em si mesmo. Nas referências Fox e MacDonald (1998), Munson et al. (2002), Cengel e Cimbala (2007), por exemplo, a grandeza pressão é discutida nos primeiros capítulos e demonstra-se, a partir das forças atuando num elemento de fluido (na forma de cunha), que esta grandeza é escalar. Tal demonstração é convenientemente apresentada na referência Munson et al. (2002) e adaptada para a presente discussão na Figura 8, enfatizando-a no final do presente estudo. Entretanto, é usual, nos desenvolvimentos dos textos didáticos (ver referência Munson et al., 2002, capítulo 5, por exemplo) apresentar posteriormente a formulação integral para um volume de controle finito utilizando a tensão normal igual à pressão com sinal negativo, ou seja, $\sigma=-p$. Tal proposta de sinal baseia-se, nos textos citados, em uma correção devido ao sentido das forças de tração e compressão (conferindo à tensão e à pressão uma natureza vetorial!). Esta suposição é incorporada no desenvolvimento da equação integral da conservação da energia. Da mesma forma, a formulação diferencial para escoamento viscoso utiliza esta definição de forma usual (ver, por exemplo, capítulo 6 da referência Munson et al., 2002, ou Streeter et al., 1998). O modelo de fluido Newtoniano incompressível é especificado com relações entre tensão e deformação, na forma $\sigma_{xx}=-p+2\mu(\mathrm{d}u/\mathrm{d}x)$. Observa-se que a parcela da tensão que representa a pressão, recebe o sinal negativo (novamente conferindo uma natureza vetorial às variáveis em questão). Também referências com descrições supostamente mais detalhadas, voltadas à pesquisa ou ao ensino de pós-graduação, apresentam a mesma linha argumentativa (ver, por exemplo, Deen, 1998).

A experiência dos autores deste trabalho, decorrente da interação com seus alunos, permite concluir que a demonstração da propriedade escalar para a pressão se dispersa ao longo dos conteúdos sequenciais da Mecânica dos Fluidos que envolvem a mesma grandeza. O uso do sinal negativo na igualdade $\sigma=-p$ induz os alunos a atribuir à pressão p uma característica vetorial de oposição a σ, fato que, de forma desnecessária, contradiz a identidade de escalar do módulo de uma força, explícita na Lei de Newton da ação e reação. Neste trabalho demonstra-se que é possível apresentar ao aluno a igualdade $\sigma=p$ (sem vínculo a sinais que caracterizam sentidos distintos), através de definições fundamentais da física e da matemática (expressas na Mecânica dos Fluidos).

Ao longo de mais de uma década, a discussão do conceito acima mencionado entre os autores e seus alunos, concentrando o foco da discussão na colocação usual $\sigma=-p$ em livros textos de denso uso didático, tornou-se uma rotina muito frutífera (didaticamente falando), mostrando-se um tema surpreendentemente difícil, abstrato e polêmico. Assim, justifica-se o título deste estudo (*Ensinarσ=p ou σ=-p? – Eis a Questão!*), também usado pelos autores no seu dia a dia didático, como uma recordação da frase de Shakespeare na obra "A Tragédia de Hamlet": *Ser ou não ser, eis a questão*, que nos remete, enquanto divulgadores de conhecimento científico, à perene realidade de que procedimentos consagrados também são aproximações passíveis de correções.

Considerando a característica dúbia da definição da pressão encontrada nos textos da Mecânica dos Fluidos, o presente estudo visa:

- demonstrar que definições unívocas da matemática e da física garantem a igualdade entre σ e *p*, sendo σ a tensão superficial oriunda de uma força normal agindo do meio sobre a fronteira do sistema e sendo *p* a pressão do sistema.

- viabilizar ao aluno autodesenvolver seu raciocínio, utilizando as definições aqui revistas de forma a gerar posições contraditórias que, ao serem elucidadas, clarifiquem os conceitos e as expressões obtidas.

Como complementação, visa-se fornecer uma opção didática de apresentação deste tema, que é de grande relevância em qualquer aplicação de Mecânica dos Fluidos, e que se tem observado envolver substanciais dúvidas mesmo para profissionais com uma bagagem mais ampla.

Definições fundamentais

Nesta seção são abordadas as definições de propriedades físicas, vetoriais, de forças e de suas variantes, importantes para o entendimento das tensões por elas geradas nas fronteiras dos sistemas (parcelas de massa fixa). Adicionalmente, para que o aluno entenda o próprio sentido de "definição", também ela é definida com base em conceitos sinônimos, conforme mostrado a seguir:

(i) *Definição:* Determinar, demarcar (definir), Proposição que expõe com clareza e exatidão os caracteres genéricos e diferenciais de uma coisa (Dicionário Melhoramentos, 1977), indicação dos fins ou limites (conceituais) de um ente com respeito aos demais (Mora, 2001).

(ii) *Axioma:* Premissa imediatamente evidente por si mesma (Dicionário Melhoramentos, 1977), proposição evidente em si mesma e indemonstrável (Japiassú & Marcondes, 2006), proposições irredutíveis, princípios gerais aos quais todas as demais proposições se reduzem e nos quais essas últimas necessariamente se apoiam (Mora, 2001).

