ACTIO: Docência em Ciências
ISSN: 2525-8923

http://periodicos.utfpr.edu.br/actio

Conhecimentos mobilizados por alunos do 9º ano do ensino fundamental na resolução de um problema de regiões retangulares

Fernando Francisco Pereira
fermatpereira@gmail.com
orcid.org/0000-0003-2082-5416
Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá, Paraná, Brasil

Iara Souza Doneze
iaradoneze@gmail.com
orcid.org/0000-0003-2766-5072
Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá, Paraná, Brasil

Marcelo Carlos de Proença
mcproenca@uem.br
orcid.org/0000-0002-6496-4912
Universidade Estadual de Maringá (UEM), Maringá, Paraná, Brasil

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo investigar os conhecimentos mobilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolverem um problema em um ambiente de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). De cunho qualitativo, elaboramos e implementamos uma proposta de EAMvRP para introduzir o conteúdo matemático de Equações de 2º Grau. Os 95 alunos que participaram do estudo foram divididos em 16 grupos, os quais tiveram que resolver uma situação de matemática, relacionada à área de regiões retangulares. Tomamos como referência os dados produzidos em duas ações do EAMvRP: das ações de auxílio aos alunos durante a resolução e discussão das estratégias dos alunos. Os resultados mostraram dificuldades em maior grau na execução das estratégias, frequentemente ocorridas por grupos que apresentaram dificuldades na mobilização de conhecimentos atrelados à etapa de representação das informações. As conclusões revelam a pouca recorrência a estratégias algébricas no processo de resolução de problemas e frequência da racionalidade na apresentação das resoluções, mas carência de registros que possibilitem afirmar a ocorrência de monitoramento dos processos resolutivos no geral ou da solução em específico.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática. Ensino via resolução de problemas. Equação de 2º grau.

INTRODUÇÃO

A resolução de problemas ao longo do século XX assumiu diferentes objetivos no que tange o ambiente escola. Nas décadas finais, Schroeder e Lester Jr. (1989) apontaram três abordagens: ensinar sobre resolução de problemas, ensinar para resolução de problemas, e ensinar via/através da resolução de problemas. Vários pesquisadores entendem que para que conhecimentos prévios sejam mobilizados na construção de novos conhecimentos, o ensinar via/através da resolução de problemas deveria ser empregado, visto conceber o problema e sua resolução como o ponto de partida para tal (SCHROEDER; LESTER JR, 1989; MASINGILA; LESTER JR, 2002 ALLEVATO; ONUCHIC, 2014; PROENÇA, 2018).

Outro consenso estabelecido é que, enquanto processo gradativo de mobilizações e construções mentais, a resolução de problemas baseia-se em etapas pelas quais os alunos percorrem na busca por uma solução a uma situação inicial. Para Brito (2006) e Proença (2018), tais etapas seriam a Representação, Planejamento, Execução e Monitoramento. Essas etapas requisitam dos alunos a mobilização de certos conhecimentos específicos de acordo com as ações desempenhadas, sendo os conhecimentos linguístico, semântico, esquemático, estratégico e procedimental (MAYER, 1992; 2013, PROENÇA 2018).

Dessa forma, na vertente do ensinar via/através da resolução de problemas, Proença (2018) apresenta o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), que é estruturado em cinco ações, a saber: escolha do problema; introdução do problema; auxílio aos alunos durante a resolução; discussão das estratégias dos alunos; articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo. Por meio de tais ações, é possível identificar e avaliar os conhecimentos mobilizados pelos alunos.

Estudos como os de Stefani e Proença (2019), Proença *et al.* (2020) e Proença *et al.* (2022) mostraram que os alunos da escola apresentam dificuldades no uso de seus conhecimentos matemáticos, principalmente os relativos à primeira etapa, a de representação, a qual envolve a compreensão de problemas.

Nesse sentido, a presente pesquisa buscou investigar os conhecimentos mobilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolverem um problema em um ambiente de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). Os dados que constituíram nosso estudo são oriundos de duas ações, a terceira e quarta ações, visto estarem estritamente relacionadas à investigação dos conhecimentos a serem mobilizados pelos alunos.

O ENSINO DE MATEMÁTICA E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A resolução de problemas enquanto mote do processo de ensino-aprendizagem de Matemática avivou-se em meados da década de 80. Recorrente de levantamentos bibliográficos estabelecidos na década de 70 por Hatfield (1978) a partir de diversos currículos educacionais, Schroeder e Lester Jr (1989) apresentam e distinguem três abordagens distintas da resolução de problemas:

ensinar sobre resolução de problemas, ensinar para resolução de problemas, e ensinar via/através da resolução de problemas.

Ensino sobre resolução de problemas, trata-se do ensino explícito de estratégias de resolução de problemas, explicações e justificativas quanto à natureza dos problemas na busca por tornar-se eficiente em resolvê-los (SCHROEDER; LESTER JR, 1989; MASINGILA; LESTER JR, 2002; PROENÇA, 2018).

Ensino para resolução de problemas, trata-se do ensino de conceitos e procedimentos matemáticos sendo esses posteriormente requisitados ao resolverem determinados problemas, em outras palavras consiste em ensinar conteúdos matemáticos e aplicá-los na resolução de problemas com a concepção de aplicação prática e verificação da aprendizagem ao replicar tais conhecimentos (SCHROEDER; LESTER JR, 1989; MASINGILA; LESTER JR, 2002; PROENÇA, 2018).

O ensino via/através da resolução de problemas, trata-se do ensino de conteúdos matemáticos tendo o problema como marco inicial do processo. Ao resolver problemas os alunos suscitarão conhecimentos prévios em detrimento da construção de novos conhecimentos, tornando-os potenciais para promoção da discussão e articulação com os objetivos de ensino do professor (SCHROEDER; LESTER JR, 1989; MASINGILA; LESTER JR, 2002; PROENÇA, 2018).

Ao tratar-se da significação do ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos, autores como Schroeder e Lester Jr. (1989), Masingila e Lester Jr (2002), Allevato e Onuchic (2014) e Proença (2018) são unânimes em apontar que o problema deve ser visto como ponto de partida para a exploração da resolução como possibilidade de ensinar e aprender matemática. No Brasil, dois grandes grupos se propuseram a estudar tal abordagem: o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP) conduzido pela pesquisadora Lourdes de la Rosa Onuchic; e o Grupo de Estudos em Resolução de Problemas na Educação Matemática (GERPEM), liderado pelo pesquisador Marcelo Carlos de Proença.

Embora as linhas de pesquisa de ambos se cruzem sobre o mesmo objetivo educacional, para além de nomenclaturas, no presente estudo nos pautamos no EAMvRP de Proença (2018). Nesse caso, os estudos apresentados pelo GERPEM se propõem como marco fundamental apoiar a investigação em pressupostos teóricos sobre os conhecimentos (linguístico e matemáticos) que devem ser mobilizados pelos alunos no decorrer do processo de resolução de problemas.

O ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS (EAMvRP): BREVES E PONTUAIS DESCRIÇÕES

O denominador comum entre as três abordagens anteriormente citadas consistem em, enquanto processo, vislumbrar a resolução de problemas por etapas. Essas etapas acompanham a produção dos alunos desde o contato inicial com a situação de matemática até o instante final ao apresentar uma resposta para tal. Polya (1995) vislumbrava quatro etapas gerais para a resolução de quaisquer tipos de problemas: compreensão do problema; estabelecimento de um plano; execução do plano; e retrospecto. Segundo Schoroeder e Lester Jr. (1989), uma das ações dos professores ao ensinar sobre resolução de problema era apresentar aos alunos tais etapas, instruí-los e torná-los suficientes em empregá-las junto com os conteúdos matemáticos para resolverem problemas.

Paralelamente ao cenário anterior, pesquisadores do ramo da Psicologia Cognitiva buscavam compreender as mobilizações cognitivas por trás da resolução de problemas enquanto processo. Brito (2006) apresentou, de forma semelhante a Polya (1995), etapas do processo de resolução de problemas que se resumem em: Representação; Planejamento; Execução; e Monitoramento. Nesse trajeto, há a mobilização de certas tarefas cognitivas que graças a pesquisadores como Mayer (1992; 2013) e Proença (2018) reconheceram e descreveram-nas como conhecimentos específicos de cada etapa, sendo: conhecimentos linguístico, semântico e esquemático, associados à etapa de Representação; Conhecimento estratégico mobilizado na etapa de Planejamento; conhecimento procedimental requisitado na Execução. No caso da etapa de Monitoramento, destacamos que não há um conhecimento específico, mas sim uma atitude de avaliar a resposta diante do contexto do problema, bem como avaliar a resolução seguida.

Tais etapas e conhecimentos são importantes para que o professor possa avaliar seus alunos na resolução de problemas. Dessa forma, o uso do problema como ponto de partida para a atividade matemática em sala de aula é promissor e pode ser alicerçado no Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP) de Proença (2018). Estudos feitos sobre o EAMvRP como os de Proença (2020), Mendes e Proença (2020) e Mendes, Afonso e Proença (2020) tem revelado conhecimentos importantes sobre seu uso no ensino.

O EAMvRP consiste de uma organização fundamentada no exposto por Schroeder e Lester Jr. (1989) que incorporada pelo ideário da Psicologia Cognitiva de Brito (2006) e Mayer (1992; 2013) consistiu na proposta de estruturar ambos os processos em um esquema de cinco ações para auxiliar os professores: escolha do problema; introdução do problema; auxílio aos alunos durante a resolução; discussão das estratégias dos alunos; articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo (PROENÇA, 2018). Por inferência do objetivo a que se propõe este trabalho, limitar-se-á explicar e exemplificar apenas as ações de auxílio aos alunos durante a resolução e discussão das estratégias dos alunos, nas quais, segundo Proença (2018), os conhecimentos supramencionados são mobilizados e expostos.

AUXÍLIO AOS ALUNOS DURANTE A RESOLUÇÃO E DISCUSSÃO DAS ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS: QUANTO AOS CONHECIMENTOS MOBILIZADOS

A ação de auxílio aos alunos durante a resolução sucede duas outras ações, a primeira de escolha do problema por parte do professor e a segunda de introdução do problema onde é determinado o trabalho em grupo e o primeiro contato dos alunos com a situação que virá a se tornar um problema. Nessa ação de auxílio, a qual é descrita como o momento em que o professor se posiciona como observador, incentivador e direcionador da aprendizagem, cabe destacar início do percurso pelas quatro etapas da resolução de problemas citadas anteriormente: Representação; Planejamento; Execução; e Monitoramento (PROENÇA, 2018).

A primeira etapa a surgir trata-se da Representação a qual refere-se à busca por conceitos e procedimentos presentes no contexto da situação de matemática que traduzidos possibilitem construir representações mentais suficientes para que os alunos expressem-nas em fórmulas, expressões matemáticas, estratégias e procedimentos (BRITO, 2011; PROENÇA, 2018). Nessa etapa, é onde a situação poderá vir a se caracterizar de fato como um problema ou não para os alunos (GUTIÉRREZ, 2004; PROENÇA, 2018). Nessa etapa, é mobilizado: o Conhecimento linguístico; o Conhecimento semântico; e o Conhecimento esquemático (MAYER, 1992; PROENÇA, 2018).

O Conhecimento linguístico é responsável pela compreensão do significado e características terminológicas de palavras, orações e frases da língua portuguesa, presentes no enunciado com objetivo de identificar ações e expressões dentro do contexto expresso (MAYER, 1992; PROENÇA, 2018; PROENÇA *et al*., 2020). Esse conhecimento é significativo, consiste na primeira tarefa ao resolver um problema, que é estabelecer a leitura, constituindo a base interpretativa para as demais etapas (GUTIÉRREZ, 2004). Ao professor cabe redigir bem as situações e identificar possíveis entraves, aos alunos uma sólida construção do conhecimento linguístico auxilia a se desvencilhar de ambiguidades linguísticas que poderão resultar em significações errôneas ou inconsistentes na conversão em sentenças matemáticas (ECHEVERRÍA, 1998; MENDES *et al.,* 2021).

O Conhecimento semântico refere-se à compreensão de palavras e suas estruturas, direta ou indiretamente expressas no enunciado, que convertidas adquirem significados matemáticos, podendo ser símbolos, operações ou representações geométricas situando os alunos sobre o contexto em que a situação está inserida (MAYER, 1992; PROENÇA, 2018; PROENÇA *et al.,* 2020). Por exemplo, ao apresentar, em centímetros, os valores das dimensões de uma determinada parede e requerer uma conversão em metros quadrados, o conhecimento semântico "[...] consiste em saber que '100 centímetros equivalem a um metro' [...] [esse] conhecimento não é fornecido, mas é necessário para que essa conversão ocorra corretamente" (PROENÇA *et al.,* 2020, p. 227). Ao professor cabe comprovar se o enunciado apresenta expressões que possam ser convertidas em sentenças matemáticas conhecidas pelo aluno (MENDES *et al.,* 2021), aos alunos cabe relacionar as novas informações a outras já conhecidas e enfrentadas em outras situações (GUTIÉRREZ, 2004).

O Conhecimento esquemático referindo-se ao reconhecimento do tipo ou natureza do problema, em outras palavras se trata de uma situação de geometria, álgebra, aritmética, entre outras. Recorrendo ao exemplo supramencionado, o conhecimento esquemático trataria de reconhecer que se trata de uma situação de área de regiões retangulares (PROENÇA, 2018). Tal conhecimento é fundamental na organização das informações convertidas anteriormente em um esquema mental que permita sustentar um plano de resolução. Aos alunos possibilita elencar a relevância de cada informação, podendo tornar a resolução mais ou menos complexa (ECHEVERRÍA, 1998; GUTIÉRREZ, 2004; PROENÇA *et al.,* 2020). Aos professores cabe perceber se o aluno identificou o tipo de problema, "por exemplo, se é um problema de geometria, de área, etc." (MENDES *et al.,* 2021, p. 6).

