

Mudanças nas ideias prévias sobre ponto, reta e plano por meio da interação com a ferramenta FARMA

RESUMO

Nesse artigo discutimos as respostas a um questionário envolvendo conceitos básicos de Geometria, o qual foi aplicado a estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, antes e depois dos mesmos interagirem com uma ferramenta denominada FARMA (Ferramenta de Autoria para Remediação de Erros com Mobilidade na Aprendizagem). A análise das respostas se deu a partir de uma estratégia de categorização e determinação de categorias substantivas e categorias teóricas. Observamos que antes da interação com a ferramenta os conceitos apresentados pelos estudantes estavam mais próximos de ideias do cotidiano. Após a interação houve significativo deslocamento das respostas na direção do conceito correto, principalmente no caso do conceito de ponto. Isso demonstra o potencial da ferramenta FARMA no ensino e aprendizagem de Matemática, em especial da Geometria.

PALAVRAS-CHAVE: Ideias prévias em Geometria. Ponto, reta e plano. FARMA. Quase-conceito.

Sergio de Mello Arruda
sergioarruda@sercomtel.com.br
[0000-0002-4149-2182](tel:0000-0002-4149-2182)
Universidade Estadual de Londrina,
Londrina, Paraná, Brasil.

Fernando Henrique Pereira
proffernandohp9@gmail.com
[0000-0003-4705-0999](tel:0000-0003-4705-0999)
Colégio Objetivo, Itaporanga, São Paulo,
Brasil.

Adriana Helena Borssoi
adrianaborssoi@utfpr.edu.br
[0000-0002-1725-6307](tel:0000-0002-1725-6307)
Universidade Tecnológica Federal do
Paraná, Londrina, Paraná, Brasil.

INTRODUÇÃO

Há tempos sabemos que as crianças quando chegam à escola já trazem concepções relacionadas a diversas áreas do conhecimento. Tais ideias, também denominadas de concepções espontâneas, concepções alternativas, pré-concepções ou, de um modo mais geral, ideias prévias, foram estudadas sistematicamente em algumas disciplinas, como a Física, desde o início da década de 1970.

Alguns autores consideram que a expressão “concepções erradas” (*misconceptions*) se aplica apenas à Física, “erros” (*errors*) apenas à Matemática e “falhas na compreensão” (*misunderstandings*) às duas áreas (NEIDORF et. al. 2020, p. 4).

De fato, em Matemática existem diversas publicações que abordam os conhecimentos prévios como erros. O relatório *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*, publicado pelo *National Research Council* dos EUA (NRC, 2001), inicia o capítulo 5 (O Conhecimento Matemático que as crianças trazem para a Escola), com a seguinte frase:

As crianças começam a aprender Matemática bem antes de entrarem no ensino fundamental. Começando na infância e continuando ao longo do período pré-escolar, elas desenvolvem uma base de habilidades, conceitos e concepções erradas (*misconceptions*) sobre números e Matemática (NRC 2001, p. 157).

Ojose, no livro *Common Misconceptions in Mathematics: strategies to correct them*, é mais enfático ao identificar as ideias prévias como erros. Ele define *misconceptions* como “má compreensão ou interpretação errada baseada em significado incorreto”, associadas a “teorias ingênuas que impedem o raciocínio racional dos estudantes” (OJOSE, 2015, p. xii). Nesse livro, dirigido especialmente a professores em formação ou em serviço, o autor aborda as concepções erradas de estudantes em aritmética e em álgebra.

Mohyuddin e Khalil (2016) vão na mesma direção ao afirmarem que:

Os erros e conceitos errôneos que os alunos desenvolvem durante as aulas passadas ou trazem consigo para a escola a partir da comunidade podem criar obstáculos ao aprendizado contínuo de concepções Matemáticas, conseqüentemente produzindo um mau desempenho em Matemática (MOHYUDDIN; KHALIL, 2016, p. 134).

No entanto, faz algum tempo que as ideias prévias não são vistas apenas como problemas ou erros, mas também como condições essenciais para que a aprendizagem possa ocorrer. Ausubel foi um dos educadores que mais chamou a atenção para a importância das ideias prévias no ensino (MOREIRA, 2011, p. 171).

De fato, mesmo com poucos meses de idade, a criança já começa a construir algumas noções básicas em diversas áreas que se tornarão essenciais para que ela possa avançar no conhecimento científico (NRC, 2007, p. 3-1). Por exemplo, alguns pesquisadores demonstraram que crianças muito pequenas já apresentam expectativas sobre o comportamento físico dos objetos:

Crianças de 2,5 a 3,5 meses são conscientes que os objetos continuam a existir quando escondidos por outros objetos, que os objetos não podem permanecer estáveis sem suporte, que os objetos se movem em trajetórias

esaciais contínuas e que os objetos não podem se mover através do espaço ocupado por outros objetos (BAILLARGEON, 1994, p. 133).

Com relação aos conceitos de tamanho, peso e densidade, Smith, Carey e Wisner (1985) realizaram testes com crianças de 3 a 9 anos de idade, em que apresentavam a elas objetos constituídos por materiais diferentes (plástico, borracha, madeira e metal), perguntando de que eles eram feitos e se, ao serem cortados em pedaços menores, eles continuariam a ser o mesmo tipo de material. Os pesquisadores encontraram que:

[...] para todas as idades, as crianças sabiam que os objetos [...] ainda eram do mesmo tipo de material. As justificativas mudaram com a idade. Metade das crianças menores (de 4 a 7 anos), mencionou apenas propriedades perceptíveis dos pedaços cortados para explicar por que ainda era o mesmo material (por exemplo, ainda é brilhante ou ainda é fino). Em contraste, as crianças mais velhas e o resto das crianças mais novas [...] explicitamente disseram que “cortar não afeta o material”, “ainda é papel porque o copo era feito de papel” ou que “você apenas cortou, ele ainda é o mesmo” (SMITH; CAREY; WISNER, 1985, p. 42).

A percepção de que o mundo social é muito diferente do mundo físico também surge cedo na infância. As crianças, embora nos primeiros anos tendam a atribuir intenções a objetos físicos, logo aprendem que as entidades do mundo social têm intencionalidade e que, por exemplo, uma bola não pode se comportar como um ser vivo (NRC, 2007, p. 3-9).

Esse conhecimento do mundo natural e social, embora baseado no senso comum, serve de base para a compreensão das disciplinas que as crianças encontrarão posteriormente na escola.

Essa é a visão expressa no relatório *How Students Learn: mathematics in the classroom* (NRC, 2005), o qual toma como seu primeiro princípio o título *Envolvendo-se com os Conhecimentos Prévios*, afirmando que “novos conhecimentos são construídos sobre uma base existente de conhecimentos e experiências” (NRC, 2005, p. 4).