(iii) *Sistema:* Um elemento, ou coleção deles, escolhido para estudo, isolado do meio por uma fronteira impermeável ao transporte de massa.

(iv) *Contínuo:* Sem interrupção no tempo ou no espaço (Dicionário Melhoramentos, 1977) Nas aplicações da Física este conceito é dimensionalmente relativo e cada caso deve ser estudado.

(v) *Escalar:* Quantidade definida por uma única especificação, uma única grandeza.

(vi) *Vetor:* Quantidade definida por três especificações: um módulo, uma linha de ação e um sentido. Exemplo em coordenadas cartesianas: $\vec{V} = V\vec{e}_v = V_x\vec{e}_x + V_y\vec{e}_y + V_z\vec{e}_z$, onde $\vec{V}$ é o vetor, V o módulo, $\vec{e}_v = \vec{V}/V$ seu versor e $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z,$ versores dos eixos do sistema Cartesiano de referência.

(vii) *Tensor:* Quantidade definida por 9 especificações, porém, apenas três delas linearmente independentes. (Aqui vale a ressalva de que estamos considerando uma definição mais voltada aos propósitos da Mecânica dos Fluidos, mencionando apenas o "tensor de segunda ordem")

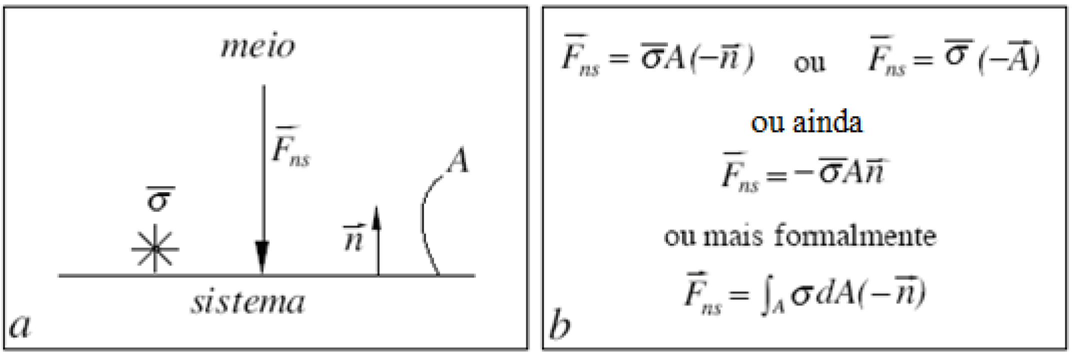
(viii) *Produto Escalar de Dois Vetores:* O produto escalar entre dois $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$, $\vec{V}_1 \bullet \vec{V}_2$, inclinados entre si de um ângulo αé igual a $V_1 V_2 \cos\alpha$, onde V_1 e V_2 são os módulos de $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$, $V_i = \sqrt{\vec{V}_i \bullet \vec{V}_i}$ *i*=1 ou 2 (Nussenzveig, 2009). O produto escalar de dois vetores é um escalar.

(ix) *Área Vetorial:* $\vec{A} = A\vec{n}$ é definida na matemática e Física, onde A é o módulo de $\vec{A}$ e $\vec{n}$ o versor normal a A, com sentido do sistema para o meio.

(x) *Força:* É definida como uma grandeza vetorial, com módulo, linha de ação, sentido e um ponto de aplicação. Para considerar um ponto de aplicação é preciso que o sistema seja um meio contínuo, o que, em nível microscópico, não existe na natureza. Como conseqüência, em termos físicos o que ocorre é que a força originalmente distribuída sobre um segmento de área, ao ser aplicada, promove uma tensão superficial que, integrada na área de atuação, resulta no módulo da força que utilizamos. Este módulo, multiplicado pelo versor da força, fornece matematicamente o vetor da força aplicada. Observa-se que no presente texto consideramos a força existente com presença de massa. Nesse caso, sem massa não existe força.

(xi) *Força de Superfície ou de Contato:* Força sempre exercida pelo meio sobre a fronteira do sistema. Não tem este fato implicação sobre sua direção e sentido. Apenas se afirma que o produto entre a tensão e a área determina o módulo de uma força. Isto justifica também usar a representação $\vec{A}$

(xii) *Força Normal de Superfície; Tensão no Ponto; Tensão Média*: A força normal $\vec{F}_{ns}$ gera na área *A* um estado de tensão "dita normal" em razão de sua origem, cujo valor local σou médio $\bar{\sigma}$ é um escalar (estamos trabalhando com uma única superfície, por simplicidade didática). No caso de fluido $\vec{F}_{ns}$ sempre existe, tem ação confinante e garante a existência do fluido. A Figura 1a ilustra a força normal de superfície e a Figura 1b mostra o procedimento de cálculo de $\vec{F}_{ns}$. O sinal positivo é definido do sistema para o meio, como o mostra o versor. A força indicada tem que ser representada, portanto, como negativa. Esta definição é unívoca e básica para o cálculo de outras forças de contato. A figura 1 é apresentada aqui como colocada na lousa, em sala de aula, na discussão e explanação aos alunos, motivo pelo qual as equações estão presentes na figura.