A segunda etapa denominada de Planejamento, surge após sintetizar as informações e identificar o tipo de problema, assim os alunos devem esquematizar possíveis passos a serem seguidos (GUTIÉRREZ, 2004). Tais passos resumem um plano estratégico capaz de determinar um trajeto resolutivo que leve à solução. Esses planos podem incluir estratégias lógico-verbais, viso-pictóricos ou ambas (PROENÇA, 2018). Nessa etapa é mobilizado o Conhecimento estratégico.

O Conhecimento estratégico consiste saber quando, onde e como o conhecimento deve ser aplicado, organizando quais caminhos serão percorridos e que recursos serão necessários para chegar em uma solução, além de verificar se a aplicação de tal conhecimento é razoável para a situação (SHAVELSON; RUIZ-PRIMO; WILEY 2005). Aos alunos cabe recorrer a um meio genérico já conhecido, como, por exemplo, tabelas ou desenhos, iniciar a resolução de trás para frente, dividir o problema em partes ou problemas mais simples. Em síntese consiste em gerar e monitorar um plano de resolução (GUTIÉRREZ, 2004; PROENÇA, 2018). Ao professor cabe "perceber se o aluno utilizou a estratégia adequada ao problema; identificar como sucedeu esta estratégia [...]; se generaliza uma dada situação [...]; e se utiliza procedimentos que abreviam o raciocínio" (MENDES *et al*., 2021, p. 6).

A etapa de Execução consiste na implementação do plano estabelecido anteriormente, do acionamento das técnicas, algoritmos e cálculos aritméticos a serem empregados na resolução oriundos da mobilização do Conhecimento procedimental (ECHEVERRÍA, 1998; PROENÇA, 2018).

O Conhecimento procedimental consiste em saber empregar algoritmos e manipular as operações matemáticas necessárias para a resolução, como, por exemplo, dividir e multiplicar com números decimais, ou converter corretamente valores de centímetros em metros e determinar áreas de regiões planas (PROENÇA, 2018; PROENÇA *et al.,* 2020). Ao aluno cabe conhecer e entender o procedimento, sua frequência e sua ordem de execução; conseguir executá-lo de maneira automatizada e organizada, se atentando a quais passos deve prestar mais atenção e quais informações conhecidas são relevantes para esse processo (GONÇALVES; PROENÇA, 2020). Ao professor cabe "constatar se o aluno realizou os cálculos de acordo com a estratégia proposta; identificar se todos os cálculos matemáticos eram necessários [...] e estão adequados" (MENDES *et al.,* 2021, p. 6).

A última etapa, o Monitoramento, remete a dois aspectos importantes desse momento final: primeiro, a verificação da resposta apresentada frente ao contexto e questionamento da situação inicial; segundo, rever todo o processo de resolução percorrido, avaliando possibilidades de revisão e refação de esquemas e procedimentos. Embora seja a etapa final, o monitoramento pode ser empregado durante todo o processo de resolução como forma de identificar possíveis erros e estratégias inviáveis para se chegar a uma solução (PROENÇA, 2018).

Na quarta ação proposta por Proença (2018), discussão das estratégias dos alunos, é o momento em que o professor solicita a exposição das resoluções feitas pelos grupos de alunos com o objetivo de analisar, discutir e refletir sobre os conhecimentos mobilizados ao longo do processo de resolução, conforme descritos na ação anterior. Trata-se de uma socialização das representações, estratégias e procedimentos empregados em cada resolução, possibilitando a reflexão sobre principais dificuldades, incompreensões e equívocos cometidos (PROENÇA, 2018).

METODOLOGIA

A pesquisa é de natureza qualitativa, pois, na visão de Bogdan e Biklen (1994), buscou apresentar dados descritivos sobre a visão dos alunos de seus conhecimentos na resolução de problemas. Os dados constituintes no *corpus* dessa investigação são oriundos da implementação de uma proposta de Ensino-Aprendizagem de Equações de 2º Grau via Resolução de Problemas (EAE2GvRP) baseado na proposta de EAMvRP apresentada por Proença (2018).

Na Figura 1, é apresentada a situação de matemática construída pelo professor-pesquisador durante a ação de escolha do problema, objetivando utilizá-la como ponto de partida para o ensino do conteúdo.

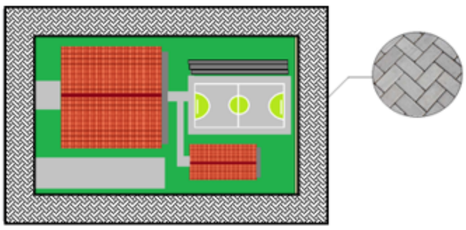
Figura 1 - Situação de Matemática

"*Contra as enchentes, calçadas e praças com pisos permeáveis*"

Carlos Alberto Tauil, arquiteto.

A manchete afirma que uma das causas de enchentes é a falta de impermeabilidade do solo nas cidades. Cada vez mais sem lugares para escoar e infiltrar, as águas das chuvas acabam por invadir residências e comércios causando caos e prejuízos. Pensando em formas simples, econômicas e que mantenham a acessibilidade, tem surgido a tendência de trocar o concreto tradicional das calçadas e praças por blocos de concretos intertravados, também conhecidos por *pavers*, os quais possibilitam, entre seus encaixes, o acréscimo de areia que por sua vez permitirá a impermeabilização da água.

Agora, imagine que você esteja no lugar de um engenheiro que foi contratado por uma escola. Essa escola pretende instalar *pavers* ao longo de toda a calçada externa que a rodeia com o objetivo de amenizar o risco de enchente e melhorar a acessibilidade.



Analisando a planta com vista superior da escola, sabe-se que o terreno ocupado por ela é de 8000m², cujo as dimensões estão numa proporção de 4 para 5, e que a calçada em todo o terreno dista 5m entre o muro e o meio-fio (sarjeta).

Que quantidade de *pavers* em m² será necessária para revitalizar o calçamento ao redor dessa escola?

Fonte: Autoria própria (2023).

A ação de introdução do problema ocorreu com 95 alunos do 9º ano dos Anos finais do Ensino Fundamental, os participantes da pesquisa, que, no decorrer de 3 horas-aula, trabalharam em grupos na resolução da situação de matemática, sendo ao todo 16 grupos. Na ação de auxílio aos alunos durante a resolução, a situação de matemática tornou-se um problema e os alunos empenharam-se pelas etapas de resolução mobilizando seus respectivos conhecimentos específicos.