Especificamente em relação a concepções prévias em Geometria, Piaget, um pioneiro nas pesquisas sobre o desenvolvimento do pensamento infantil (PIAGET, 1929), publicou, em 1960, o livro *The Child's Conception of Geometry*, que foca, principalmente, em questões relativas a medições geométricas (PIAGET; INHELDER; SZEMINSKA, 1960). Alguns trabalhos recentes, inspirados pela teoria da aprendizagem significativa, abordam concepções prévias em Geometria plana. Por exemplo: Silva e Schirlo (2013), relatam um estudo de caso, realizado com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental; Pivatto (2014), apresenta uma experiência didática realizada com estudantes do segundo ano do Ensino Médio; Puhl e Feltes (2017), apresentam uma unidade didática aplicada em uma turma de terceiro ano do Ensino Médio.

Encontramos apenas um único estudo, publicado em língua turca, que aborda concepções erradas (*misconceptions*) sobre ponto, reta e plano do autor Öksüz (2010). Os resultados deste estudo ilustraram que os sujeitos da pesquisa, alunos superdotados do Ensino Fundamental (sétima série) apresentam algumas dificuldades na compreensão sobre os conceitos de ponto, reta, segmento de reta, raio e plano, tais como:

[...] equívocos sobre a compreensão de aplicações ao mundo real de conceitos geométricos, equívocos ao usar conceitos geométricos básicos em situações de resolução de problemas complexos, equívocos sobre a compreensão de diferentes formas (simbólica, visual etc.) dos mesmos conceitos geométricos, equívocos no processo de concretização conceitos geométricos indefinidos em seus modelos mentais, etc. (ÖKSÜZ, 2010, p. 509).

Nenhum dos trabalhos citados nos parágrafos anteriores, incluindo o de Öksüz, entretanto, se superpõem ao que aqui relatamos.

De um modo geral, a questão de pesquisa de que trata este artigo pode ser assim enunciada: Quais concepções sobre ponto, reta e plano podem ser encontradas em respostas de estudantes do Ensino Fundamental ao interagirem com objetos de aprendizagem por meio da ferramenta FARMA e quais mudanças nessas concepções podem ser observadas após essa interação?

Com base nessa questão, o presente artigo tem como objetivo apresentar e analisar as respostas a um questionário envolvendo conceitos básicos de Geometria, o qual foi aplicado a estudantes do nono ano do Ensino Fundamental, antes e depois dos mesmos interagirem com uma ferramenta denominada FARMA – Ferramenta de Autoria para Remediação de Erros com Mobilidade na Aprendizagem (MARCZAL, 2014). A análise das respostas, além de apontar algumas ideias prévias sobre os conceitos matemáticos de ponto, reta e plano, nos permitiu mensurar o deslocamento das respostas das ideias cotidianas para os conceitos matematicamente aceitos, entre os dois momentos.

No que segue, apresentamos a metodologia da pesquisa, discutimos os dados e tecemos as considerações finais.

METODOLOGIA

Essa pesquisa faz parte de uma dissertação de mestrado profissional que utilizou a ferramenta FARMA a qual foi aplicada a 33 estudantes do nono ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do Estado de São Paulo.

A FARMA é uma ferramenta que possibilita a criação de Objetos de Aprendizagem (OA), podendo-se, a partir dela, extrair diversos conceitos matemáticos a serem explorados por meio das interações com o OA. De acordo com Marczal e Direne (2012), uma das importantes características da ferramenta é o seu mecanismo de retroação de erros, permitindo que o aluno restaure a sessão, ao momento em que o erro ocorreu, explorando-o em mais detalhes.

Para a investigação relacionada a este artigo foram elaborados diversos objetos de aprendizagem para o ensino da Geometria. Maiores detalhes sobre o contexto da pesquisa e as interações que os estudantes tiveram com a ferramenta podem ser encontrados em Pereira (2018).

Os dados da pesquisa foram obtidos por meio de diferentes procedimentos de coleta, dentre os quais: observações, anotações, questionários e atividades. Nesse artigo analisamos as respostas dos alunos à questão número 2 do questionário aplicado antes e depois da interação com um Objeto de Aprendizagem (OA) denominado Elementos Básicos de Geometria. Os dados foram colhidos entre maio e julho de 2017. A questão apresentada antes e depois da interação com o Objeto de Aprendizagem foi a seguinte:

Qual a ideia que você tem quando se fala em: a) ponto; b) reta; c) plano; como você define esses conceitos?

Segundo Maxwell e Chmiel (2014, p. 22), existem duas abordagens principais para a análise de dados: as baseadas em relações de similaridade e as baseadas em relações de contiguidade. As relações de similaridade envolvem a observação de semelhanças ou diferenças e são baseadas na comparação; esse procedimento é usado para definir as categorias e agrupar e comparar dados por categoria. As relações baseadas na contiguidade envolvem procurar as conexões entre as coisas, a influência de uma coisa em outra, as relações entre as partes etc. Similaridade e contiguidade referem-se a dois tipos fundamentalmente diferentes de relações entre as coisas, que não podem ser reduzidos um ao outro. Dessas duas abordagens derivam duas estratégias gerais de análise de dados: as estratégias de categorização, que se baseiam em relações de similaridade, e as estratégias de conexão, que se baseiam em relações de contiguidade (MAXWELL; CHMIEL, 2014, p. 22).

No nosso caso, utilizamos a estratégia de categorização com dois tipos de categorias: as categorias substantivas, as quais são primariamente descritivas, próximas dos dados e, em geral, dizem respeito aos conceitos e crenças dos sujeitos da pesquisa; e as categorias teóricas, as quais inserem os dados codificados em um quadro teórico explícito, definido previamente pelo pesquisador (MAXWELL; CHMIEL, 2014, p. 25).

As categorias substantivas, as quais emergiram das unidades de análise (respostas ao questionário), tiveram suas denominações e descrições parcialmente baseadas nas acepções e/ou locuções da palavra ponto, reta e plano do dicionário Houaiss. Posteriormente, as categorias substantivas foram agrupadas em categorias teóricas denominadas: Conceito, Quase-conceito, Cotidiano e Outros, conforme descritas no Quadro 1 (com exemplo para o conceito de ponto). Ressaltamos que as categorias substantivas variam para cada conceito enquanto que as categorias teóricas permanecem as mesmas para os três conceitos.

Quadro 1 – Categorias teóricas

Categoria teórica	Descrição
1 – Conceito	Quando a resposta do aluno se mostrou compatível com a definição de ponto, conforme apresentada no OA
2 – Quase-conceito	Quando a resposta se localizou entre o conceito matemático e alguma ideia prévia de ponto
3 – Cotidiano	Quando a resposta estava relacionada diretamente a significados da palavra ponto utilizados no dia a dia
4 – Outros	Quando a resposta era indefinida ou “não sei”

Fonte: Pereira (2018, p. 61).

É importante ressaltar que as categorias teóricas do Quadro 1 formam uma escala qualitativa, indo da maior aproximação (Conceito) à menor aproximação (Outros) com o conceito matemático envolvido.

