

Uma análise das heurísticas na aprendizagem estratégica em uma atividade de modelagem matemática

RESUMO

Neste artigo, fez-se imprescindível o olhar para a aprendizagem estratégica no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Para isso, a modelagem matemática subsidiou a pesquisa enquanto alternativa pedagógica, bem como na aprendizagem estratégica que tem como objetivo valorizar os procedimentos em detrimento do produto. As argumentações são pautadas a partir da descrição e análise de uma atividade intitulada "Pastel", desenvolvida em uma escola privada localizada no norte do Paraná, em uma turma do 8º ano. Para tanto, os dados coletados foram provenientes de registros escritos dos alunos, diário de bordo da professora, fotos, vídeos e gravações em áudio. Por meio da análise qualitativa e interpretativa dos dados, foi evidenciado que estratégias heurísticas são empreendidas ao longo de uma atividade de modelagem matemática, podendo aparecer repetidas vezes, em cada uma, com significados diferentes. Contudo, estão estritamente relacionadas à aprendizagem estratégica, uma das cinco componentes da aprendizagem, caracterizada pela importância do processo, implicando na interpretação das ações e decisões dos alunos durante a resolução de uma situação-problema.

PALAVRAS-CHAVE: Aprendizagem por Modelagem; Estratégias de Aprendizagem; Metodologia do Ensino.

An analysis of heuristics in strategic learning in a mathematical modeling activity

ABSTRACT

In this article, it was essential to look at strategic learning in the development of a mathematical modeling activity by students in the final years of elementary school. To this end, mathematical modeling supported the research as a pedagogical alternative as well as strategic learning, which aims to value procedures over the product. The arguments are based on the description and analysis of an activity entitled "Pastry," developed in a private school located in northern Paraná in an 8th-grade class. To this end, the data collected came from the students' written records, the teacher's logbook, photos, videos, and audio recordings. Through the qualitative and interpretative analysis of the data, it was evidenced that heuristic strategies are employed throughout a mathematical modeling activity and can appear repeatedly in each instance with different meanings. However, they are strictly related to strategic learning, one of the five components of learning, characterized by the importance of the process, implying the interpretation of students' actions and decisions during the resolution of a problem situation.

KEYWORDS: Learning by Modeling; Learning Strategies; Teaching Methodology.

INTRODUÇÃO

Considerando as preocupações com o ensino e a aprendizagem da matemática, bem como o surgimento de novas abordagens metodológicas ao longo do tempo, neste artigo, debruça-se na modelagem matemática enquanto alternativa pedagógica em que, a partir de uma situação inicial, busca-se a solução de problemas oriundos da realidade, por meio da dedução de modelos matemáticos. A partir desse entendimento, almeja-se evidenciar que aprendizagem estratégica é mobilizada no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

Segundo Barbosa (2003), a modelagem matemática é um ambiente de aprendizagem que convida os alunos a indagar e investigar sobre situações oriundas da realidade, por vezes, originadas de outras áreas de conhecimento, sendo necessária a formulação de um modelo matemático que solucione situações não estritamente matemáticas. Bliss e Libertini (2016, p. 12) afirmam que em um problema de modelagem há “[...] espaço para que os alunos interpretem o problema e tenham escolhas no processo de solução”.

Neste sentido, concorda-se com o autor e considera-se a modelagem matemática uma alternativa pedagógica que possibilita a aprendizagem por meio de pesquisas, construção do conhecimento, exploração de novos caminhos, novas experiências, comunicação, autonomia, entre outras ações. Para Almeida, Silva e Veronez (2021, p. 22),

[...] pensar nas características de uma atividade de modelagem matemática abarca, para além da representação de ações dos alunos e professores nas atividades, especificidades em relação aos domínios com os quais eles precisam se engajar em suas atividades, como a organicidade e as relações de idas e vindas em termos da realidade percebida e do sistema matemático em uso, em como coloca em evidência os elementos com os quais ele têm contato, como experiências, teorias e dados necessários para o processo investigativo que culmina na solução para um problema da realidade por meio da matemática (Almeida, Silva e Veronez, 2021, p. 22).

A partir das preocupações inerentes à aprendizagem dos estudantes ao implementar modelagem matemática nas aulas de matemática, as considerações abarcadas neste estudo são embasadas nos apontamentos de Pinilla (2010) que versa sobre o que os alunos aprendem em matemática e as causas de seus erros, elucidando cinco componentes da aprendizagem em seus estudos, a fim de fazer intervenções: conceitual, estratégica, algorítmica, comunicativa e semiótica. Neste artigo, o objetivo é inerente à aprendizagem estratégica, que segundo a autora, é a mais difícil, por ser aquela em que os processos importam mais que os produtos, sendo necessário dar atenção aos procedimentos e estratégias que o estudante utiliza para a resolução da situação-problema.

Com vistas a atingir o objetivo desta pesquisa, fundamenta-se nos estudos de autores (Stender, 2017; Stender & Kaiser, 2017; Almeida, 2020, Koga, 2020; Koga & Silva, 2020) que, no âmbito da modelagem matemática, sugerem que as estratégias heurísticas são como “[...] ferramentas do pensamento matemático para orientar os alunos na busca de uma solução” (Almeida, 2020, p. 224). Essas ferramentas estão relacionadas à tentativa e erro, à busca por soluções, definição de hipóteses, à liberdade de transitar pelo ciclo da atividade de modelagem matemática conforme necessário, à subdivisão dos problemas, à busca por

conceitos básicos da matemática, o que vai ao encontro às características da aprendizagem estratégica.

Para apresentar os resultados, uma pesquisa qualitativa de cunho interpretativo (Bogdan & Biklen, 1994) foi considerada. Para tanto, os dados que subsidiaram nossa pesquisa, são registros escritos, áudios e vídeos de alunos de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola particular do interior do Paraná no desenvolvimento de uma atividade de modelagem sobre a temática pastéis. Neste contexto, o objetivo de pesquisa supracitado é estruturado na questão: “Que aprendizagem estratégica é evidenciada no desenvolvimento de uma atividade de modelagem por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental?”