A análise dos dados se baseou nas produções escritas apresentadas pelos participantes como uma possibilidade de investigação dos conhecimentos linguístico, semântico, esquemático, estratégico e procedimental mobilizados nas etapas de resolução de problemas, conforme Mayer (1992; 2013), Echeverría (1998), Gutiérrez (2004), Shavelson, Ruiz-Primo e Wiley (2005), Proença (2018), Proença *et al.* (2020) e Mendes *et al.* (2021).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise e discussão dos dados foi estruturada de acordo com as quatro etapas da resolução de problemas. Dentro de cada etapa foram criadas categorizações considerando os conhecimentos mobilizados em confronto com características apresentadas nas resoluções dos grupos. Os 16 grupos foram nomeados considerando a ordem de entrega das atividades em cada uma das turmas, sendo G a abreviatura para grupo seguido do número representado a ordem de coleta.

Etapa de Representação

Na Etapa de Representação, de modo geral, esperava-se que os alunos ao mobilizarem seus conhecimentos linguísticos, semânticos e esquemáticos como forma de traduzir as informações em dados importantes e suficientes para a resolução, segundo afirmativas de Mayer (1992), Brito (2011) e Proença (2018). Nesse sentido, os alunos deveriam ser capazes se desvencilhar de ambiguidades linguísticas identificando sentenças referindo-se às dimensões e área de figuras retangulares e proporção, determinantes para a compreensão do esquema (ECHEVERRÍA, 1998; GUTIÉRREZ, 2004; MENDES *et al.*, 2021). O Quadro 1 apresenta a descrição dos conhecimentos mobilizados, bem como os grupos de trabalho que os concretizaram.

Quadro 1 - Etapa de Representação

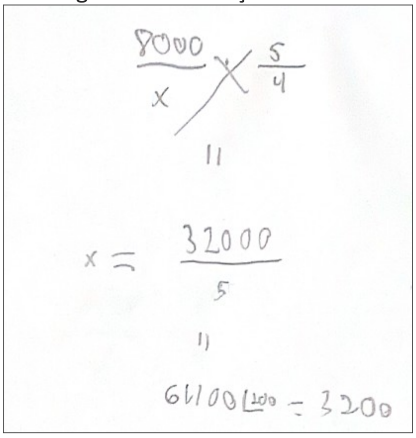
Etapa da resolução	Conhecimento específicos	Descrição	Grupos
Representação	Conhecimento linguístico	Compreendeu que o terreno ocupado pela escola tem 8000m²	G1- G2- G3- G4- G5- G6- G7- G8- G9- G10- G11- G13- G14- G15- G16
		Não compreendeu que o terreno ocupado pela escola tem 8000m²	G12
		Compreendeu que o calçamento com *pavers* terá 5 metros entre o muro e o meio-fio.	G2- G3-G4- G6- G7- G8- G9- G10- G11- G13- G14- G15- G16
		Não compreendeu que o calçamento com *pavers* terá 5 metros entre o muro e o meio-fio.	G1- G5- G12
	Conheciment	Reconheceu que	G1- G2- G3- G4-

Etapa da resolução	Conhecimento específicos	Descrição	Grupos
	o Semântico	dimensões de um terreno se trata de comprimento e largura	G5- G6- G7- G8- G9- G10- G11- G13- G14- G15- G16
		Não reconheceu que dimensões de um terreno se trata de comprimento e largura	G12
		Identificou que as grandezas largura e comprimento estão em uma razão de 4 para 5	G1- G3- G4- G6- G7- G8- G9- G10- G11- G13- G14- G15- G16
		Não identificou que as grandezas largura e comprimento estão em uma razão de 4 para 5	G2- G5- G12
	Conhecimento Esquemático	Identificou que se trata de um problema envolvendo área de figura retangular	G1- G2- G3- G4- G5- G6- G7- G8- G9- G10- G11- G13- G14- G15- G16
		Não identificou que se trata de um problema envolvendo área de figura retangular	G12

Fonte: Autoria própria (2023).

No que se refere ao conhecimento Linguístico, observa-se que apenas um grupo, G12, dentre os dezesseis, não compreendeu que o terreno ocupado pela escola tem 8000 m². Por conseguinte, G12 foi o único grupo a não reconhecer que dimensões de um terreno se trata de comprimento e largura, resultando também na não identificação de que se trata de um problema envolvendo área de figuras retangulares, referentes aos conhecimentos semânticos e esquemáticos. Quanto às dimensões do calçamento com *pavers* a ser realizada entre o muro e o meio-fio, somente três grupos, G1, G5 e G12, não demonstraram compreender tal informação. Quanto ao conhecimento semântico, na identificação de que as grandezas comprimento e largura estão em uma razão de 4 para 5, os grupos G2, G5 e G12 revelaram por meio de seus registros escritos não terem compreendido tal informação. Em relação ao conhecimento esquemático, na Figura 2 apresenta-se a resolução do G12.

Figura 2 - Resolução do G12



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Na resolução do G12, Figura 2, é possível observar que os alunos utilizaram de todas as informações apresentadas no enunciado do problema, porém não as deram o real significado, relacionando-as à área e à proporção das dimensões, comprimento e largura. Isso evidenciou a dificuldade apresentada pelos alunos na compreensão do problema, o que se encontra vinculado a mobilização de seus conhecimentos linguístico, semântico e esquemático, conforme apontado por Proença (2018).

Quanto aos demais dados, nota-se a grande incidência de mobilização de conhecimentos linguístico, semântico e esquemático por parte dos grupos ao reconhecerem e representarem as informações presentes no enunciado, possibilitando a identificação de um esquema associado.

Etapa de Planejamento

Na etapa de Planejamento, era esperado que os alunos apresentassem estratégias de resolução, baseadas nos esquemas e informações convertidas anteriormente, compreendendo que não se tratava de uma situação passível de ser solucionada por meio da aplicação de fórmulas e algoritmos pré-definidos. Baseado em Gutiérrez (2004), Proença (2018) e Mendes *et al.* (2021), os alunos devem recorrer a estratégias já conhecidas de situações anteriores como listas, tabelas e desenhos geométricos, julgando a razoabilidade delas. Assim, quatro estratégias distintas foram observadas nos registros dos alunos, conforme descrito no Quadro 2.