A novidade introduzida na análise foi a ideia de quase-conceito, inspirada na noção de *quasi-concept* de Bernard (1999). Um quase-conceito seria uma construção mental híbrida, que possui duas faces: uma face realista, baseada na

análise de dados de uma situação; e uma imprecisão que o torna adaptável a várias situações.

APRESENTAÇÃO DOS DADOS

A apresentação dos dados, para cada conceito, é realizada por meio de um quadro e por meio de um gráfico nos quais podemos perceber a variação da distribuição das respostas entre as categorias teóricas, antes e depois da interação do estudante com o OA (Objeto de Aprendizagem). Depois dessa apresentação, analisamos as diferenças nessa variação para cada um dos conceitos (ponto, reta e plano).

Deslocamento das respostas sobre o conceito de PONTO

O Quadro 2 sintetiza o deslocamento das respostas entre os dois momentos para o conceito de ponto. Esse quadro foi construído a partir dos Quadros 7 e 8, mostrados no Apêndice.

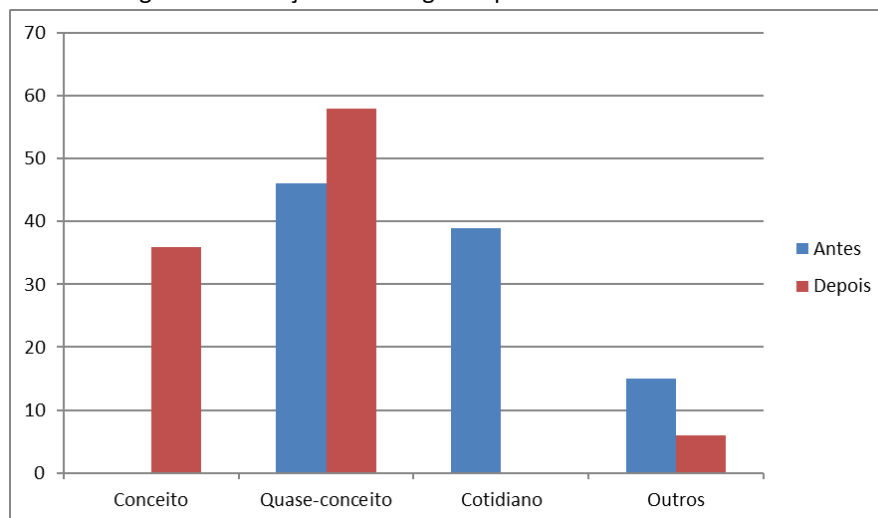
Quadro 2 – Distribuição das respostas para o conceito de PONTO

Categoria teórica	Categoria substantiva (ponto)	Antes (Quadro 7)	Depois (Quadro 8)
Conceito	Figura, Posição e Dimensão	0%	36%
Quase-conceito	Continuidade, Geometria, Interseção, Objeto pontudo, Marca, Objeto único, Lugar, Objeto pontual e Simbologia	46%	58%
Cotidiano	Escola, Gramática, Local, Medicina e Regionalismo	39%	0%
Outros	Não sabe, Indefinido	15%	6%

Fonte: Pereira (2018, p. 66).

A Figura 1 mostra como as categorias gerais, para o conceito de ponto, variaram antes e depois da utilização da FARMA:

Figura 1 – Variação das categorias para o conceito de PONTO



Fonte: Pereira (2018, p. 66).

É possível perceber claramente que após a utilização da FARMA as respostas dos alunos se deslocaram para o lado esquerdo da Figura 1, ou seja, se aproximaram mais do conceito matemático de ponto. Houve crescimento expressivo da coluna Conceito e a coluna Quase-conceito também teve aumento. A conclusão é que esse deslocamento envolveu mudanças de ideias cotidianas de ponto para ideias mais próximas do conceito matemático.

Deslocamento das respostas sobre o conceito de RETA

O Quadro 3 sintetiza o deslocamento das respostas entre os dois momentos para o conceito de reta. Esse quadro foi construído a partir dos Quadros 9 e 10, mostrados no Apêndice.

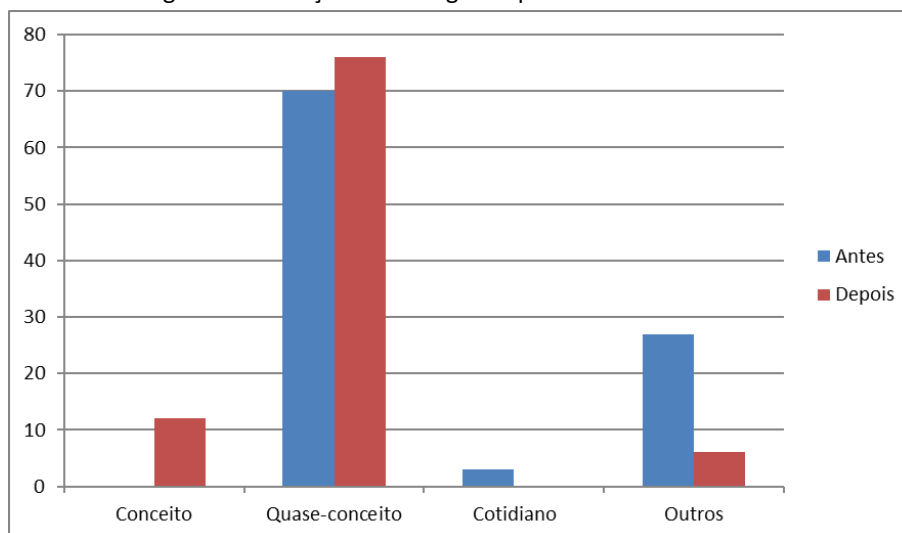
Quadro 3 – Distribuição das respostas para o conceito de RETA

Categoria teórica	Categoria substantiva (reta)	Antes (Quadro 9)	Depois (Quadro 10)
Conceito	Dimensão, infinito.	0%	12%
Quase-conceito	Pontos, Linha, Objeto reto, Objeto sem curva e Simbologia.	70%	76%
Cotidiano	Honestidade	3%	0%
Outros	Não sabe, Indefinido	27%	12%

Fonte: Pereira (2018, p. 70).

A Figura 2 mostra como as categorias gerais, para o conceito de reta, variaram antes e depois da utilização da FARMA:

Figura 2 – Variação das categorias para o conceito de RETA



Fonte: Pereira (2018, p. 71).

É possível perceber que, após a utilização da FARMA, as respostas relativas à reta (embora em menor intensidade) também se deslocaram para o lado esquerdo da Figura 2, ou seja, se aproximaram mais do conceito matemático de reta. Houve crescimento da coluna Conceito e a coluna Quase-conceito também teve pequeno aumento. Em analogia ao caso anterior (ponto), esse deslocamento envolveu

mudanças de ideias cotidianas de reta para ideias mais próximas do conceito matemático.