Nos próximos dois tópicos, apresenta-se o quadro teórico desta pesquisa. O primeiro tópico abarca a modelagem matemática e, no seguinte, discorre-se sobre as estratégias heurísticas e a aprendizagem estratégica. Em seguida, os aspectos metodológicos para que, assim, fosse possível apresentar a descrição e a análise da atividade. Por fim, o texto traz considerações e reflexões para a questão de pesquisa.

MODELAGEM MATEMÁTICA

Há relevantes pesquisas que versam sobre modelagem matemática nos acervos de diversas revistas e anais de eventos da área da Educação Matemática, contudo, há pesquisadores que se destacam em nossos estudos pois corrobora-se com suas perspectivas e concepções (Borromeo Ferri, 2007; Vertuan, 2007; Carreira & Baioa, 2011; Almeida, Silva & Vertuan, 2012; Blum, 2015; Pollak, 2015; Almeida, 2018; Stender, 2018; Castro & Veronez, 2018; Carreira, 2021).

Entende-se a modelagem matemática como uma tendência metodológica que articula o desenvolvimento de conteúdos matemáticos à inclusão de problemas oriundos da realidade e propiciam maior interação entre os alunos e o aumento de seus interesses. Com isso, pode-se afirmar que a modelagem matemática é um ambiente que, por meio de indagações, estratégias, conceitos, desenvolve novas habilidades a partir de conhecimentos prévios, possibilitando a aprendizagem.

Corrobora-se com Bassanezi (2002), ao sugerir que a modelagem matemática tem como essência transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, o que permite salientar que, mesmo abrangendo diversos assuntos, é a partir de conhecimentos matemáticos que se faz possível a resolução, mesmo que parcial e sob a ótica de quem investiga, e entendimento das situações presentes no contexto da realidade.

De acordo com Pollak (2015), a modelagem matemática consiste em

[...] formular uma situação-problema, decidir o que manter e o que ignorar na criação de um modelo matemático, fazer uso de matemática na situação idealizada a partir de uma situação da realidade, e então decidir se os resultados podem, em alguma medida, ser úteis para entender a situação original (Pollak, 2015, p. 627).

Stender e Kaiser (2017, p. 2) corroboram com Pollak (2015) ao salientar que essas situações originais do cotidiano são percebidas como algo que precisa ser “[...] resolvido, simplificado e transferido para um modelo do mundo real”. Neste caso, por meio da formulação de um problema matemático que será resolvido

(nem sempre integralmente) a partir de um modelo matemático e, então, chega-se a uma solução. A validação é feita de acordo com o mundo real, tornando a situação-problema cada vez mais interessante e próxima dos estudantes.

A atividade de modelagem matemática, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), é caracterizada por alguns elementos: seu início é dado a partir da proposta de uma situação inicial e, por meio de procedimentos matemáticos chega-se à uma situação final, onde é determinada uma solução para a situação-problema, configurando um processo investigativo.

Segundo Niss e Blum (2020), é essencial que um modelo matemático faça parte desse processo investigativo, por consequência da matemática ser utilizada não diretamente relacionada à matemática, ou seja, faz-se uso da matemática vislumbrando resolver problemas não essencialmente matemáticos. Os autores ressaltam que o modelo matemático dá significado a outra coisa, neste caso, representa características da realidade que foram consideradas para a resolução da situação.

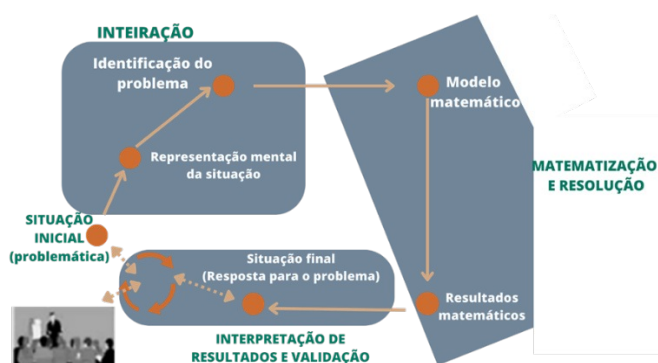
Considerando as articulações entre o mundo real e a Matemática, há fases que caracterizam o ciclo de uma atividade de modelagem matemática, o qual permite o transitar entre as fases, implicando diversas maneiras de desenvolver as atividades. As fases que caracterizam a atividade, segundo Carreira e Baioa (2011), fundamentam-se na

[...] identificação do problema real, formulação do modelo matemático, produção da solução matemática ou soluções a partir do modelo matemático, interpretação das soluções, avaliação das soluções em função do cenário real e, se necessário, revisão do modelo e novo ciclo realizado (Carreira & Baioa, 2011, p. 211).

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 4), as fases são caracterizadas como inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação, podendo ser estruturadas em um ciclo como o apresentado na Figura 1. Essas fases, são possíveis ações dos alunos, mas não há uma regra que denote que elas sejam seguidas linearmente.

Figura 1

Ciclo de Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2012).

No primeiro momento do ciclo é apresentado aos estudantes uma situação inicial que abarca um problema não essencialmente matemático, o qual, no

processo de inteiração, será melhor compreendido pelos alunos, à medida que, para identificar o problema, buscam por relações entre as características da situação. Assim, os modeladores, elaboram representações matemáticas (matematização) vislumbrando solucionar a questão inicial. Por fim, o último momento do ciclo é caracterizado pela interpretação e validação dos resultados obtidos durante o desenvolvimento da atividade. Vale ressaltar que não há obrigatoriedade de desenvolvimento linear das fases propostas.

Dessa forma, corrobora-se com Santana e Gonzales (2019, p. 4) quando salientam que “[...] utilizar modelagem matemática significa, essencialmente, utilizar ferramentas matemáticas para representar e criar um modelo para situações do cotidiano, tornando assim os conceitos matemáticos aplicáveis na prática”.

Vale ressaltar que dentre suas características, a Modelagem Matemática, enquanto alternativa pedagógica, bem como as atividades de modelagem matemática, possibilitam maior intensidade nos diálogos, seja entre aluno-aluno, aluno-professor, professor-aluno, o que contribui para a aprendizagem matemática (Carreira & Baioa, 2018).