Quadro 2 - Etapa de Planejamento

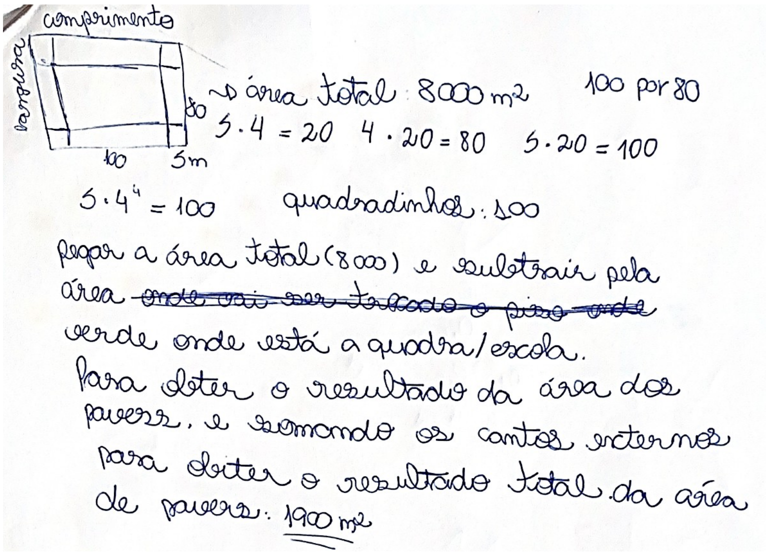
Etapa da resolução	Conhecimento específico	Descrição	Grupos
Planejamento	Conhecimento Estratégico	Estratégia Aritmética	G1-G3- G4- G6- G7- G10- G11- G13- G15- G16
		Estratégia Algébrica	G9
		Organização dos dados em tabela	G2
		Tentativa e erro	G8- G14

Etapa da resolução	Conhecimento específico	Descrição	Grupos
		Propôs estratégias que não resolve o problema	G5- G12

Fonte: Autoria própria (2023).

Diante dos dados apresentados no Quadro 2, nota-se que dez grupos utilizaram de estratégias aritméticas para resolver o problema. Por estratégia aritmética compreendemos aquelas que não equacionaram a situação, utilizando-se apenas da manipulação numérica e emprego das operações conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3 - Resolução do G13

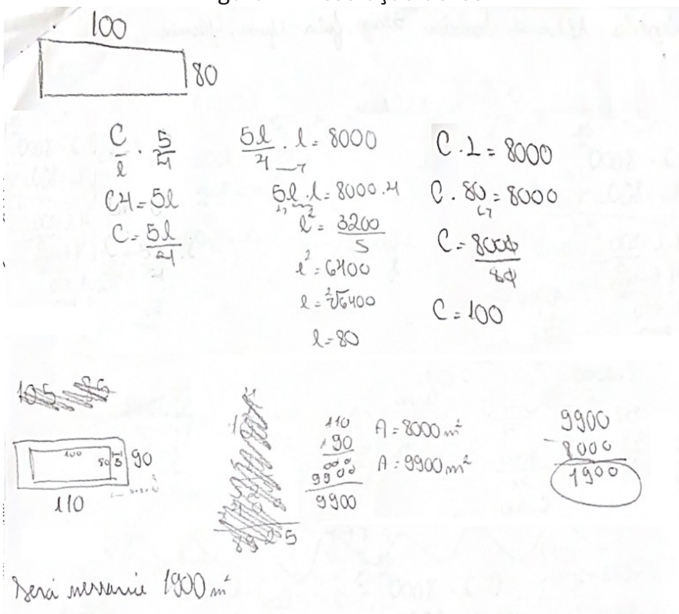


Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Nota-se que a resolução apresentada por G13 esboça o passo a passo do trajeto que seguiram, sustentando a representação física do conhecimento estratégico, visto tratar-se de uma construção mental. Por outro lado, se considerado a ordem que as produções se encontram dispostas no papel, o conhecimento estratégico representado foi utilizado como uma ação de monitoramento, pois é apresentado posteriormente ao conhecimento procedimental.

Apenas um grupo, G9, apresentou uma estratégia algébrica. Por Estratégia Algébrica entende-se como aquelas que recorreram a definição de incógnitas e equacionamento das informações. Apenas um grupo, G9, recorreram a essa estratégia. Na Figura 4 apresenta-se uma estratégia algébrica.

Figura 4 - Resolução do G9

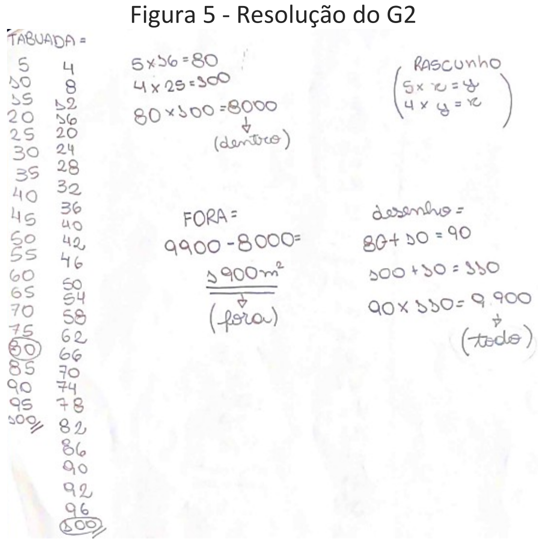


Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Nota-se que os alunos esboçaram que o esquema pretendido por eles era estabelecer uma proporção que se compara à grandeza comprimento com o valor 5 e a grandeza largura com o 4, sendo C = comprimento e L = largura, denotando a compreensão de proporcionalidade. Com essas definições e comparações os alunos tinham ciência de que tratariam de determinar uma grandeza em função da outra e que uma das possíveis estratégias seria o método da substituição, desencadeando assim o conhecimento de tal procedimento.

Quanto à organização dos dados em tabela, entende-se por aquelas resoluções que buscaram a melhor visualização dos dados por meio de suas comparações. Apenas um grupo recorreu a esta estratégia, G2. Na Figura 5, apresenta-se a estratégia adotada por esse grupo.

Figura 5 - Resolução do G2



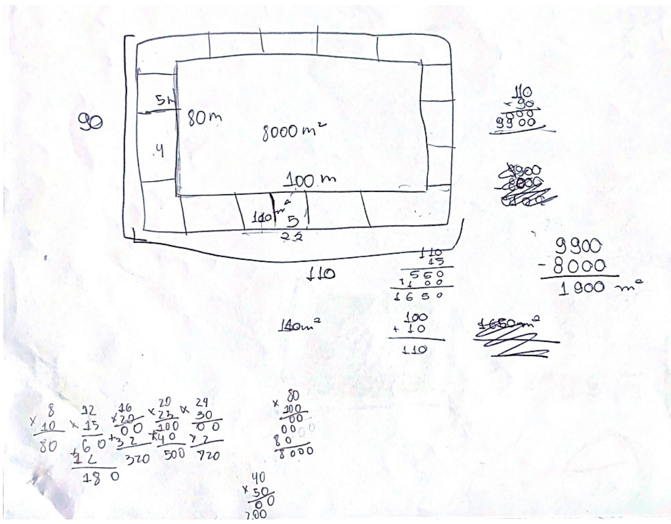
Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Observa-se que por se tratar de uma proporção, onde largura e comprimento estão em uma proporção de 4 para 5, inicialmente a estratégia de

G2 consistiu em montar duas fileiras/linhas (tabela) para cada valor obtido das respectivas proporções, em seguida, poder comparar os múltiplos de 4 e 5 para determinar as dimensões do terreno ocupado pela escola. Após o reconhecimento das dimensões como sendo 80 e 100, adicionariam os comprimentos que distam entre o muro e a sarjeta, determinando as dimensões externas sendo 90 e 110, para então realizar as subtrações entre as áreas externas e internas do terreno. Diante do exposto, os alunos demonstraram um conhecimento estratégico que de fato possibilitaria determinar uma solução para o problema.