Deslocamento das respostas sobre PLANO

O Quadro 4 sintetiza o deslocamento das respostas entre os dois momentos para o conceito de plano. Esse quadro foi construído a partir dos Quadros 11 e 12, mostrados no Apêndice.

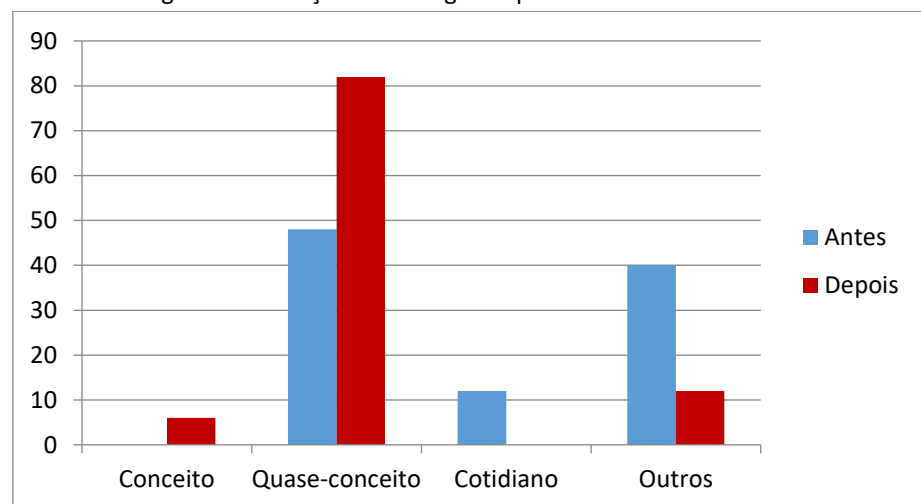
Quadro 4 – Distribuição das respostas para o conceito de PLANO

Categoria teórica	Categoria substantiva (plano)	Antes (Quadro 11)	Depois (Quadro 12)
Conceito	Infinito	0%	6%
Quase-conceito	Objeto plano, Quadrilátero, Reta, Superfície plana, Região, Simbologia	48%	82%
Cotidiano	Planejamento	12%	0%
Outros	Não sabe, Indefinido, não respondeu	40%	12%

Fonte: Pereira (2018, p. 75).

A Figura 3 mostra como as categorias gerais, para o conceito de plano, variaram antes e depois da utilização da FARMA:

Figura 3 – Variação das categorias para o conceito de PLANO



Fonte: Pereira (2018, p. 76).

É possível perceber que, após a utilização da FARMA, as respostas relativas a plano (embora em menor intensidade) também se deslocaram para o lado esquerdo da Figura 3, ou seja, se aproximaram mais do conceito matemático de plano. Houve um pequeno crescimento da coluna Conceito e a coluna Quase-conceito teve aumento expressivo. Semelhante aos casos anteriores, esse deslocamento envolveu mudanças em ideias cotidianas de plano para ideias mais próximas do conceito matemático.

ANÁLISES

Da observação das Figuras 1, 2 e 3, para os três conceitos, chama a atenção de imediato a enorme incidência de respostas na categoria teórica Quase-conceito, tanto antes quanto depois da FARMA, o que pode ser visto no Quadro 5, onde os números são as quantidades de unidades de análise (UA):

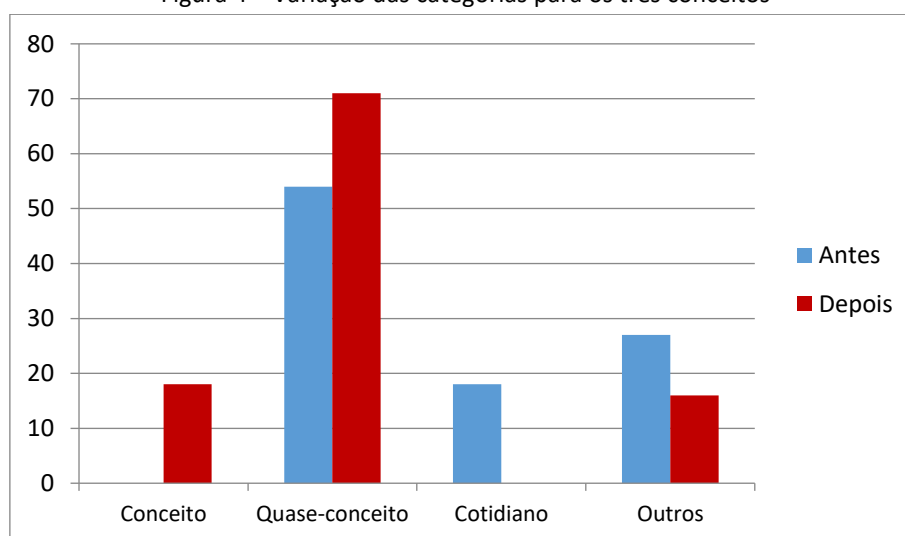
Quadro 5 – Distribuição total das UA antes e depois da FARMA

Categoria teórica	Categoria substantiva (antes)				Categoria substantiva (depois)			
	Ponto	Reta	Plano	TOTAL	Ponto	Reta	Plano	TOTAL
Conceito	0	0	0	0	12	4	2	18
Quase-conceito	15	23	16	54	19	25	27	71
Cotidiano	13	1	4	18	0	0	0	0
Outros	5	9	13	27	2	12	4	16
TOTAL	33	33	33	99	33	33	33	99

Fonte: Pereira (2018, p. 76).

Com base no Quadro 5, a Figura 4 pode ser construída:

Figura 4 – Variação das categorias para os três conceitos



Fonte: Pereira (2018, p. 77).

Como podemos ver, a maior incidência de respostas se localizou na categoria Quase-conceito, tanto antes quanto depois da FARMA. A migração das respostas das categorias inferiores (Outros e Cotidiano) para as categorias superiores (Quase-conceito e Conceito) foi expressiva.

É interessante também, devido à sua importância nas respostas, comparar as categorias substantivas encontradas na categoria Quase-conceito, como mostrado no Quadro 6.