Silva e Silva (2021) defendem que:

A interação entre os membros da equipe pode proporcionar diálogos que podem ser ponto de partida para o desencadeamento da construção de novos conhecimentos, bem como reflexões sobre o conteúdo matemático envolvido na situação, além de subsidiar questões mais amplas que emergem a partir da defesa de pontos de vista entre os alunos e entre os alunos e o (Silva & Silva, 2011, p. 4).

Considerando que a intenção para este artigo é trazer reflexões para a questão “Que aprendizagem estratégica é evidenciada no desenvolvimento de uma atividade de modelagem por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental?”, buscou-se evidenciar nos fazeres dos alunos - durante as fases de desenvolvimento da atividade de modelagem matemática - a presença da aprendizagem estratégica. Para analisar as ações dos alunos, entende-se a necessidade de focar a atenção nas estratégias que eles utilizam. Neste caso, as análises são subsidiadas nos aportes teóricos da estratégia heurística e da aprendizagem estratégica como abarcados no próximo tópico.

ESTRATÉGIA HEURÍSTICA E APRENDIZAGEM ESTRATÉGICA

O termo “estratégia” teve origem na Grécia Antiga, numa conotação voltada à guerra, significando “arte do general”, fazendo alusões à maneira com a qual um general liderava/conduzia seu exército (Meirelles, 1995). A palavra sempre foi utilizada em áreas de direito e administração, cujo significado estava/está diretamente relacionado a “[...] um caminho a ser percorrido” (Oliveira, Grzybovski & Sette, 2010, p. 3).

Além disso, segundo o Dicionário Etimológico, inicialmente o significado da palavra estratégia estava diretamente relacionado a guerras, entretanto, com o passar do tempo, criar métodos, planos ou manobras utilizados para que se alcance um objetivo ou resultado pode estar relacionado a diversas áreas, sendo elas: política, militar, psicologia e educação.

Ao se tratar da palavra “estratégia”, no âmbito da Educação Matemática, há poucas discussões sobre o assunto. George Polya reconhecido por suas contribuições à Resolução de Problemas traz, em seus estudos, aprofundamentos sobre estratégias, considerando-as como ferramentas utilizadas para atingir o pensamento matemático (Polya, 1945), neste caso, durante o processo da resolução de um problema, no qual os alunos buscam por uma solução.

Contudo, o autor traz muitas considerações sobre a utilização das estratégias heurísticas na resolução de problemas, vislumbrando o “[...] estudo de métodos e regras no processo solucionador de problemas, particularmente operações mentais” (Cavalheiro & Meneghetti, 2020, p. 65).

Pode-se destacar, portanto, que o uso das estratégias heurísticas auxiliam no modo de pensar dos estudantes durante o processo de resolução de um problema. É possível considerá-la como uma *caixinha de ferramentas*, a qual possibilita e estimula o aluno, indicando que há mais de uma possibilidade a ser escolhida. Os autores Hoon, Kee e Singh (2013) destacam que:

O uso de abordagens heurísticas cultiva as habilidades dos alunos em pensar na resolução de problemas matemáticos. Isso é, sabe-se que essas habilidades induzem a cognição subconsciente a desencadear ideias no sentido de estimular a criatividade sem usar algoritmos fixos. A abordagem heurística incentiva a comunicação de pensamentos matemáticos através da descoberta, desenhando um diagrama, examinando casos especiais, especializando a solução, generalizando a solução (Hoon, Kee & Singh, 2013, p. 863, tradução nossa).

Este estudo vem de encontro com as intenções de Pinilla (2010) ao considerar a aprendizagem estratégica como uma das cinco componentes da aprendizagem, cujo principal objetivo questiona a origem dos erros e concepções dos alunos durante a resolução de atividades matemáticas. Vale destacar que concepções são considerados equívocos cometidos pelos alunos - concepções equivocadas - e à medida que são exploradas pelo professor podem possibilitar descobertas sobre as dificuldades de aprendizagem dos estudantes (Mendes, Souza & Almeida, 2017).

Segundo D’Amore, Pinilla e Iori (2015), a aprendizagem estratégica é a mais complexa dentre os componentes da aprendizagem, por trazer transversalidade com a aprendizagem semiótica; sendo estritamente necessário o uso de registros semióticos para expressar objetos. Consequentemente, para evidenciar sua presença, é necessário que o professor esteja atento à interpretação condizente ao tratamento ou conversão realizadas pelos alunos de uma representação a outra.

Entende-se que, por mais que encontrar soluções seja o “foco” mais perceptível de um problema aos olhos dos alunos, é necessário que eles percebam que mais importante que o produto é o processo. O processo corresponde aos caminhos percorridos para chegar até a solução final, a qual não precisa estar correta no primeiro momento, desde que caminhos sejam traçados para a correção de eventuais erros (Almeida, 2020). Quando o aluno sabe qual caminho seguir, sabe como agir ao resolver uma situação problemática, evidencia-se a presença da aprendizagem estratégica (Pinilla, 2010).

Considerando as resoluções de problemas, há características que funcionam como “normas” para solucionar um problema. Entretanto, Pinilla (2010, p. 96) afirma que “[...] por mais que a aplicação de regras (normas, experiências)

precedentes seja importante, é preciso notar que o processo de resolução de um problema também gera, sobretudo, novos aprendizados”.

Diante disto, pode-se concluir que o fator de maior relevância está nas estratégias que um aluno usa para resolver um problema, não nas regras pré-estabelecidas para a sua resolução. Poder analisar e observar a criação de conceitos durante a resolução de um problema promovem a aprendizagem, que pode ter sido orientada pelo professor, mas principalmente decorrente das ações dos alunos (Pinilla, 2010).

Aprender por meio da resolução de problemas abarca os componentes da aprendizagem, em que a busca por soluções permeia vários momentos significativos, de modo que o desenvolvimento de mais pensamentos acerca do assunto estudado está diretamente relacionado ao conjunto de estratégias que o aluno utiliza para resolver o problema, além de ressaltar a importância do processo.