Referente à estratégia de tentativa e erro, compreende-se como a ação de realizar uma sequência de operações de multiplicação envolvendo distintos valores para cada grandeza, a fim de encontrar o produto corresponde à área total dada e subsequente determinar a subtração de ambas as áreas, total e do terreno da escola. Na Figura 6, a resolução do G8 mostra a compreensão da estratégia de tentativa e erro.

Figura 6- Resolução do G8



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Nota-se que eles compreenderam o conceito de proporção, pois todos os fatores da tentativa deveriam ser múltiplos da respectiva proporção 5/4 e subsequente, ao atingirem os valores desejados para a situação, deveriam realizar a subtração das áreas. Embora possa resultar em uma estratégia demasiadamente exaustiva, é necessário um exímio domínio do conhecimento procedimental, o que pode ser observado na resolução.

Como estratégia que não resolve o problema, retoma-se como ilustração a Figura 2, apresentada pelo G12, em que recorrem a estratégia de estabelecer a proporção utilizando o valor da área total dada, 8000m², para então determinar um valor que possibilitasse tirar alguma conclusão. Atentando às análises anteriores, nota-se a ausência de conhecimentos linguísticos e semânticos, consequentemente esquemático, culminando na insuficiência do conhecimento estratégico.

Etapa De Execução

No que se refere à terceira etapa de resolução, a de Execução, diante das descrições tecidas por Echeverría (1998), Proença (2018), esperava-se que implementassem suas estratégias, manipulando os algoritmos e efetuando os cálculos necessários. Dessa forma, prevíamos que os grupos apresentassem conhecimentos acerca dos procedimentos de multiplicação e divisão entre grandezas, soma e subtração, além do método da substituição e, consequentemente, a radiciação de forma organizada, reconhecendo a relevância de informações. Assim, na busca por apresentar e discutir a etapa de Execução realizada pelos grupos, é apresentado o Quadro 3.

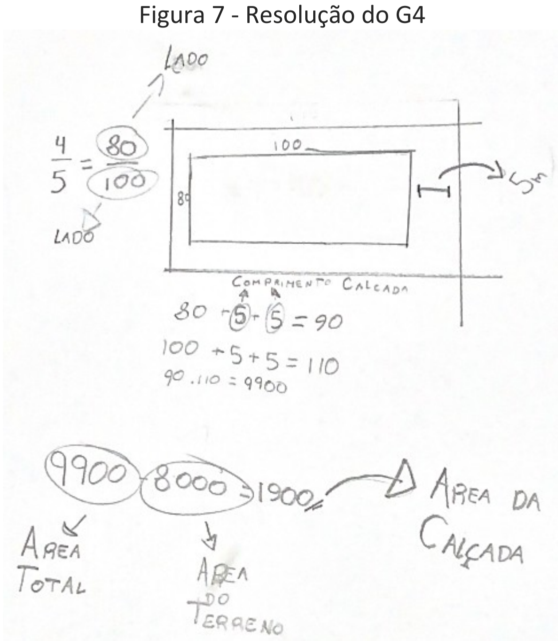
Quadro 3 - Etapa de Execução

Etapa da resolução	Conhecimento específico	Descrição	Grupos
Execução	Conhecimento Procedimental	Não apresentou erros procedimentais	G3- G4- G6- G7- G8- G9- G10- G11 -G13 - G14- G15- G16
		Apresentou erros procedimentais	G1- G2- G5- G12

Fonte: Autoria própria (2023).

Percebe-se que 4 grupos apresentaram erros procedimentais, tendo estes revelados uma ou mais dificuldades em mobilizar conhecimentos atrelados à etapa de Representação. Acerca dos grupos que não apresentaram erros procedimentais, destaca-se a Figura 7 em que é apresentada a resolução do G4.

Figura 7 - Resolução do G4

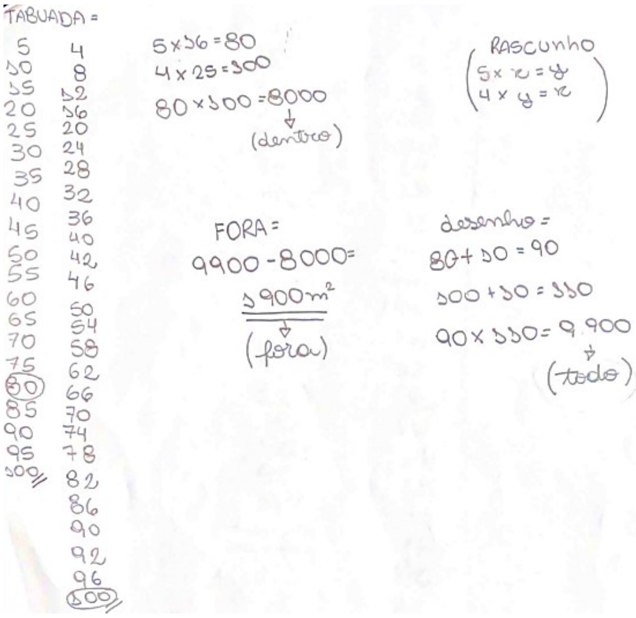


Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Nota-se que ao recorrer a uma estratégia aritmética os alunos implementaram corretamente o conhecimento procedimental se atentando à informações relevantes como a razão 4/5 e ao distanciamento de 5m, além identificarem que a informação da área interna de 8000m² não seria necessário realizar a multiplicação de 100 x 80, bastando encontrar apenas a área externa de 9900m² e subtrair a área dada, seguindo a ordem estabelecida no plano.

Quanto aos grupos que apresentaram erros oriundos do conhecimento procedimental, destaca-se novamente a resolução do G2, Figura 8, em parte já discutida na etapa anterior.

Figura 8- Resolução do G2



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Conforme denotado nas etapas anteriores, é possível identificar defasagens de alguns conhecimentos mobilizados ao longo da resolução. Ao apresentar como resultado da multiplicação de 4 por 11 (que deveria ser 44) o valor errôneo de 42, tal fato acarretou uma sucessão de erros como: a ausência da mesma razão ao multiplicar o 5 e 4 respectivamente por 16 e 25, obtendo uma área de 8000m² que não respeita a informação dada. Embora os valores obtidos seguindo os procedimentos tenham resultado em dimensões que favoreceram encontrar uma solução plausível para o problema, os registros revelam que tais valores, 100 e 80, determinam um comprimento correspondente à grandeza 4 maior que a largura correspondente ao 5, evidenciando a falta de monitoração da estratégia e procedimentos frente às representações estabelecidas.