Quadro 6 – Categorias substantivas da categoria Quase-conceito

Quase-conceito		Descrição
PONTO	1.Continuidade	Relaciona ponto à ideia de continuidade, às vezes fazendo referência a algum conceito da Geometria
	2.Geometria	Relaciona ponto com algum conceito ou conteúdo da Geometria
	3.Interseção	Relaciona ponto à ideia de intersecção
	4.Objeto pontudo	Relaciona ponto com objetos pontiagudos, que apresentam ponta ou canto, às vezes mencionando objetos da Geometria
	5.Marca	Relaciona ponto com um sinal, desenho, mancha ou uma marca, às vezes feita por um objeto
	6.Objeto único	Refere-se ao ponto como alguma coisa única
	7.Lugar	Relaciona ponto a um lugar delimitado no plano ou no espaço. O lugar está mais próximo do conceito matemático, do que o local
	8.Objeto pontual	Associa o ponto a um objeto pontual
	9.Simbologia	Se refere ao fato de que os pontos são em geral indicados por letras maiúsculas
RETA	10.Pontos	Relaciona reta a dois pontos ligados ou a vários pontos juntos
	11.Linha	Relaciona reta ao desenho (risco) feito com uma régua ou a ideia abstrata de linha
	12.Objeto reto	Associa reta com objetos que são retos
	13.Objeto sem curva	Relaciona reta à ausência de curvaturas
	14.Simbologia	Se refere ao fato de que as retas são em geral indicadas por letras minúsculas
PLANO	15.Objeto plano	Associa plano a objetos planos
	16.Quadrilátero	Associa plano a uma figura de quatro lados ou formado por quatro retas
	17.Reta	Associa plano à reta
	18.Superfície plana	Associa o plano a uma superfície plana, sem ondulações
	19.Região	Associa plano a um lugar, espaço ou região ocupado por corpos, pontos ou retas
	20.Simbologia	Se refere ao fato de que os planos são em geral indicados por letras gregas

Fonte: Pereira (2018, p. 77).

Podemos observar algumas semelhanças, como por exemplo, algumas categorias substantivas remetem a objetos observáveis ou ideais como as de número 4, 6, 8, 12, 13, 15; além disso, para todos os conceitos surgiu uma categoria denominada Simbologia. É provável que investigações posteriores possam lançar mais luz sobre tais conexões.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo analisamos mudanças nas concepções de ponto, reta e plano de estudantes do nono ano do Ensino Fundamental provocadas pela interação com um Objeto de Aprendizagem sobre conceitos básicos de Geometria, via ferramenta FARMA. Observamos que antes da interação com a ferramenta, os conceitos apresentados pelos estudantes estavam mais próximos de ideias do cotidiano. Após a interação houve significativo deslocamento das respostas na direção do conceito correto, principalmente no caso do conceito de ponto. Isso demonstra o potencial da ferramenta FARMA no ensino e aprendizagem de Matemática, em especial da Geometria.

O agrupamento das respostas também revelou a importância da proposição da categoria denominada Quase-conceito. Ou seja, entre o conceito aceito pela comunidade científica e a ideia prévia ou cotidiana existe uma zona intermediária que poderia funcionar para alguns alunos, como a Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky (REGO, 1998, p. 73) para os conceitos de ponto, reta e plano. A ideia de Quase-conceito poderia ser explorada para outras áreas e em outras situações de ensino e aprendizagem.

Finalizando, gostaríamos de comentar que a análise dos conceitos matemáticos que fizemos aqui nos lembrou da ideia de perfil conceitual.

O perfil conceitual é um instrumento de pesquisa criado por Mortimer (1995), a partir da ideia de perfil epistemológico de Bachelard (1984). Tanto o perfil epistemológico quanto o conceitual são, usualmente, representados por um conjunto de zonas, que se assemelha a um gráfico de barras. Uma zona do perfil conceitual pode diferir da outra tanto epistêmica quanto ontologicamente. O perfil conceitual foi aplicado principalmente ao ensino de Ciências (reações químicas, calor, energia, massa, radiação etc.), mas também pode ser encontrado em algumas áreas da Matemática como função (CARRIÃO, 1998; RIBEIRO, 2013) e frações (GUABIRABA, 2008).

De certa forma poderíamos dizer que as Figuras 1, 2 e 3 mostram mudanças nos perfis conceituais de ponto, reta e plano, respectivamente, antes e depois da interação com a FARMA. Ressaltamos, porém, que para esse caso o perfil possui quatro zonas fixas, as quais obedecem a uma escala que varia conforme a maior ou menor aproximação com o conceito matemático. Outra diferença é que enquanto o perfil conceitual, em geral, vale para apenas um sujeito, no nosso caso trata-se do perfil de uma turma de 33 alunos.

CHANGES IN PREVIOUS IDEAS ABOUT POINT, LINE AND PLANE THROUGH INTERACTION WITH THE FARMA TOOL

ABSTRACT

In this paper we discuss the answers to a questionnaire involving basic concepts of geometry, which was applied to students of the ninth grade of Elementary School, before and after they interact with a tool called FARMA (Learning Tool for Remediation of Errors with Learning Mobility). The analysis of the answers came from a strategy of categorization and determination of substantive categories and theoretical categories. We observed that before the interaction with the tool the concepts presented by the students were closer to everyday ideas. After the interaction there was a significant displacement of the answers in the direction of the correct concept, especially in the case of the point concept. This demonstrates the potential of the FARMA tool in teaching and learning Mathematics, especially Geometry.

KEYWORDS: Previous ideas in Geometry. Point, line, plane. FARMA. Quasi-concept.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao CNPq pelo apoio financeiro. Agradecemos as contribuições do Professor Dr. Marcelo Souza Motta (Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba).

REFERÊNCIAS

BACHELARD, G. **A Filosofia do Não**: filosofia do novo espírito científico. São Paulo: Abril Cultural. 1984. Coleção Os Pensadores.

BAILLARGEON, R. How do infants learn about the physical world? **Current Directions in Psychological Science**, [s. l.], n. 3, p. 133-140, 1994.

BERNARD, P. (1999) 'La cohésion sociale: critique dialectique d'un quasi-concept', **Lien social et Politiques**, 41, p. 47-59.

CARRIÃO, A. A aquisição do conceito de função: perfil das imagens produzidas pelos alunos. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 1998, Rio Claro. **Anais [...]**. Rio Claro, 1998, p. 99-103.

GUABIRABA, S. C. S. **Formação do conceito de fração numa perspectiva histórico-crítica do ponto de vista Psicogenético Piagetiano**, 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2008.

MARCZAL, D. **Farma**: uma ferramenta de autoria para objetos de aprendizagem de conceitos matemáticos. 2014. Tese (Doutorado em Informática) – Universidade Federal do Paraná. 2014.

MAXWELL, J. A; CHMIEL, M. Notes toward a theory of qualitative data analysis. *In*: FLICK, U. **The SAGE Handbook of Qualitative Data Analysis**. Los Angeles, London: SAGE Publications, 2014.

MOHYUDDIN, R. G.; KHALIL, U. Misconceptions of students in learning mathematics at primary level. **Bulletin of Education and Research**, [s. l.], v. 38, n. 1, p. 133-162, 2016.

MOREIRA, M. A. **Teorias da aprendizagem**. São Paulo: EPU, 2011.

MORTIMER, E. F. Conceptual change or conceptual profile change? **Science & Education**, [s. l.], v. 4, n. 3, p. 265-287, 1995.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. Adding it up: helping children learn mathematics. KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; FINDELL, B. (ed.). **Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education**. Washington, DC: National Academy Press. 2001.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. **How Students Learn: Mathematics in the Classroom**. Committee on How People Learn, A Targeted Report for Teachers, M.S. Donovan and J.D. Bransford, Editors. Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: The National Academies Press. 2005.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. **Taking science to school: learning and teaching science in grades K-8**. Washington: National Academies Press, 2007.