Pinilla (2010) assegura que o fato de a resolução de problemas gerar pensamentos, reflexões, criações, formulações de questões, ela se relaciona diretamente com o aprendizado do aluno. Contudo, a aprendizagem estratégica está presente em cada uma das ações dos alunos durante a resolução de um problema, de forma que são os registros de representações semióticas que trazem essas evidências, seja por meio da escrita, da fala, dos gestos, do modo que o aluno esteve confortável para compartilhar suas ideias.

Duval (2012, p. 269) afirma que:

As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. Consideram-se, geralmente, as representações semióticas como um simples meio de exteriorização de representações mentais para fins de comunicação, quer dizer para torná-las visíveis ou acessíveis a outrem. Ora, este ponto de vista é enganoso. As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais à atividade cognitiva do pensamento.

Contudo, é importante salientar que é por meio dos registros de representação semiótica dos alunos que é possível evidenciar a aprendizagem estratégica e as estratégias heurísticas, conforme supracitado.

Considerando os interesses de evidenciar como a aprendizagem estratégica vai se revelando conforme os alunos desenvolvem atividades de modelagem matemática ancora-se nos estudos de Stender (2018), em que, a partir da obtenção de alguns resultados sugere ações que revelam as estratégias heurísticas no desenvolvimento da resolução dos problemas.

ESTRATÉGIAS NO ÂMBITO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Alguns autores, considerando que a modelagem matemática se inicia a partir de uma situação-problema, desenvolveram pesquisas que versam sobre a utilização das estratégias heurísticas em atividades de modelagem matemática (Stender & Kaiser, 2017; Stender, 2018; Almeida, 2020; Koga, 2020; Koga & Silva, 2022).

Os autores salientam que as atividades de modelagem matemática possibilitam maior habilidade de resolver problemas, neste caso, de fazer modelagem. Contudo, considerando as características das atividades, infere-se que esta conduz o aluno a um caminho de maior autonomia na busca por soluções, sendo assim, no desenvolvimento de estratégias.

Segundo Almeida (2020, p. 220), “[...] algumas estratégias parecem intuitivas ou associadas às experiências anteriores dos alunos com modelagem matemática. Outras, entretanto, parecem ser mais específicas e refletem a característica de descoberta, criação associada ao termo heurística”.

Ao definir aprendizagem estratégica, Pinilla (2010) destaca a importância das decisões tomadas durante a resolução de um problema, considerando a solução como o produto consequente de processos desenvolvidos a partir de tomadas de decisões estratégicas.

Considerando as etapas da atividade de modelagem matemática, Stender e Kaiser (2018), embasados em Pólya (1973), sugerem que as estratégias heurísticas são evidenciadas - por meio de algumas ações - no desenvolvimento da atividade. Para Almeida (2020, p. 224), “[...] uma heurística pode ser algo essencialmente provisório, sem garantia de que produza um resultado efetivo na produção de uma resposta para o problema, mas reflete os propósitos daquele que busca a resposta ao traçar um caminho de busca”.

Na Tabela 1, inspirado nas sugestões de Stender e Kaiser (2017), organizam-se as estratégias heurísticas presentes em algumas ações dos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem. Vale destacar que, em todas as ações agrupadas pelos autores, também se revela a aprendizagem estratégica que, segundo Pinilla (2010), possibilita importantes reflexões para o processo de aprendizagem.

Tabela 1

Ações que revelam estratégias heurísticas

Estratégias Heurísticas	Ações dos estudantes que evidenciam a presença das estratégias heurísticas
Organização do material e compreensão do problema	Discretização, ou seja, tornar o problema acessível por meio da estruturação e organização adequadas. Compreensão da situação-problema. Uso de materiais disponíveis para simulação da situação. Neste momento, se o aluno perceber o erro ele volta para a fase anterior e inicia uma nova tentativa.
Usar a memória do trabalho de forma eficaz	Neste momento o aluno pode reduzir a complexidade do problema ao buscar conceitos transversais. Stender e Kaiser (2018) destacam o uso do “Supersigno”, ou seja, “signo que representa vários signos”. Neste momento, o aluno pode efetuar a divisão em subproblemas.
Pensar grande	Segundo Stender e Kaiser (2017) é importante que não haja fronteiras para o pensamento.
Utilização do conhecimento prévio	O ato de combinar o que o aluno já sabe para possibilitar novos conhecimentos. Fazer conexões com resoluções de outros exercícios para

Estratégias Heurísticas	Ações dos estudantes que evidenciam a presença das estratégias heurísticas
Aspectos funcionais	resolução de novas situações problemas. O autor destaca o uso de soluções parciais para obter soluções gerais. Koga (2020, p. 30) afirma que essa estratégia “[...] depende do conhecimento funcional. Sendo realizada de várias maneiras (por derivação, tabelas, iteração...); mas a ideia principal, de examinar um intervalo inteiro de valores (e não somente um valor especial) e então identificar o melhor, está sempre presente (aspectos funcionais)”.
Organização do trabalho	Para essa estratégia, Stender e Kaiser (2018) destaca a exploração de diversos caminhos para obter a solução de um problema, entretanto, não são todos que permitiram a obtenção da solução, sendo necessário a mudança de rota.

Fonte: Autoria própria (2024).

À medida que se valida a importância de cada uma das ações dos alunos ao desenvolver uma atividade, “[...] podemos conhecer o grau de compreensão pedindo-lhes maiores explicações do seu raciocínio” (Pinilla, 2010, p. 148) e, assim, revelar a aprendizagem estratégica de diversas maneiras, seja por meio da comunicação oral, escrita ou gestual.

No próximo tópico, são apresentados aspectos metodológicos que subsidiaram os resultados desta pesquisa. A fim de responder à questão de pesquisa “Que aprendizagem estratégica é evidenciada no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental?”, discorrem-se análises de uma atividade desenvolvida em aulas regulares de Matemática e suas especificidades.

ASPECTOS METODOLÓGICOS

Vislumbrando reflexões para questão desta pesquisa “Que aprendizagem estratégica é evidenciada no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental?”, foi feita uma análise de uma atividade desenvolvida em aulas regulares de Matemática em uma escola da rede particular de ensino, localizada no norte do Paraná. Nos dias 20 e 27 de setembro de 2022, dezessete alunos foram convidados a desenvolver uma atividade de modelagem matemática.