Etapa de Monitoramento

Na última etapa, o Monitoramento, seguindo as descrições de Proença (2018), estabeleceu-se duas categorizações: a) Apresentou racionalidade na resolução – que envolveu grupos que verificaram a racionalidade da solução e/ou que avaliaram a racionalidade dos procedimentos e representações; b) e Não apresentou racionalidade na resolução – a qual envolveu os grupos que não realizaram uma verificação da resolução e resposta, conforme apresentado no Quadro 4.

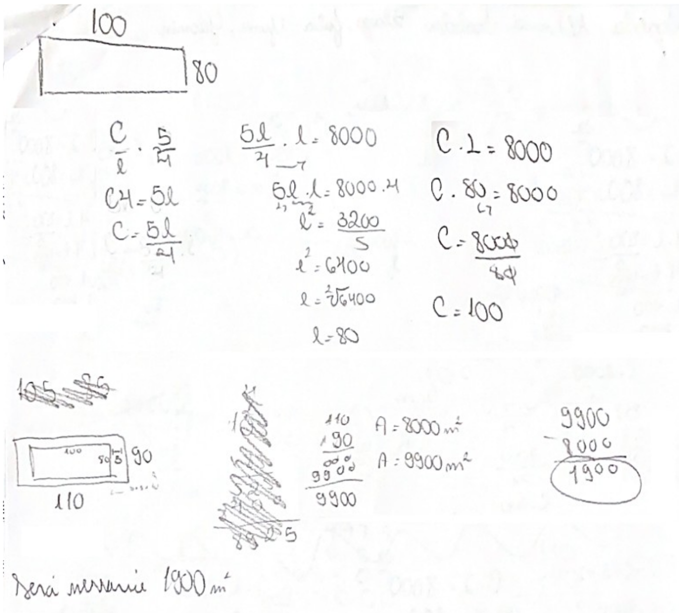
Quadro 4 - Etapa de Monitoramento

Etapa de Resolução	Descrição	Grupos
Monitoramento	Apresentou racionalidade na resolução	G3- G6- G7- G8- G9- G10- G11- G13- G14- G15- G16
	Não apresentou racionalidade na resolução	G1- G2- G5- G12

Fonte: Autoria própria (2023).

Percebe-se que 12 grupos, sendo exatamente os mesmos categorizados na etapa anterior como os que não apresentaram dificuldades procedimentais, foram responsáveis por apresentar racionalidade na resolução do problema. Quanto a esses grupos que apresentaram a racionalidade na resolução, a Figura 9, ilustra essa ação.

Figura 9 - Resolução do G9

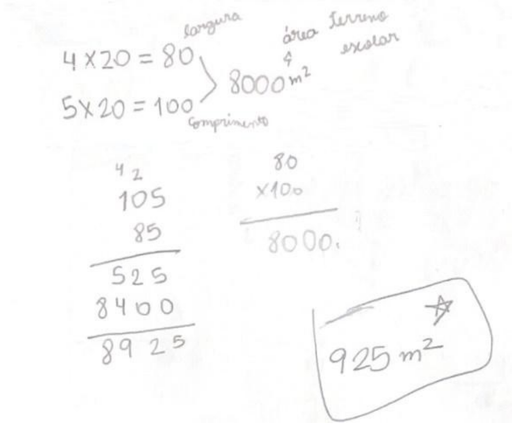


Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Nota-se que na resolução algébrica do G9, os alunos aparentemente monitoraram o processo de resolução, uma vez que souberam identificar e descartar cálculos baseados em uma interpretação equivocada das informações relacionadas à distância entre o muro e a sarjeta. A ação de monitoramento evitou que obtivessem um valor errôneo sobre a área externa que, consequentemente, levaria a apresentação de uma solução incorreta.

Quanto aos grupos que não apresentaram a racionalidade na resolução, a Figura 10 apresenta a resolução do G1.

Figura 10 - Resolução do G1



Fonte: Dados da Pesquisa (2023).

Nota-se que o grupo determina corretamente às dimensões de largura e comprimento utilizando a razão dada, porém ao apresentarem dificuldades associadas ao conhecimento linguístico, quanto à compreensão de que o calçamento terá 5 metros entre o muro e a sarjeta em todo redor da área, desconsideraram a adição nas quatro laterais do terreno, obtendo dimensões 105 e 85 em vez de 110 e 90. Tal fato poderia ser contornado se fosse estabelecido uma avaliação em sentido comparativo entre as informações fornecidas pelo enunciado, suas devidas representações, e os procedimentos adotados, assim como fora feito pelo grupo G9, discutido anteriormente.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve o objetivo de investigar os conhecimentos mobilizados por alunos do 9º ano do Ensino Fundamental ao resolverem um problema em um ambiente de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). Para tal, tomamos como referência olhar para as quatro etapas de resolução de problemas e os respectivos conhecimentos, nas ações de auxílio aos alunos e de discussão das estratégias dos grupos.

Sintetizando os resultados obtidos, quanto à **Representação** e à mobilização dos **conhecimentos linguístico**, **semântico** e **esquemático**, verificamos que foram poucos os grupos que não identificaram as informações, cujas conversões eram pertinentes para a resolução. Nesse sentido, puderam estabelecer a relação intrínseca entre tais conhecimentos e a etapa subsequente, a de planejamento, visto que apresentaram estratégicas viáveis para a resolução.

Quanto ao **Planejamento** e à mobilização do **conhecimento estratégico**, houve a ocorrência de quatro estratégias distintas, sendo aritmética, algébrica, organização dos dados em tabela e a de tentativa e erro. Estratégias aritméticas determinaram maior frequência visto a natureza das informações possibilitarem a exploração dos valores das dimensões a partir da manipulação da propriedade multiplicativa. Isso revela que os alunos estiveram seguros ao colocarem em jogo seus conhecimentos envolvendo números e operações. Outro fator é que tal etapa se mostrou um divisor de águas no processo de resolução do problema, pois o êxito obtido até ela não garante o mesmo feito na continuidade do processo. Considerando os dados referentes ao G1 e G2, nota-se que a linearidade do trajeto percorrido até esta etapa não se findou nas próximas, marcada por erros procedimentais e falta de monitoramento das etapas anteriores.

Quanto à **Execução** e à mobilização do **conhecimento procedimental**, houve a ocorrência de erros procedimentais na resolução de quatro grupos, G1, G2, G5 e G12. No caso, G1 e G2, embora tenham apresentado êxito na mobilização de conhecimentos linguístico, semântico, esquemático e estratégico, cometeram erros procedimentais que culminaram em resoluções incoerentes.

Quanto ao **Monitoramento**, de modo geral, destaca-se a grande incidência de racionalidade nas resoluções apresentadas, visto que em sua maioria foram apresentadas respostas que satisfizeram o problema. Porém, tal fato não garante afirmar que os grupos efetuaram a ação de monitorar seus processos, sendo evidente apenas no processo resolutivo de G9, Figura 9, os quais avaliaram a validade de alguns cálculos efetuados, desconsiderando-os de modo a não influenciar na eficiência da resolução. Cabe ressalva aos casos do G1 e G2 em que a ausência de um monitoramento, durante e após o processo de resolução, culminou na apresentação de respostas incoerentes com o contexto do problema.