NEIDORF, T.; ARORA, A.; ERBERBER, E; TSOKODAYI, Y; MAI, T. **Student Misconceptions and Errors in Physics and Mathematics: Exploring Data from TIMSS and TIMSS Advanced**. Switzerland: IEA, Springer Open. 2020.

OJOSE, B. **Common Misconceptions in Mathematics: strategies to correct them**. Lanham: University Press of America, 2015.

ÖKSÜZ, C. Seventh Grade Gifted Students' Misconceptions on Point, Line and Plane Concepts. **Elementary Education Online**, vol. 9, n. 2, p. 508–525, 2010.

PEREIRA, F. H. **Um estudo sobre o ensino de geometria com o uso da FARMA**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2018.

PIAGET, J. **The child's conception of the world**. London: Routledge & Kegan Paul Ltd., 1929.

PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. **The child's conception of geometry**. London: Routledge. 1960.

PIVATTO, W. B. Os conhecimentos prévios dos estudantes como ponto referencial para o planejamento de aulas de Matemática: análise de uma atividade para o estudo de Geometria esférica. **REVEMAT**, Florianópolis (SC), v. 9, n. 1, p. 43-57, 2014.

PUHL, C. S.; FELTES, C. M. Um organizador prévio para a aprendizagem de Geometria plana. **Destaques Acadêmicos**, Lajeado, v. 9, n. 4, p. 8-24, 2017.

REGO, T. C. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da Educação. Petrópolis: Vozes, 1998.

RIBEIRO, A. J. Elaborando um perfil conceitual de equação: desdobramentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática. **Ciênc. educ.**, Bauru [online], v. 19, n. 1, p.55-71, 2013.

SILVA, S. C. R.; SCHIRLO, A. C. Conhecimentos prévios de Geometria plana: estudo de caso com estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental. **Revista Dynamis**, Blumenau, v. 19, n. 1, p. 58-68, 2013.

SMITH, C.; CAREY, S.; WISER, M. On differentiation: a case study of the development of the concepts of size, weight, and density. **Cognition**, Bethesda, n. 21, p. 177-237, 1985.

APÊNDICES

A ideia de PONTO, RETA e PLANO antes e depois da interação com o Objeto de Aprendizagem (FARMA).

Quadro 7 – PONTO (antes da FARMA) por categoria

Categoria teórica	Categoria substantiva (ponto)	Descrição	Unidade de análise	Aluno
Quase-conceito 15 UA (46%)	Continuidade	Relaciona ponto à ideia de continuidade, às vezes fazendo referência a algum conceito da Geometria	a) PONTO: Alguma coisa que continua.	A2
			a) PONTO: É algo que pode dar continuidade em uma reta.	A3
	Geometria	Relaciona ponto com algum conceito ou conteúdo da Geometria	a) PONTO: Gráficos	A28
			PONTO: Lados, ângulos	A32
			a) PONTO: Onde passa a reta	A33
	Interseção	Relaciona ponto à ideia de intersecção	a) PONTO: Ligação de duas linhas	A18
			a) PONTO: De ligação de duas linhas.	A9
	Objeto pontudo	Relaciona ponto com objetos pontiagudos, que apresentam ponta ou canto, às vezes mencionando objetos da Geometria	a) PONTO: É os cantos da lousa	A7
			a) PONTO: Quando algo ou alguma coisa é pontudo, como por exemplo, o triângulo, ele tem ponta.	A4

	Marca	Relaciona ponto com um sinal, desenho, mancha ou uma marca, às vezes feita por um objeto	a) PONTO: São pontos iguais ao ponto final marcado pelo giz.	A20
			a) PONTO: Algo que marca	A21
			a) PONTO: É uma bolinha	A29
			a) PONTO: Um pontinho	A30
			a) PONTO: Um ponto da caneta	A6
			a) PONTO: Um ponto	A26
Cotidiano 13 UA (39%)	Escola	Relaciona ponto a atividades avaliativas na escola	a) PONTO: O Ponto de Nota quando você tira.	A5
			a) PONTO: Nota da professora	A22
	Gramática	Relaciona ponto com algum sinal de pontuação da Gramática	a) PONTO: É o ponto que eu uso quando tem frase.	A1
			a) PONTO: Ponto final.	A15
			a) PONTO: Final, exclamação.	A19
			a) PONTO: Um ponto final que termina frase	A27
	Local	Relaciona ponto a um local, indicando um lugar do dia a dia.	a) PONTO: Um lugar público	A10
			a) PONTO: É um determinado local	A16
			a) PONTO: De ponto a ponto, de um lugar ao outro	A24
			a) PONTO: Ponto inicial	A31
	Medicina	Relaciona ponto ao ponto cirúrgico ou sutura em Medicina	a) PONTO: Quando você corta e daí tem que dar ponto.	A8
			a) PONTO: Machucado e tem que ir no médico para dar ponto.	A23
	Regionalismo	Relaciona ponto a alguma expressão do cotidiano ou regional	a) PONTO: O ponto quando tem algo pronto, tipo assim, tem algo no ponto.	A13
	Outros 5 UA (15%)	Não sabe	Escreve explicitamente que não sabe	a) PONTO: Não sei
a) PONTO: Não sei				A14
a) PONTO: Não sei				A17
Indefinido		Refere-se ao ponto de uma forma indefinida ou incompreensível	a) PONTO: Na Matemática tem um ponto no português.	A11
			a) PONTO: Ligação de um ao outro	A25

Fonte: Pereira (2018, p. 62-63).

Quadro 8 – PONTO (depois da FARMA) por categoria

Categoria teórica	Categoria substantiva (ponto)	Descrição	Unidade de análise	Aluno
Conceito 12 UA (36%)	Figura	Relaciona ponto a alguma figura geométrica, em particular ao cruzamento de duas retas	a) PONTO: é a figura geométrica formada de duas retas	A23
	Posição	Relaciona ponto à determinação de uma posição (no espaço)	a) PONTO: é um elemento que indica uma posição	A10
	Dimensão	Relaciona o ponto a um objeto sem dimensão, tamanho ou que não se pode medir	a) PONTO: Ponto é um ponto sem dimensão	A1
			a) PONTO: Não tem nenhuma dimensão em relação aos outros pontos	A2
			a) PONTO: É um objeto no espaço que não pode ser medido	A3
			a) PONTO: Ponto sem medida	A4
			a) PONTO: Pode ser algo que não pode medir	A7
			a) PONTO: é um objeto que não possui definição, dimensão e forma	A12
			a) PONTO: O ponto não tem dimensão	A22
			a) PONTO: O ponto não tem tamanho	A24
			a) PONTO: O ponto não tem dimensão	A25
a) PONTO: O ponto está em todo lugar, porque ele não tem tamanho	A28			
Quase-conceito 19 UA (58%)	Objeto único	Refere-se ao ponto como alguma coisa única	a) PONTO: PONTO é uma coisa única, não é formado por nada	A8
	Lugar	Relaciona ponto a um lugar delimitado no plano ou no espaço. O lugar está mais próximo do conceito matemático, do que o local.	a) PONTO: É um local delimitado naquele plano	A9
			a) PONTO: É usado para marcar lugar no espaço	A11
	Marca	Relaciona ponto com um sinal, desenho, mancha ou uma marca	a) PONTO: É um buraco	A13
			a) PONTO: Marcas do mapa para marcar cidades	A14
			a) PONTO: Eu vi que é quando tem uma pintinha	A5
			a) PONTO: Um furo de agulha num papel dá ideia de ponto	A18