Durante quatro aulas de 50 minutos, organizados em grupos com quatro ou cinco integrantes, os alunos se dedicaram a responder à questão: Quantos pastéis podem ser feitos com um rolo de massa de pastel? Essa atividade faz parte da dissertação de mestrado da primeira autora deste artigo (Trindade, 2023).

A turma já havia desenvolvido atividades de modelagem matemática, portanto, estavam “familiarizados” com a alternativa pedagógica. Foram os alunos que sugeriram a investigação supracitada, dando início à terceira atividade desenvolvida pela turma.

Os dados que subsidiaram esta pesquisa foram coletados por meio de registros escritos dos alunos, apresentação que fizeram usando o Canva¹, fotografias, gravações de áudios e anotações feitas pela professora em seu diário de bordo. Houve um termo de consentimento assinado pela instituição e pelos pais autorizando o desenvolvimento da atividade, bem como a coleta de dados. Vale destacar que além das quatro aulas, os integrantes dos grupos se reuniram fora do ambiente escolar.

Para tanto, optou-se por fazer uma análise qualitativa de cunho interpretativo, estando de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 16) de forma que as questões investigadas “não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, outrossim, formuladas com o objetivo de investigar os fenômenos em toda a sua complexidade e em contexto natural”.

Além disso, Stender (2018), Stender e Kaiser (2018) e Pinilla (2010) corroboram em suas pesquisas ao comparar as estratégias a boas ferramentas para o professor, permitindo que analisem tanto a complexidade dos problemas, as etapas de resolução de uma atividade de modelagem matemática, a diversidade de ações dos alunos e uma ampla discussão por suscitar muitas possibilidades de resolução (Castro & Veronez, 2018).

A descrição e a análise da atividade foram ancoradas na resolução da atividade feita pelo grupo que mais se destacou pelo envolvimento na busca pela solução do problema, gerando maior interação entre seus integrantes. A fim de manter o anonimato dos cinco alunos que compõem o grupo, optou-se por nomeá-los por A1, A2, A3, A4 e A5, conforme descrição e análise da atividade apresentadas no próximo tópico.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DA ATIVIDADE

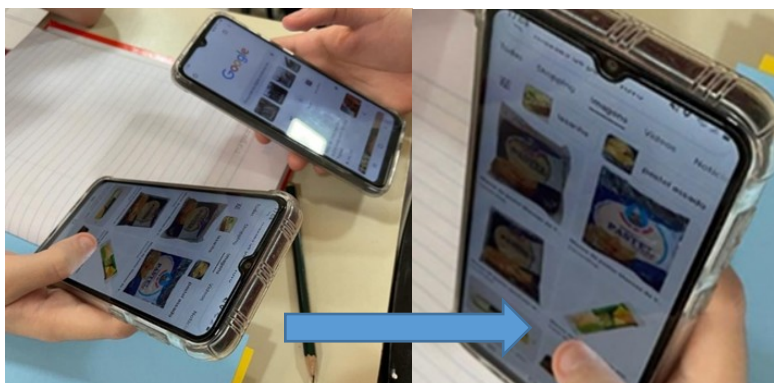
Os alunos estavam entusiasmados com o estudo da temática *Pastel*, com isso, com a professora, definiram uma questão a ser investigada: “Quantos pastéis podem ser feitos com um rolo de massa de pastel?”. A definição da questão evidencia a primeira estratégia da turma enquanto um todo e segundo Pinilla (2010), a aprendizagem estratégica se faz presente a partir do momento em que é potencializada a importância dos processos que encaminham o produto.

Stender (2018) afirma que a escolha do tema relacionada às situações do cotidiano revela estratégias heurísticas, bem como o estudo mais detalhado do tema. Pinilla (2010) salienta que ao enxergar diversas possibilidades é ampliada a discussão entre os colegas e a aprendizagem estratégica é revelada.

Definido o tema e a questão de investigação, os alunos dedicaram-se a buscar mais informações, por meio do uso de telefones celulares conectados à internet (Figura 2), para que assim as hipóteses fossem definidas.

Figura 2

Uso de telefones celulares

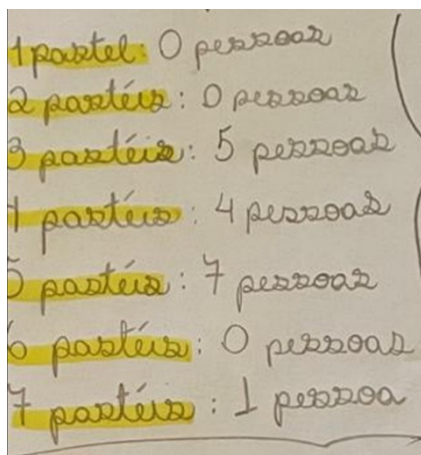


Fonte: Arquivo da professora (2022).

O grupo resolveu dividir as tarefas entre eles, enquanto três integrantes buscavam informações sobre o rolo de massa de pastel e estimavam as dimensões do pastel - definindo que seria 8 centímetros de largura e 10 centímetros de comprimento -, os demais fizeram uma pesquisa com a turma (Figura 3), buscando determinar quantos pastéis deveriam ser feitos, assim poderiam estimar se um rolo de massa seria suficiente.

Figura 3

Coleta de dados



Fonte: Relatório dos alunos (2022).

Contudo, considera-se a estratégia delineada pelo grupo como uma ação natural e autônoma no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, em que os alunos começaram a traçar procedimentos e objetivos para solucionar a questão, caracterizando, *a organização do material e compreensão do problema*, conforme o excerto:

A1: Gente, espera aí! A gente não sabe nem qual a massa. Pelo que tô [sic] vendo aqui cada rolo pode variar.

A5: Então vamos decidir a massa, aí a gente decide o tamanho do pastel né?

Os alunos começaram a questionar as ações antes definidas, perceberam que havia um equívoco, de modo que não fazia sentido definir a dimensão dos pastéis sem antes conhecer informações sobre o rolo de massa que iriam comprar, evidenciando que houve tentativa e erro, na busca por *compreender o problema*.