Obs: O símbolo ✳ indica que a propriedade a ele associada é escalar e não tem direção preferencial

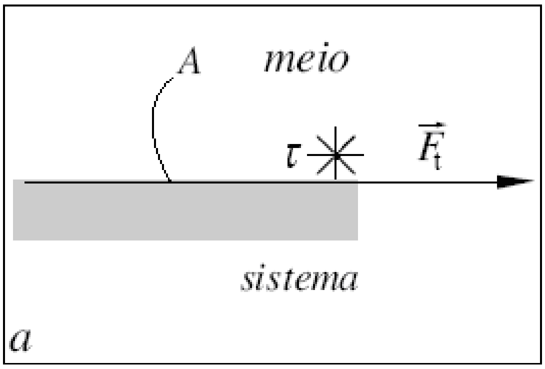
Figura 1- a) Esquema da força normal aplicada sobre uma superfície, b) As equações decorrentes da figura 1a. (A figura reproduz aquilo apresentado na lousa, em sala de aula).

Novamente enfatiza-se que se está considerando, nesta análise, apenas a tensão normal. A tensão normal no ponto σ e a tensão normal média $\overline{\sigma}$ são calculadas como:

$$\sigma = \lim_{A \to 0} \frac{Fns}{A} \text{ (tensão no ponto) ; } \overline{\sigma} = \frac{Fns}{A} \text{ (tensão média)}$$

onde F_{sn} e A são os módulos de $\vec{F}_{ns}$ e de $\vec{A}$.

(xiii) *Força Tangencial* $\vec{F}_t$*; Tensão no Ponto* τ*; Tensão Média* $\overline{\tau}$: A tensão τ é sempre positiva e a força que lhe dá origem é calculada como ilustrado na Figura 2b, obtida com base na Figura 2a. Nesse caso, se a força é considerada negativa, isso se reflete no versor tangencial usado, e não na tensão. A diferença entre σ e τ reside no fato de que $\vec{F}_{ns}$ tem sempre direção normal à superfície. Entretanto, as duas forças ocorrem do meio sobre o sistema como impõe a 2ª Lei de Newton. O procedimento de cálculo é similar ao de $\vec{F}_{ns}$.



b

$$\vec{F}_t = \bar{\tau} A \vec{e}_t \quad \text{e} \quad \vec{e}_t = \frac{\vec{F}_t}{F_t}$$

ou mais formalmente

$$\vec{F}_t = \int_A \tau \, dA \vec{e}_t$$

Obs: O símbolo ✳ indica que a propriedade a ele associada é escalar e não tem direção preferencial

Figura 2- a) Esquema da força tangencial sobre uma superfície, b) As equações decorrentes da figura 2a. (A figura reproduz aquilo apresentado na lousa, em sala de aula).

(xiv) *Pressão:* Tensão gerada por um fluido interno a um sistema, em condição de equilíbrio termodinâmico, medida na fronteira do sistema. É uma grandeza associada ao fluido.

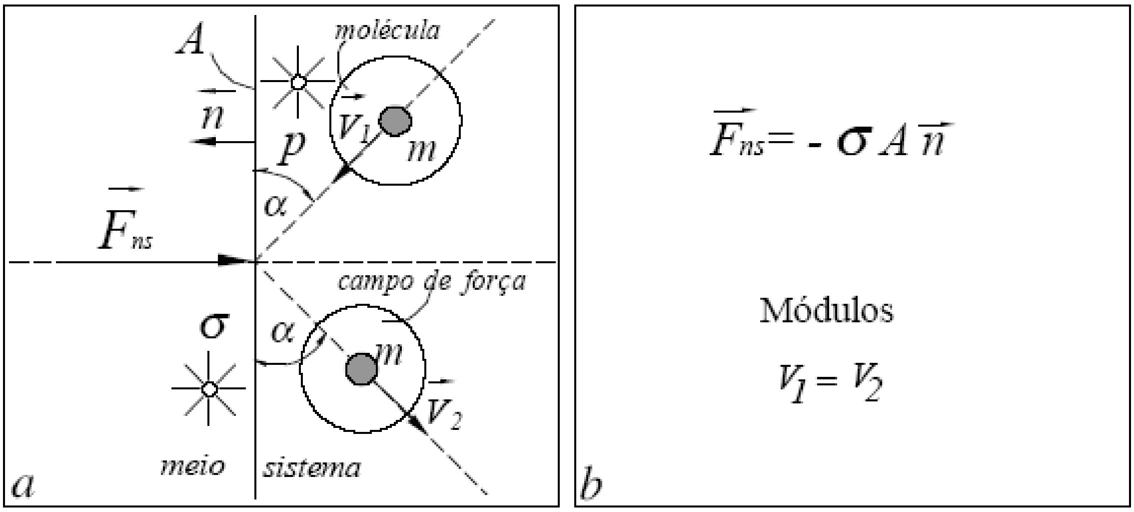
a - *Pressão Termodinâmica*

Para fluido no estado gasoso, a pressão termodinâmica *p* é a propriedade que aparece na "Lei de Estado dos Gases", *pVol=zRT*. *Vol* é o volume do gás, *z* é o número de moles do mesmo, *R* é a constante universal dos gases e *T* é a temperatura absoluta (Kestin, 1966). Se for utilizada a constante do gás $R_g$no lugar de *R*, *z* passa a ser o fator de compressibilidade deste gás.