	Objeto pontual	Associa o ponto a um objeto pontual	a) PONTO: Toque do lápis no papel é um ponto	A26
			a) PONTO: marca da ponta do grafite em um papel	A30
			a) PONTO: Uma estrela no céu é um ponto	A27
			a) PONTO: Estrelas no céu	A31
			a) PONTO: uma estrela no céu são exemplos da noção de ponto	A21
			a) PONTO: A cabeça de um prego.	A32
	Simbologia	Se refere ao fato de que os pontos são em geral indicados por letras maiúsculas	a) PONTO: Ventilador (refere-se ao centro do ventilador)	A33
			a) PONTO: Quando usa letras maiúsculas.	A6
			a) PONTO: Quando usa letras maiúsculas	A15
			a) PONTO: Quando usa letras maiúsculas	A17
			a) PONTO: utilizamos letras maiúsculas do nosso alfabeto: A, B, C...	A20
			a) PONTO: Sempre usamos letras maiúsculas para colocar um ponto	A29
Outros 2 UA (6%)	Indefinido	Se refere ao ponto de uma forma indefinida ou com significado difícil de ser entendido	a) PONTO: Estudo de um ponto	A16
			a) PONTO: Num ponto de um só	A19

Fonte: Pereira (2018, p. 63-65).

Quadro 9 – RETA (antes da FARMA) por categoria

Categoria teórica	Categoria substantiva (ponto)	Descrição	Unidade de análise	Aluno
Quase-conceito 23 UA (70%)	Pontos	Relaciona reta a dois pontos ligados ou a vários pontos juntos	b) RETA: É ligada por dois pontos.	A29
			b) RETA: pontos juntos, muitos pontos pertinhos e colados.	A32
			b) RETA: Quando você tem dois pontos e passa no meio.	A33
	Linha	Relaciona reta ao desenho (risco) feito com uma régua ou a ideia abstrata de linha	b) RETA: Uma linha ou quando algo está na mesma posição, ou seja, quando está reto.	A4
			b) RETA: Uma linha.	A6
			b) RETA: Pode ser duas linhas.	A7
			b) RETA: Uma linha quando faz com a régua.	A8

			b) RETA: Duas linhas que se podem se cruzar ou ser paralelas.	A9
			b) RETA: Uma linha ou uma régua para medir reta.	A11
			b) RETA: Uma linha, objeto etc., que não tem curvas.	A16
			b) RETA: Linha esticada.	A21
			b) RETA: Risco com a régua.	A23
			b) RETA: Tipo uma régua que traça e fica a linha.	A27
			b) RETA: Linha reta.	A30
	Objeto reto	Associa reta com objetos que são retos	b) RETA: É uma estrada por exemplo.	A1
			b) RETA: Régua.	A5
			b) RETA: vara de pescar.	A13
			b) RETA: Estrada reta.	A19
			b) RETA: Retas são iguais as cordas de violões ou encontro de algo.	A20
			b) RETA: quase tudo é reta, lousa, chão, apagador.	A24
Objeto sem curva	Relaciona reta à ausência de curvaturas	b) RETA: Alguma coisa sem curva.	A2	
		b) RETA: É algo literalmente reto, sem nenhuma curva ou algo do tipo.	A3	
Cotidiano 1 UA (3%)	Honestidade	Associa reta (ou reto) a integridade, probidade e retidão	b) RETA: Quando as pessoas são retas.	A10
Outros 9 UA (27%)	Indefinido	Refere-se à reta de uma forma redundante, indefinida ou incompreensível	b) RETA: O que é uma reta é reto.	A15
			b) RETA: Linhas retas são as que tem canto.	A18
			b) RETA: marca.	A22
			b) RETA: Uma reta.	A26
	Não sabe	Escreve explicitamente que não sabe	b) RETA: Não sei.	A12
			b) RETA: Não sei.	A14
			b) RETA: Não sei.	A17
			b) RETA: não sei.	A31

Fonte: Pereira (2018, p. 67-68).

Quadro 10 – RETA (depois da FARMA) por categoria

Categoria teórica	Categoria substantiva (ponto)	Descrição	Unidade de análise	Aluno
Conceito 4 UA (12%)	Dimensão	Relaciona reta a um objeto geométrico de uma dimensão	b) RETA: é um objeto geométrico infinito a uma dimensão.	A10
			b) RETA: é formada por infinitos PONTOS.	A8
	Infinito	Relaciona reta a infinitos pontos	b) RETA: Numa reta há infinitos pontos.	A19
			b) RETA: Tem infinitos pontos.	A27
Quase-conceito 25 UA (76%)	Linha	Relaciona reta ao desenho (risco) feito com uma régua ou a ideia abstrata de linha	b) RETA: Linha reta que tem dois pontos.	A2
			b) RETA: Reta é uma linha.	A4
			b) RETA: Linha bem esticada, corda do violão.	A13
			b) RETA: Uma linha sem começo e sem fim.	A22
			b) RETA: É a figura geométrica formada de uma linha.	A23
			b) RETA: A linha de um caderno.	A33
	Objeto reto	Associa reta com objetos que são retos	b) RETA: Uma corda bem esticada dá ideia de reta.	A18
			b) RETA: Um fio esticado.	A21
			b) RETA: Um fio bem esticadinho é uma reta.	A26
			b) RETA: Um fio bem esticado.	A30
			b) RETA: Uma corda bem esticada.	A31
			b) RETA: Uma caneta.	A32
	Pontos	Relaciona reta a dois pontos ligados ou a vários pontos juntos	b) RETA: Uma reta pode ser a reunião de dois pontos.	A1
			b) RETA: Encontro de dois pontos através de um risco.	A3
			b) RETA: Tem duas pintinhas e um risco.	A5
			b) RETA: Tem vários pontos na linha.	A7
			b) RETA: Conjuntos de pontos enfileirados.	A11

			b) RETA: Conjunto de muitos pontos em linha reta.	A12	
			b) RETA: Estudo de uma reta que tem dois pontos.	A16	
			b) RETA: Ligações de pontos, vi que pode ter dois pontos.	A28	
	Simbologia	Se refere ao fato de que as retas são em geral indicadas por letras minúsculas	b) RETA: Quando usa letras minúsculas.	A15	
			b) RETA: Quando usa letras minúsculas.	A17	
			b) RETA: Utilizamos letras minúsculas do nosso alfabeto: a, b, c...	A20	
			b) RETA: Sempre usamos letras minúsculas para colocar uma reta.	A29	
			b) RETA: Quando usa letras minúsculas.	A6	
	Outros (12%)	Indefinido	Refere-se à reta de uma forma redundante, indefinida ou incompreensível	b) RETA: linhas colineares.	A14
				b) RETA: A reta tem um tamanho apenas.	A24
b) RETA: A reta tem uma direção para esquerda e direita.				A25	
b) RETA: É um “traço” infinito.				A9	

Fonte: Pereira (2018, p. 69-70).