Após esse diálogo, os alunos definiram qual seria a massa de pastel e onde seria comprada, se certificando que escolheram um supermercado de fácil acesso à professora, que ficou responsável pela compra dos ingredientes, conforme a transcrição:

A4: Professora, você que vai comprar os ingredientes?

Professora: Posso comprar ou podemos pedir para cada pessoa da turma trazer um ingrediente. O que acham melhor?

A1: Melhor você comprar para ninguém esquecer [risos].

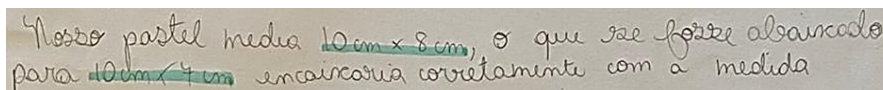
A4: Em qual mercado você costuma ir? Aí a gente vê se tem a massa lá.

A partir da transcrição percebe-se a importância que os alunos dão ao processo da resolução da situação-problema, o que caracteriza a aprendizagem estratégica, bem como a organização de *informações importantes*.

Os alunos então definiram qual seria a massa e suas dimensões (200 cm x 28 cm) o que os levou a mudar as dimensões do pastel que haviam determinado anteriormente (de 10 cm x 8 cm para 10 cm x 7 cm), em busca de não haver desperdício da massa, maximizando seu uso (Figura 4).

Figura 4

Escolhas das dimensões dos pastéis



Nosso pastel media 10cm x 8cm, o que se fez forte abaincado para 10cm x 7cm encaixoua corretamente com a medida

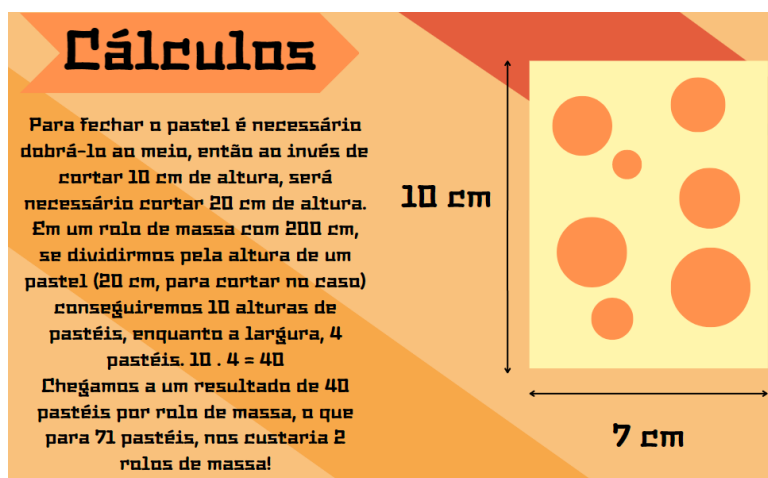
Fonte: Relatório dos alunos (2022).

Entende-se que, ao optar por essas novas medidas, os alunos lançaram mão de conceitos *que já conheciam*, neste caso, múltiplos e divisores e, também, pode-se concluir que *usaram a memória de trabalho de forma eficaz*, fazendo a tradução para linguagem matemática de uma maneira coerente.

Após a definição das dimensões dos pastéis, os alunos se dedicaram à resolução da questão inicial, fazendo os cálculos necessários e definindo que fariam 40 pastéis. Como os alunos fizeram uma apresentação da resolução usando o software Canva, fez-se possível entender os caminhos definidos para a obtenção da resposta (Figura 5). É possível evidenciar que ao escolherem um meio para resolução e apresentação a organização do trabalho se fez presente.

Figura 5

Resolução da atividade



Fonte: Relatório dos alunos (2022).

Conforme a resolução, percebe-se indícios da *verificação de aspectos funcionais*. Os alunos, durante a resolução, lembraram que para fazer o pastel, consideram 20 cm em vez de 10 cm, de modo que para o preparo do pastel o mesmo precisaria ser dobrado quando fechado. Aqui, a estratégia heurística é revelada, à medida que *usam a memória de trabalho de maneira eficaz*, resolvendo o problema por partes, reduzindo a complexidade e trabalhando com conceitos necessários. Com isso, puderam concluir que seriam feitos 40 pastéis com o rolo de massa que escolheram, entretanto, precisaram de 2 rolos de massa para fazer os 71 pastéis definidos no início da investigação.

O que os alunos esqueceram foi que a pergunta inicial não questionava a quantidade de rolos de massa, mas sim a quantidade de pastéis produzidas com um rolo de massa de pastel, para tanto, a fim de interpretar os resultados, fez-se o uso de apenas uma massa de pastel, com a qual foram feitos 32 pastéis. A Figura 6 mostra as ações dos alunos na confecção dos pastéis, o uso de instrumentos de medida, ressaltando a preocupação em manter as dimensões estipuladas.

Figura 6

Interpretação de resultados



Fonte: Relatório dos alunos (2022).

Na Figura 6 fica evidente que os alunos se preocuparam a todo momento com as dimensões, tanto da massa de pastel, quanto dos recheios escolhidos, que precisavam estar um pouco menores que as da massa, segundo a transcrição:

Professora: Pessoal, antes de iniciarmos, precisamos nos organizar para não virar bagunça.

A2: Professora, a gente tem que pensar em quem vai fazer.

A5: É, dá pra combinar que cada um faz um pouco.

A4: Porque tem que cortar a massa certinho e tem que dividir o recheio. Cortar igual.

A5: Não, tem que cortar menor para poder fazer o negócio com o garfo depois.

Com isso, segundo Koga (2020, p. 68), “[...] ocorre a utilização de uma Estratégia Heurística, *verifique aspectos funcionais*, já que há a busca por conexões entre os dados e o problema para sua resolução”, visto que consideram um procedimento compartilhado por todos a partir de um rolo de massa de pastel em vez de comprar dois, como previram na obtenção de solução. Neste momento, os alunos percebem aspectos relevantes para a resolução e interpretação do problema, à medida que encontram relações entre dados obtidos no processo de resolução.