b - *Modelo Estatístico*

O comportamento e as propriedades dos gases, dentre elas a pressão, são melhor visualizadas através da "Teoria Cinética dos Gases". Nela considera-se o gás perfeito formado de partículas elementares (moléculas) que se deslocam aleatoriamente, interagindo entre si e com as fronteiras do sistema que as contém, exclusivamente através de choques perfeitamente elásticos. (Feynman et al., 1971; Halliday et al., 1993).

A Figura 3 ilustra a ideia do modelo estatístico. O ângulo αde incidência da molécula na parede não se altera com o choque, resultando igual ângulo de saída, sendo decorrente da existência de uma nuvem de elétrons que forma o campo de força eletromagnética que envolve o núcleo da molécula e age como cobertura elástica. Este campo mantém uma enorme distância relativa entre os núcleos entre si e entre os núcleos e as paredes durante os choques, fato que explica o ângulo α ser constante. Por exemplo, a molécula de Hélio tem o raio do núcleo 100.000 vezes menor que o raio da nuvem de elétrons, este último com valor de 10^{-10} *m*. Na condição ambiente (300K, 1atm), esta molécula desenvolve velocidade de 1.370 m/s. (Kestin, 1966).



Obs: O símbolo ✳ indica que a propriedade a ele associada é escalar e não tem direção preferencia

Figura 3- Fenômeno que gera a pressão na teoria estatística dos gases.(A figura reproduz aquilo apresentado na lousa, em sala de aula).

As forças $\vec{F}_{ns}$ consideradas nos choques são normais às paredes. Dado o número extremamente grande de moléculas por unidade de volume *Vol*, os choques das moléculas geram, macroscopicamente, uma tensão superficial contínua. No caso de equilíbrio termodinâmico essa tensão é chamada "pressão termodinâmica do gás". Se $\vec{V}$ é a velocidade da molécula de massa *m* e *N* o número de moléculas no volume *Vol*, a pressão termodinâmica na teoria estatística é: $p = (N/2Vol)\ \vec{V} \bullet m\vec{V}$.

Leis da dinâmica

Apresenta-se aqui as Três Leis de Newton seguidas de breve discussão e a prova de que σ =*p*, resultado das definições e da 3ª Lei de Newton.

Primeira Lei

Um corpo não perturbado por forças externa mantém seu estado dinâmico.

Esta lei contém integralmente a ideia expressa originalmente por Galileo. A Figura 4 mostra um sistema de massa *m* e velocidade $\vec{V}$, resultando em quantidade de movimento $m\vec{V}$ constante face à ausência de forças externas. Entretanto, na natureza inexiste corpo não sujeito à força externa. Evidentemente, se $\vec{V}$ = zero, tem-se m$\vec{V}$ = constante= zero.

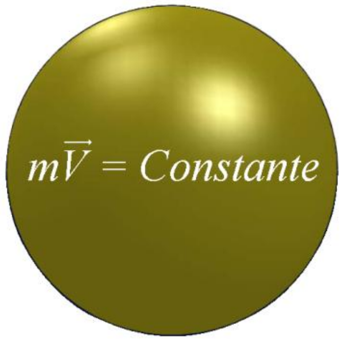


Figura 4 – Primeira Lei de Newton - Corpo não Perturbado por Ações Externas

Segunda Lei

A somatória das forças externas atuando sobre um sistema iguala a variação temporal substancial da quantidade de movimento do sistema. (Feynman et al., 1971; Halliday et al., 1993). A Figura 5 ilustra um sistema de massa *m* e velocidade $\vec{V}$ submetido a ações de forças externas de superfície e de forças de campo. A variação da quantidade de movimento é dada por:

$$\sum \vec{F}_e = \frac{D}{Dt} m\vec{V} \quad , \qquad (1)$$

onde $\sum \vec{F}_e = \sum \vec{F}_s + \vec{F}_c$

Os índices "e", "s" e "c" significam "externas", "de superfície" e "de campo", respectivamente.