Quadro 11 – PLANO (antes da FARMA) por categoria

Categoria teórica	Categoria substantiva (ponto)	Descrição	Unidade de análise	Aluno
Quase-conceito 16 UA (48%)	Objeto plano	Associa plano a objetos planos	c) PLANO: Mesa de computador.	A21
			c) PLANO: Tela do computador.	A22
			c) PLANO: Coisa plana.	A25
	Quadrilátero	Associa plano a uma figura de quatro lados ou formado por quatro retas	c) PLANO: É uma forma retangular.	A1
	Reta	Associa plano à reta	c) PLANO: Alguma coisa reta.	A2
			c) PLANO: Quando sua base é reta.	A4
			c) PLANO: A superfície para ser plano tem de ser reta.	A20

	Superfície plana	Associa o plano a uma superfície plana, sem ondulações	c) PLANO: Não tem curva, é reto.	A33
			c) PLANO: É quando se tem uma vista plana de algo, onde sua base é uma reta.	A3
			c) PLANO: É uma paisagem plana.	A7
			c) PLANO: Um chão plano.	A8
			c) PLANO: É um objeto plano; é aquele que não tem nada na superfície.	A14
			c) PLANO: É uma superfície sem ondulações.	A16
			c) PLANO: Chão.	A24
			c) PLANO: Superfície da mesa sem ondulações.	A27
			c) PLANO: Chão reto.	A28
Cotidiano 4 UA (12%)	Planejamento	Associa a palavra plano ao planejamento de algo	c) PLANO: Um plano é você ter plano para fazer.	A5
			c) PLANO: Quando vou fazer um negócio e tem que ter um plano.	A13
			c) PLANO: Quando se planeja alguma coisa.	A15
			c) PLANO: Planejamento.	A23
Outros 13 UA (40%)	Indefinido	Refere-se ao plano de uma forma redundante, indefinida ou incompreensível	c) PLANO: É uma coisa horizontal.	A10
			c) PLANO: Terreano.	A19
			c) PLANO: Um plano.	A26
			c) PLANO: Onde se faz desenhos geométricos.	A29
			c) PLANO: Quadrado, que tem curvas.	A30
			c) PLANO: Retas coladas.	A32
	Não respondeu	Não respondeu	c) PLANO: Não respondeu.	A6
	Não sabe	Escreve explicitamente que não sabe	c) PLANO: Não sei.	A9
			c) PLANO: Não sei.	A11
			c) PLANO: Não sei.	A12
			c) PLANO: Não sei.	A17
c) PLANO: Não sei.			A18	
			c) PLANO: não sei.	A31

Fonte: Pereira (2018, p. 72-73).

Quadro 12 – PLANO (depois da FARMA) por categoria

Categoria teórica	Categoria substantiva (ponto)	Descrição	Unidade de análise	Aluno
Conceito 2UA (6%)	Infinito	Associa plano a um conjunto ou a infinitas retas	c) PLANO: É formado por infinitas RETAS.	A8
			c) PLANO: Formado de fileiras de retas.	A11
Quase-conceito 27 UA (82%)	Objeto plano	Associa plano a objetos planos	c) PLANO: Espaçoso, tipo a lousa da sala.	A13
			c) PLANO: O quadro-negro da sala de aula dá ideia de plano.	A18
			c) PLANO: Semelhante a uma folha.	A22
			c) PLANO: Folha do caderno.	A28
			c) PLANO: É a lousa da escola.	A29
			c) PLANO: Piso de uma quadra de basquete.	A31
			c) PLANO: Uma folha de cartolina.	A32
			c) PLANO: O fundo de uma piscina.	A33
	Quadrilátero	Associa plano a uma figura de quatro lados ou formado por quatro retas ou riscos	c) PLANO: União de quatro retas que forma uma porção.	A3
			c) PLANO: Fechado com quatro riscos.	A5
			c) PLANO: União de quatro retas.	A23
			c) PLANO: Plano tem quatro tamanhos de retas.	A24
			c) PLANO: Tem quatro retas e muitos pontos.	A27
	Região	Associa plano a um lugar, espaço ou região ocupado por corpos, pontos ou retas	c) PLANO: Porção ocupada por corpos.	A2
			c) PLANO: Porção onde cabe muitos pontos.	A7
			c) PLANO: Porção cheia de pontos e muitas retas.	A14
			c) PLANO: Tem dentro muitos pontos e muitas retas.	A16
			c) PLANO: Num plano há infinitos pontos.	A19
	Simbologia	Se refere ao fato de que os planos são em geral indicados por letras gregas	c) PLANO: Quando usa letras gregas.	A6
			c) PLANO: É representado por letras gregas minúsculas; ex.: α, β	A10
			c) PLANO: Quando usa letras gregas.	A15
			c) PLANO: Quando usa letras gregas.	A17
			c) PLANO: Utilizamos letras gregas minúsculas.	A20
	Superfície plana	Associa o plano a uma superfície	c) PLANO: É um tipo de Piso da Sala.	A1

		plana, sem ondulações	c) PLANO: Acho que é mais fácil com exemplos, em uma sala há o plano do chão etc.	A9
			c) PLANO: Uma quadra de esportes de um ginásio são exemplos da noção de plano.	A21
			c) PLANO: Superfície de uma mesa.	A30
Outros 4 UA (12%)	Indefinido	Refere-se ao plano de uma forma redundante, indefinida ou incompreensível	c) PLANO: Plano é área.	A4
			c) PLANO: Formado por mais pontos ainda como as retas, mas estão juntos.	A12
			c) PLANO: Ele tem duas direções.	A25
			c) PLANO: O céu é plano, porque tem estrelas que são pontos.	A26

Fonte: Pereira (2018, p. 73-75).

Recebido: 03 jun. 2019.

Aprovado: 10 jun. 2021.

DOI: 10.3895/rbect.v14n1.10189

Como citar: ARRUDA, S. M.; PEREIRA, F. H.; BORSSOI, A. H. Mudanças nas ideias prévias sobre ponto, reta e plano por meio da interação com a ferramenta FARMA. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v.14, n. 2, p. 131-154, mai./ago. 2021. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/rbect/article/view/10189>>. Acesso em: XXX.

Correspondência: Sergio de Mello Arruda - sergioarruda@sercomtel.com.br

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