Ao *verificar aspectos funcionais* o aluno delinea aspectos que considera fundamentais para a resolução da atividade, como, neste caso, relacionando quantidades, medidas de superfície, estratégias de divisão, indicando que o grupo delimitou relações entre elas.

As ações dos alunos nos permitiram inferir que a *aprendizagem estratégica* se fez presente em todas as fases do desenvolvimento da atividade de modelagem matemática. Desde o início, mostraram interesse em determinar a solução do problema, entretanto, deram mais ênfase aos caminhos que poderiam levá-los à solução. Segundo Pinilla (2010), quando os alunos entendem que o processo é mais importante que o produto final, muito mais se pode aprender, já que é aberto um leque de possibilidades ao professor, seja para o desenvolvimento de novas atividades, de questionamentos no desenvolvimento e até mesmo ao perceber quais são as dificuldades de seus alunos.

Na Figura 7, destaca-se as estratégias heurísticas no ciclo da atividade. Vale informar que a figura indica como as aprendizagens se revelam na atividade “Pastel” e, que foram inseridos os códigos considerando quando mais se evidenciam, não excluindo sua presença em outros momentos.

Figura 7

Aprendizagens heurísticas no ciclo da atividade de modelagem matemática



Fonte: Autoria própria (2024).

Depois de finalizados os pastéis, enquanto estavam no forno, a professora aproveitou para embarcar em um momento de discussão com os alunos, buscando inferir sobre a diferença na quantidade de pastéis que haviam definido para a quantidade que havia sido feita. Neste momento, os alunos comentaram sobre possíveis hipóteses que poderiam ter sido definidas no início da investigação, ou até mesmo, durante, como o fato da massa não ter exatamente as medidas indicadas e terem feito os cortes de maneira equivocada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Perceber o quanto a modelagem matemática está relacionada à aprendizagem é uma das considerações mais importantes que se tem obtido ao

longo de nossos estudos, buscando evidenciar os componentes da aprendizagem no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.

Para este artigo, vislumbra-se entender em quais momentos e ações a aprendizagem estratégica se faz presente, bem como as Estratégias Heurísticas delineadas por Stender (2018). Portanto, dedica-se a responder a seguinte questão: “*Que aprendizagem estratégica é evidenciada no desenvolvimento de uma atividade de modelagem por alunos do 8º ano do Ensino Fundamental?*”

Há reconhecimento de que os alunos estavam dedicados na busca por conexões com a realidade ao definirem o problema e, nos momentos de investigação, espelhavam demasiada preocupação com a matemática. Por vezes fizeram o uso de conhecimentos de conceitos da matemática básica, o que nos mostra quão importante é o conhecimento prévio para a aprendizagem de novos conceitos.

Evidencia-se que os alunos mostraram interesse, organização, autonomia e muito mais segurança na resolução do problema. Vale lembrar que esta turma já participava de atividades de modelagem matemática, portanto, percebe-se amadurecimento em relação aos momentos e às fases da atividade.

É perceptível que os alunos planejaram suas ações e aceitaram seus equívocos, possibilitando o planejamento de novas rotas, como fizeram ao perceber que as medidas definidas no início da resolução (10 cm x 8 cm) já não faziam mais sentido conforme o desenvolvimento da atividade. Fizeram a divisão do problema, em subproblemas, permitindo que todos os integrantes participassem ativamente do processo e, até mesmo, ao definir estratégias para que toda a turma ajudasse a fazer os pastéis.

Este estudo permite concluir que a aprendizagem estratégica se faz presente ao longo de toda atividade de modelagem matemática. Portanto, na presença da aprendizagem estratégica, há a presença das estratégias heurísticas delineadas por Stender (2017), entretanto, vale ressaltar que cada uma das estratégias quando presentes em diferentes fases do ciclo da atividade de modelagem matemática tem diferentes intenções em relação às ações dos alunos.

Quando é dito, por exemplo, da *organização e entendimento do problema*, é uma Estratégia Heurística que está presente não somente na inteiração, mas também na matematização, ao perceberem qualquer equívoco e ter a necessidade de reorganizar seus caminhos. O mesmo acontece com o *uso da memória de maneira eficaz*, que se revela à medida que os alunos precisam de diferentes signos para representar a resolução, a pesquisa organizada em tabelas, a escrita na linguagem materna para explicar algo que já foi escrito na linguagem matemática, o que não é restrito a nenhuma das fases do ciclo. *Pensar grande*, é uma estratégia que não pode faltar nas atividades de modelagem matemática, visto que, os alunos percebem ao longo de sua familiarização com as atividades que lhes é dada autonomia para ir e vir durante o processo de resolução.

Outro momento em que a aprendizagem estratégica teve maior ênfase foi quando os alunos se lembraram da necessidade de dobrar uma das dimensões do pastel para que o mesmo pudesse ser recheado e fechado, momento em que se evidencia a *organização do trabalho*, tal que foi necessária uma mudança para resolver o problema. Mesmo que já estivessem “no final” da resolução, os alunos

demonstraram que, para dar sentido matemático à situação-problema, era necessária a reformulação de ideias quando adequadas, e fizeram isso com muito entusiasmo.

Portanto, corrobora-se Koga e Silva (2022, p. 223) quando afirmam que “[...] entender e identificar as estratégias heurísticas em atividades de modelagem subsidia o fazer modelagem”, ao evidenciar a presença das estratégias no desenvolvimento da atividade intitulada por “Pastel”.

NOTAS

1. Canva é uma plataforma online de design e comunicação visual, utilizada para criar publicações, apresentações, folders e etc.