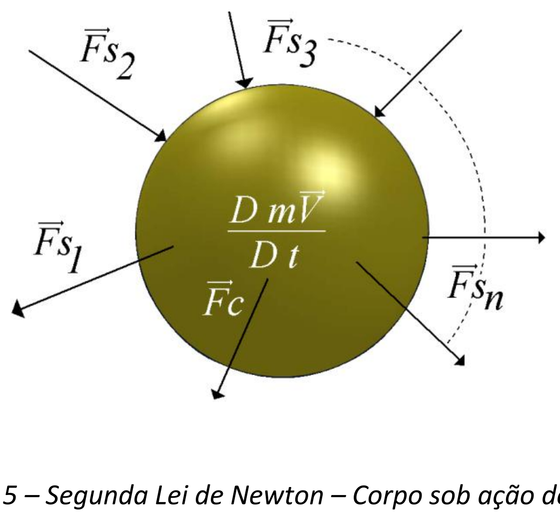


Figura 5 – Segunda Lei de Newton – Corpo sob ação de forças externas

Esta lei também vincula a existência de uma força à existência de massa, como já mencionado no item 2.9. A igualdade na Equação 1 ocorre quanto à grandeza, direção e sentido. Observe-se que não é feita nenhuma referência à natureza intrínseca do sistema. Enfatiza-se novamente que, no caso de um fluido, as componentes normais das forças de superfície sempre existem, têm necessariamente sentido do meio sobre o sistema e exercem ação confinante.

Terceira Lei

Toda força $\vec{F}$ possui uma reação $\check{R}$ local, de igual intensidade, mesma linha de ação, sentido contrário e de ação concomitante (Feynman et al., 1971; Halliday et al., 1993). As Figuras 6a e 6b, são ilustrativas do fenômeno. Na Figura 6b apresenta-se o exemplo clássico em que a Terra atrai a Lua, a ação está na Lua e a reação na Terra.

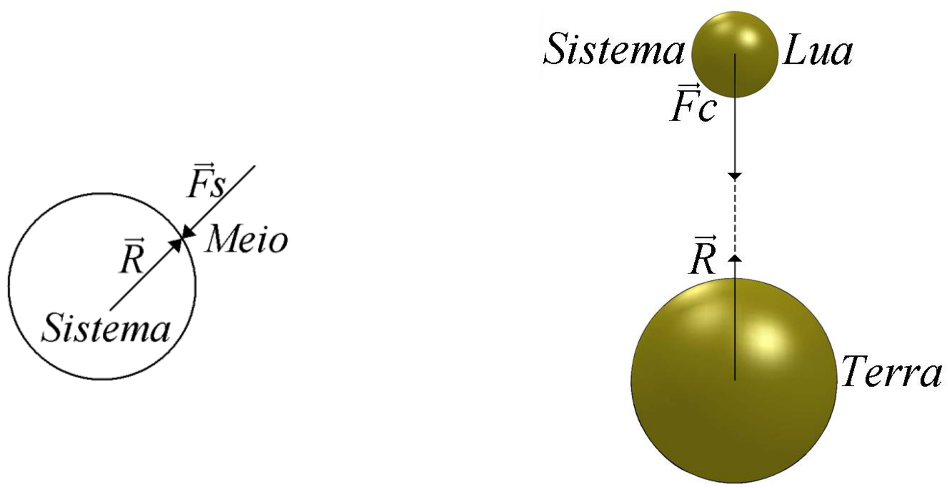


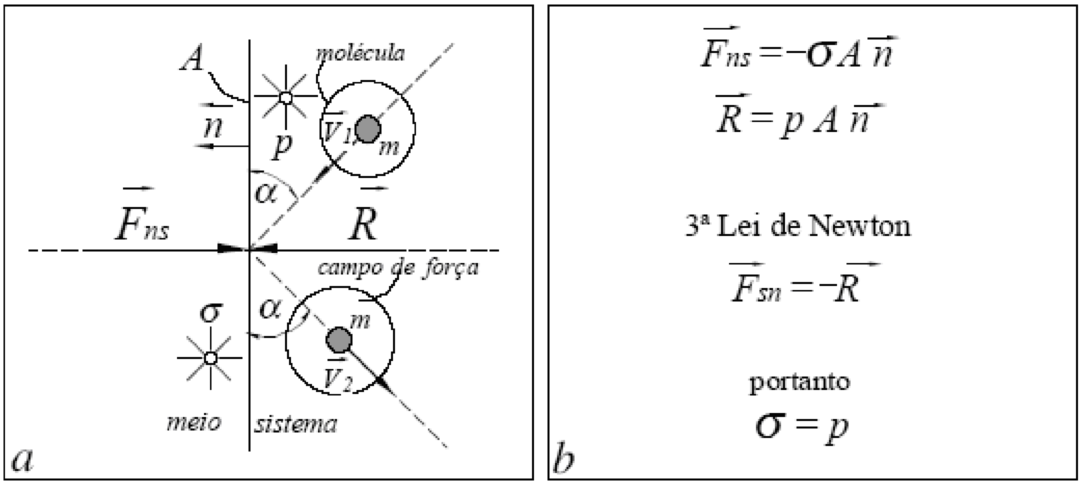
Figura 6 – Terceira Lei de Newton e a Força de Campo e a Ação Gravitacional

Esta lei estabelece a existência de uma reação inerente à cada força externa sobre o sistema. No caso de força de superfície, a reação atua na fronteira, no mesmo ponto de aplicação de $\vec{F}$, porém, do sistema sobre o meio. Via de consequência, $\vec{F}$ e $\vec{R}$ atuam em corpos diferentes. No caso de forças de campo elas ocorrem à distância. Ação e reação coexistem. Não é possível uma sem a outra.