Contudo, a nossa pesquisa revela: a) uso de algumas estratégias de resolução, porém evidencia a pouca recorrência a estratégias envolvendo manipulações algébricas e generalizações, tendo em vista que já tinham estudado conteúdos algébricos anteriores; b) a presença considerável de racionalidade no processo resolutivo, porém a ausência de registros escritos que possibilitem a identificação da etapa de Monitoramento; c) que o êxito no processo resolutivo está atrelado ao domínio dos cinco conhecimentos que devem ser mobilizados e na atitude para avaliar a resposta e a resolução seguida.

Por fim, destaca-se a importância da abordagem do EAMvRP (PROENÇA, 2018), no sentido de que ajuda o professor a ter clareza sobre os conhecimentos dos seus alunos. Portanto, estudos futuros relacionados a investigar os motivos que levam (levaram) alunos a pouco utilizarem estratégias de cunho algébrico em suas resoluções. Com isso, é possível compreender o desenvolvimento do pensamento algébrico e se as preferências dos alunos seriam realmente por outras estratégias.

Knowledge mobilized by 9th grade students in solving a rectangular region problem

ABSTRACT

This research aimed to investigate the knowledge mobilized by 9th grade students when solving a problem in a Teaching-Learning Mathematics environment via Problem Solving (EAMvRP). Qualitatively, we developed and implemented an EAMvRP proposal to introduce the mathematical content of 2nd Degree Equations. The 95 students who participated in the study were divided into 16 groups, which had to solve a math situation related to the area of rectangular regions. We took as reference the data produced in two EAMvRP actions: actions to help students during the resolution and discussion of students' strategies. The results showed difficulties in executing the strategies, frequently occurring by groups that had difficulties in mobilizing knowledge linked to the information representation stage. The conclusions reveal the little recurrence of algebraic strategies in the problem solving process and the frequency of rationality in the presentation of resolutions, but lack of records that make it possible to affirm the occurrence of monitoring of resolution processes in general or of the solution in specific.

KEYWORDS: Mathematics Teaching. Teaching via problem solving. 2nd Degree Equations.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G; NOGUTI, F. C. H.; JUSTULIN, A. M. (Orgs.). **Resolução de Problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco, 2014, p. 35-52.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**. Uma introdução à teoria e aos métodos. Trad. Maria João Alvarez; Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRITO, M. R. F. de. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006.

ECHEVERRÍA, M. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998, p. 43-65.

GONÇALVES, B. M.; PROENÇA, M. C. de. Análise dos conhecimentos conceitual e procedimental de alunos do primeiro ano do ensino médio sobre equação do 2. º grau. **Revista Sergipana de Matemática e Educação Matemática**, v. 5, n. 2, p. 209-228, 2020. Doi: https://doi.org/10.34179/revisem.v5i2.12626

GUTIÉRREZ, A. B. **Análisis de procedimiento en resolución de problemas lógico matemáticos**. 2004. 185 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidad Andrés Bello, Viña del Mar, Chile, 2004.

HATFIELD, L. Heuristical emphases in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and research. In: HATFIELD, L.; BRADBARD, D. A. (Eds.). **Mathematical problem solving**: Papers from a research workshop. Columbus: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education, 1978. p. 21-42.

MASINGILA, J. O.; LESTER JR, F. K. **Mathematics for Elementary Teachers via Problem Solving**: Instructor's resource manual. New Jersey: Prentice-Hall, 2002.

MAYER, R. E. **Thinking, problem solving, cognition**. 2. ed. New York: WH Freeman and Company, 1992.

MAYER, R. E. Problem Solving. REISBERG, D. (Ed**.). The Oxford handbook of cognitive psychology**. Oxford: Oxford University Press, 2013.

MENDES, L. O. R.; PROENÇA, M. C. de. O ensino de matemática via Resolução de Problemas na formação inicial de professores. **Revista de Educação Matemática (REMat)**, v. 17, p. 1-24, 2020. Doi: https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id255

MENDES, L. O. R.; AFONSO, E. J. M.; PROENÇA, M. C. Análise da compreensão de licenciandos em Matemática sobre o ensino via Resolução de Problemas. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 4, n. 10, e202011, p. 1-23, 9 abr. 2020. DOI: https://doi.org/10.24116/emd.e202011

MENDES, L. O. R.; PROENÇA, M. C. de; PEREIRA, A. L.; LUZ, J. A. da. Ensino-aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas: análise do processo de resolução de problemas de licenciandos em formação inicial. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 7, n. especial, p. e4007, 28 de dezembro de 2021. Doi: https://doi.org/10.35819/remat2021v7iespecialid5490

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. 2.ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PROENÇA, M. C. de. **Resolução de problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, M. C. Análise do conhecimento de professores recém-formados sobre o ensino de matemática via resolução de problemas. **Revista de Educação Matemática**, n. 17, p. 10, 2020. Doi: https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id232

PROENÇA, M. C.; MAIA-AFONSO, E. J.; TRAVASSOS, W. B.; CASTILHO, G. R. Resolução de Problemas de Matemática: análise das dificuldades de alunos do 9. º ano do ensino fundamental. **Amazónia: Revista de educação em ciências e matemáticas**, v. 16, n. 36, p. 224-243, 2020.

PROENÇA, M. C.; MAIA-AFONSO, É. J.; MENDES, L. O. R; TRAVASSOS, W. B. Dificuldades de alunos na resolução de problemas: análise a partir de propostas de ensino em dissertações. **Boletim de Educação Matemática**, Bolema, Rio Claro, SP, v. 36, n. 72, p. 262–285, 2022.

SHAVELSON, R. J.; RUIZ-PRIMO, M. A.; WILEY, E. W. Windows into the mind. **Higher education**, v. 49, n. 4, p. 413-430, 2005.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P.R; SHULTE, A. P. (Ed**.). New directions for elementar school mathematics**. Reston: NCTM, 1989.

STEFANI, A.; PROENÇA, M. C. Análise das dificuldades de alunos dos anos finais do ensino fundamental na resolução de problemas de perímetro e área. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v.8, n. 16, p. 97-118, jul./dez. 2019.

Recebido: 18 set. 2023
Aprovado: 13 nov. 2023
DOI: 10.3895/actio.v8n3.17598
Como citar:
PEREIRA, Fernando Francisco; DONEZE, Iara Souza; PROENÇA, Marcelo Carlos de. **ACTIO**, Curitiba, v. 8, n. 3, p. 1-22, set./dez. 2023. Disponível em: <https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>. Acesso em: XXX
Correspondência:
FERNANDO FRANCISCO PEREIRA
Rua Manoel Alves da Silva, n. 100, jardim Maria Luiza, Londrina, Paraná, Brasil.