REFERÊNCIAS

- Almeida, L. M. W. (2020, Janeiro). Estratégias heurísticas como meios de ação em atividades de Modelagem Matemática. *Com a Palavra, o Professor*, Vitória da Conquista (BA), 5(11), 220 – 236. <https://doi.org/10.23864/cpp.v5i11.563>
- Almeida, L. W., Silva, K. P. A., & Vertuan, R. E. (2012). *Modelagem Matemática na Educação Básica*. São Paulo, SP: Contexto.
- Almeida, L. W., Silva, K. A. P., & Veronez, M. D. (2021). *Elementos Semióticos em atividades de Modelagem Matemática*. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física.
- Barbosa, J. C. (2003). Modelagem matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Santos. *Anais...* São Paulo: SBEM.
- Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. São Paulo: Contexto.
- Bliss, K., & Libertini, J. (2016). What is Mathematical Modeling? In: GARFUNKEL, Sol; MONTGOMERY, Michelle. *GAIMME: Guidelines for Assessment & Instruction in Mathematical Modeling Education*. COMAP, SIAM: Reston, Philadelphia. <https://doi.org/10.1007/s10763-021-10232-8>
- Blum, W. (2015). Quality teaching of mathematical modelling: what do we know, what can we do? In: CHO, S. J. *The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education*. Cham: Springer, 76-96. https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_9
- Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação qualitativa em educação – uma introdução à teorias e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Borromeo Ferri, R. (2007). Modelling problems from a cognitive perspective. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.). *Mathematical modelling: Education, engineering and economics*. ICTMA12. Publishing: Horwood. 260-270. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.260>

- Carreira, S. (2021). *Elementos Semióticos em atividades de Modelagem Matemática*. Prefacio In: Almeida, L. W.; Silva, K. A. P., & Veronez, M. D. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física.
- Carreira, S., & Baioa, M. (2011). Students' modelling routes in the context of object manipulation and experimentation in mathematics. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.). *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*. Dordrecht: Springer. ICTMA14. 211-220. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_22
- Castro, E. M. V. & Veronez, M, R, D. (2018). Diferentes encaminhamentos para um mesmo tema em atividades de modelagem matemática. *ACTIO*, 3(3), 1–18. <https://doi.org/10.3895/actio.v3n3.7782>
- Cavalheiro, G. C. S., & Meneghetti, R.C.G. (2020). Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas: uma Análise das Perspectivas de Licenciados em Matemática. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 13(1), 64-72. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2020v13n1p64-72>
- Damore, B., Pinilla, M. I. F., & Iori, M. (2015). *Primeiros elementos de Semiótica: Sua presença e sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática*. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física.
- Duval, R. (2012). Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo Do Pensamento. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 7(2), 266-297. <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>
- Hoon, T. S., Kee, K. L., & Singh, P. (2013). Learning Mathematics using heuristic approach. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 90, 862–869. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.07.162>
- Koga, T. M. (2020). *O fazer Modelagem Matemática em um curso de Licenciatura em Química: análise de estratégias e ações*. 2020. 131f. (Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina.
- Koga, T. M., & Silva, K. A. P. (2022). Familiarização com Modelagem Matemática e as Estratégias Heurísticas dos Alunos. *JIEEM*, v. 15, 214–225. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2022v15n2p214-225>
- Meirelles, H. L. (1995). *Direito Administrativo Brasileiro*. 20. São Paulo: Malheiros.
- Mendes, T. F., Sousa, B. N. P. A. & Almeida, L. M. W. (2017). Modelagem Matemática e conhecimento matemático: uma análise de concepções. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14. *Anais... Cascavel*: SBEM.
- Niss, M., & Blum, W. (2020) *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. 1.ed. Abingdon: Routledge.

Oliveira, J. M. S. R., Grzybovski, D., & Sette, R. S. (2010). Origens e fundamentos do conceito de estratégia: de Chandler à Porter. *Conexão Ciência*, 5(1), 35-48. <https://doi.org/10.24862/cco.v5i1.57>

Origem da palavra estratégia. *Dicionário etimológico*. (2008). Disponível em: Origem da palavra ESTRATÉGIA - Etimologia - Dicionário Etimológico. Acesso em 29, setembro de 2023. <https://www.dicionarioetimologico.com.br/estrategia/>

Pinilla, M. I. F. (2010). *Múltiplos aspectos del aprendizaje de la matemática: Evaluar e intervenir en forma mirada y específica*. 1. ed. Colombia: Editora Magistério.

Pollak, H. O. (2015). The Place of Mathematical Modelling in the System of Mathematics Education: Perspective and Prospect. In: G. A. Stillman, W. Blum, & M.S. Biembengut (Eds.). *Mathematical Modelling in Education Research and Practice* (265-276). Cham, Switzerland: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-18272-8_21

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Polya, G. (1973). *How to solve it. A new aspect of mathematical methods* (2nd ed.). Princeton University Press.

Santana, H. C. P., & Gonzalez, P. L. (2019). Modelagem matemática como metodologia para o processo de aprendizagem de função exponencial. *ACTIO*, anais da III Semana das Licenciaturas da UTFPR Curitiba. <https://doi.org/10.3895/actio.v1n1.10870>

Silva, R. M.S. & Silva, K. A. P. S. (2021). Diálogos em atividades de modelagem matemática: uma análise à luz da educação matemática crítica. *ACTIO*, 6(2), 1–22. <https://doi.org/10.3895/actio.v6n2.14137>

Stender, P. (2018, abril). The use of heuristic strategies in modelling activities. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 50(1-2), 315–326. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0901-5>

Stender, P. (2017). The use of heuristic strategies in modelling activities. *ZDM Mathematics Education*. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0901-5>

Stender, P.; Kaiser, G. (2017, February). The use of heuristic strategies in modelling activities. *CERME 10*, Dublin, Ireland. <https://hal.science/hal-01933448>

Trindade, S. L. (2023). *Análise semiótica de componentes da aprendizagem em atividades de modelagem matemática no 8º ano do ensino fundamental*. (Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina.

Vertuan, R. E. (2007). *Um olhar sobre a Modelagem Matemática à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica*. (Dissertação de Mestrado em

Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina.

Recebido: 21 abr. 2024

Aprovado: 05 ago. 2024

DOI: <https://doi.org/10.3895/actio.v9n2.18473>

Como citar:

Trindade, S. L. & Silva, K. A. P da. (2024). Uma análise das heurísticas na aprendizagem estratégica em uma atividade de modelagem matemática. **ACTIO**, 9(2), 1-20. <https://doi.org/10.3895/actio.v9n2.18473>

Correspondência:

Suzana Lovos Trindade

Avenida João Miguel Caram, n. 1250, Cidade Industrial 2, Londrina, Paraná, Brasil.

Direito autoral: Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