Adicionalmente, força é grandeza vetorial que participa da somatória da 2ª Lei de Newton. Para que possamos aplicar a ação correta sobre o corpo correto, precisamos estabelecer aquilo que é essencialmente a força que atua sobre aquele corpo. Dessa forma, deve-se (o aluno deve) visualizar qual "força" atua sobre qual corpo. O que $\vec{F}$ e $\vec{R}$ têm em comum, nessa escolha, é serem grandezas vetoriais.

Considerando as três Leis de Newton da dinâmica prova-se que $\sigma = p$ como ilustrado na Figura 7.

A reação $\vec{R}$ da Figura 7 deriva da Terceira Lei de Newton e das definições (iii) a (xiv), excluída a definição (vii). Esta figura é apresentada com basicamente a mesma informação da figura 3, porém acrescida da reação, o que tem se mostrado didaticamente adequado.



Obs: O símbolo ✳ indica que a propriedade a ele associada é escalar e não tem direção preferencial

Figura 7 – Terceira Lei de Newton e Demonstração da Igualdade entre σ e p. Comparar com a Figura 3. (A figura reproduz aquilo apresentado na lousa, em sala de aula).

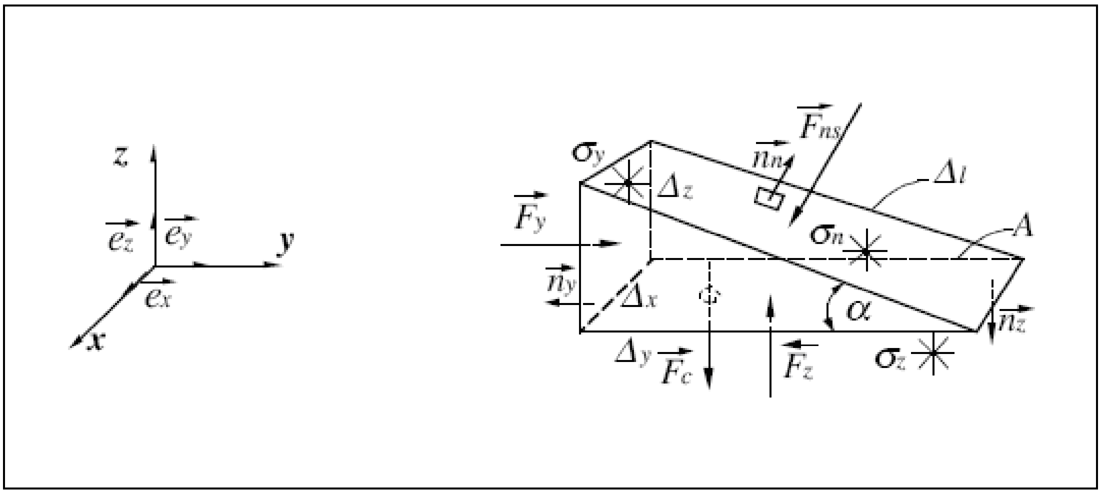
A igualdade $\vec{F}_{ns} = -A\vec{n}\,\sigma$ é apresentada na Figura 1 do item (xii), quando foi definido $\vec{F}_{ns}$. Essa definição constitui a base de cálculo de qualquer outra força normal. Deve, portanto, também ser base para o cálculo da reação $\vec{R}$ geradora da pressão p, para fluidos em equilíbrio. O sinal de igualdade entre σ e p não significa igualdade fenomenológica mas apenas numérica. Entretanto, enfatiza-se a igualdade com sinal positivo, um dos objetivos deste estudo. A fronteira do sistema pode pertencer a um sólido como ocorre em um vaso de pressão. O σ gerado nas paredes metálicas para confinar o gás não pode ser uma pressão, por ser esta uma grandeza associada exclusivamente ao fluido (ver item xiv das definições).

Tensão normal independente da direção de $\vec{A}$

A característica escalar da tensão normal em um fluido em repouso, ou seja, sua independência da direção, deve ser apresentada de forma evidente ao aluno. Isto pode ser melhor transmitido seguindo padrões já adotados em textos mais clássicos (Feynman et al., 1971;

Halliday et al., 1993), mas a ocorrência comum da associação vetorial às tensões normais e à pressão (falsa associação) fazem com que esta apresentação seja adaptada para a discussão desenvolvida aqui.

Considere-se o sistema fluido em repouso ou em velocidade constante e o sistema de referência inercial, *x*, *y*, *z*. como ilustrado na Figura 8. As forças na direção *x* são desconsideradas por não apresentarem interesse nesta fase inicial da demonstração.



Obs: O símbolo ✳ indica que a propriedade a ele associada é escalar e não tem direção preferencial

Figura 8- O esquema que mostra que a tensão normal independe da direção.

Neste caso a soma das forças externas é nula, ou seja:

$$\vec{F}_{ns} + \vec{F}_z + \vec{F}_y + \vec{F}_c \equiv nula \tag{2}$$

Considerando as definições vi, viii, xii anteriores obtém-se para a direção *z*:

$$(\vec{F}_{ns} + \vec{F}_z + \vec{F}_y + \vec{F}_c)\cdot \vec{e}_z \equiv nulo \tag{3}$$

e

$$-\bar{\sigma}_n \Delta x \Delta l \cos\alpha + \bar{\sigma}_z \Delta x \Delta y - \frac{1}{2}\rho g \Delta x \Delta y \Delta z = 0 \tag{4}$$

Dividindo a expressão por $A_z = \Delta x \Delta y$, lembrando que $\Delta l \cos\alpha = \Delta y$ e que o meio é contínuo, passa-se ao limite para o volume (*Vol*) tendendo à zero:

$$\lim_{Vol \to 0} = \left(-\bar{\sigma} n + \bar{\sigma} z - \rho g \Delta z / 2\right) = -\bar{\sigma} n + \bar{\sigma} z = 0 \tag{5}$$

ou seja:

$$\sigma_n = \sigma_z \tag{6}$$

De forma semelhante obtém-se:

$$\sigma_n = \sigma_y \tag{7}$$

portanto, matematicamente:

$$\sigma_y = \sigma_z = \sigma_n \tag{8}$$

Na seqüência, alinha-se a maior dimensão da cunha com a direção *x*, e repete-se os procedimentos acima. Como conseqüência, segue que $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma_n$. À semelhança dos problemas usuais em física, ressalta-se aqui a importância da escolha correta do sistema para a demonstração. A cunha faculta a construção de um padrão de comparação, σ_n, o qual permite obter-se as igualdades acima que demonstram que a tensão σ independe da orientação de $\vec{A}$, sendo, portanto, um escalar em um fluido em repouso. O método é clássico, mas percebe-se que a ênfase na natureza escalar da tensão não é evidenciada no processo de ensino usualmente apresentado nos livros, que gera as questões conceituais posteriores nos alunos e profissionais que utilizarão esses conceitos.

Embora esses sejam conceitos de razoável simplicidade, eles devem ser enfatizados aos alunos, de forma que a identidade numérica e de sinal entre a tensão normal e a pressão fique clara, permitindo, posteriormente, a aplicação nas mais diferentes áreas, como pode ser visto, por exemplo, nos volumes Schulz et al. (2011 a, b, c).

Conclusões

As seguintes conclusões vinculadas à Física voltada à Mecânica dos Fluidos podem ser arroladas:

O uso de definições unívocas, já consagradas no estudo da Mecânica dos Fluidos, como a Segunda e a Terceira Leis de Newton da dinâmica, comprovam a igualdade $p = \sigma$ para fluido em condição de equilíbrio.

$\sigma = -p$ contradiz a definição de módulo de uma força, da Segunda e Terceira Leis de Newton, além de emprestar uma característica vetorial à grandeza escalar da pressão e à tensão normal.

Utilizando uma demonstração clássica, evidenciou-se o contexto escalar da tensão normal em fluido em repouso, mostrando que a mesma independe da direção.

O estudo de Mecânica dos Fluidos pode (e deve) ser conduzido de forma que os alunos entendam que um conjunto básico de definições permite o desenvolvimento de equações sem contradições. O contexto didático é evidenciado aqui, porém a grande aplicação das equações na vida prática faz com que se deva dar importância aos detalhes aqui mencionados.

Referências

Bergson, H. **Cursos sobre a Filosofia Grega** (datas originais dos cursos entre 1884 e 1899), São Paulo, Ed. Martins Fontes, 2005.

Çengel, Y.A., Cimbala, J.M. **Mecânica dos Fluidos – Fundamentos e Aplicações**, São Paulo, McGraw-Hill Interamericana do Brasil Ltda, 2007.

Deen, W. M. **Analysis of Transport Phenomena,** New York, Oxford University Press, 1998.

Dicionário Melhoramentos. **Dicionário Melhoramentos da Língua Portuguesa**, 2ª Edição, São Paulo, Ed. Melhoramentos, 1977.

Feynman R.P., Leighton R.B. & Sands M. **Lectures in Physics**, New York, Addison-Wesley Pub. Co., 1971.

Fox, R.W., McDonald, a.t. **Introdução à Mecânica dos Fluidos.** 5ª Edição, Rio de Janeiro, LTC Editora Guanabara Dois S.A., 1998.

Halliday D., Resnick R. & Walker J. **Fundamentals of Physics,** New York, John Willey & Sons, Inc., USA., 1993.

Japiassú, H. & Marcondes, D. **Dicionário Básico de Filosofia**, 5ª. Edição, Rio de Janeiro, Ed. Zahar, 2006.

Kestin J. **A Course in Thermodynamics**, New York, McGraw Hill Book Co., 1966.

Lombardi, G. **Anotações de Aulas**, São Carlos, Ed. SME-EESC-USP, 2009.

Mora, J.F. **Dicionário de Filosofia**, São Paulo, 4ª Edição, Ed. Martins Fontes, 2001.

Munson, B.R.; Young, D. F; Okiishi, T.H. **Fundamentos da Mecânica dos Fluidos.** Tradução da 4ª edição americana. São Paulo, Editora Edgard Blücher Ltda, 2002.

Nussenzveig H. M. **Curso de Física Básica 1: Mecânica**, 4ª Edição, São Paulo, Ed. Edgard Blücher, 2009.

Platão (~427- ~327AC). **A República**, 7ª Reimpressão, São Paulo, Ed. Martin Claret, 2009.

Schulz, H.E. **O Essencial em Fenômenos de Transporte**, São Carlos, Editora USP-Escola de Engenharia de São Carlos, 2003.

Schulz, H.E.; Simões, A.L.A.; Lobosco, R.J. **Hydrodynamics: Natural Water Bodies**, Croatia, InTech Open Access Publisher. ISBN 978-953-307-893-9, 2011a.

Schulz, H.E.; Simões, A.L.A.; Lobosco, R.J. **Hydrodynamics: Optimizing Methods and Tools**, Croatia, InTech Open Access Publisher. ISBN 978-953-307-773-4, 2011b.

Schulz, H.E.; Simões, A.L.A.; Lobosco, R.J. **Hydrodynamics: Advanced Topics**, Croatia, InTech Open Access Publisher. ISBN 979-953-307-608-8, 2011c.

Streeter, V.L.; Wyley, E.B.; Bedford, K.W. **Fluid Mechanics**.9th Edition, New York, WCB-McGraw-Hill, 1998.

Geraldo Lombardi [lombardi@sc.usp.br], Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense 400, São Carlos, S.P. Brasil.

Graduação em Engenharia Aeronáutica pelo Instituto Tecnológico de Aeronáutica (1956). Doutor (1971), Livre Docente (1992), Professor Titular (1995) pelo Departamento de Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. Professor aposentado/pesquisador da USP, curador da Fundação Parque de Alta Tecnologia de São Carlos. Tem experiência na área de Engenharia Mecânica, com ênfase em Fenômenos de Transporte, atuando principalmente nos seguintes temas: alcooleira integrada, energias renováveis, etanol, cana de açúcar e fluidização.

Harry Edmar Schulz [heschulz@sc.usp.br], Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense 400, São Carlos, S.P. Brasil.

Graduado (1982) em Engenharia Civil na Fundação Universidade Regional de Blumenau, mestrado (1985) e doutorado (1990) em Engenharia Hidráulica e Saneamento na Universidade de São Paulo. Dois projetos de pesquisa no exterior em nível pós-doutorado (1992-1993 e 1998-1999) no Institut für Hydromechanik da Universität Karlsruhe, Alemanha (FAPESP) e mais um projeto (2007-2008) no Saint Anthony Falls Laboratory, University of Minnesota, USA (CAPES). Diretor do Centro de Recursos Hídricos e Ecologia Aplicada/SHS/EESC/ USP (1999-2001). Chefe do Departamento de Hidráulica e Saneamento/EESC/USP (2001- 2005). Professor titular da Universidade de São Paulo. Atua nos temas: turbulência, fenômenos de transporte, transferência interfacial de massa, plumas poluentes, auto-depuração, sedimentologia, meios porosos, educação ambiental, aplicados aos recursos hídricos e às Engenharias Ambiental, Civil e Mecânica.

Hélio Aparecido Navarro [han@sc.usp.br], Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense 400, São Carlos, S.P. Brasil.

Graduação em Engenharia Mecânica pela Universidade de São Paulo(1987), graduação em Bacharelado em ciências da computação (software) pela Universidade Federal de São Carlos(1988), graduação em Bacharelado em ciências da computação (hardware) pela Universidade Federal de São Carlos(1990), mestrado em Engenharia Mecânica pela Universidade de São Paulo(1991), doutorado em Engenharia Mecânica pela Universidade de São Paulo(1997) e pós-doutorado pela University of Michigan(1999). Professor Doutor da Universidade de São Paulo. Tem experiência na área de Ciência da Computação, com ênfase em Matemática da Computação.

Sérgio Rodrigues Fontes [srf@sc.usp.br], Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Av. Trabalhador São-carlense 400, São Carlos, S.P. Brasil.

Graduação em Bacharelado em Física pela Universidade de São Paulo (1987), mestrado em Engenharia Hidráulica e Saneamento pela Universidade de São Paulo (1991) e doutorado em Engenharia de Alimentos pela Universidade Estadual de Campinas (1996). Professor Associado da Universidade de São Paulo, com experiência na área de Mecânica dos Fluídos, tendo atuado principalmente nos temas: microfiltração, reologia, ultrafiltração, escoamento de suspensões e emulsões e modelagem matemática.Este excelente pesquisador e pessoa de raro valor faleceu durante o período de julgamento do presente estudo. Sua preocupação e engajamento com o ensino em Engenharia foram relevantes na apresentação deste trabalho.