

## O ensino de logaritmos via resolução de problemas no ensino médio

### RESUMO

O presente artigo apresenta os resultados de uma pesquisa de natureza qualitativa, que tem por objetivo analisar a compreensão de alunos sobre logaritmos na abordagem do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP). A pesquisa foi desenvolvida em três encontros, com duração de quatro horas/aula, com participação de 29 alunos de uma turma do segundo ano do ensino médio de um Instituto Federal de Educação da região Norte do Paraná. Para a coleta de dados, os pesquisadores utilizaram os registros dos grupos de alunos acerca de uma situação de matemática, um questionário individual e o diário de campo do pesquisador. Os dados obtidos foram analisados de acordo com a Análise de Conteúdo. Os resultados mostram que os alunos mobilizaram equações exponenciais e que conseguiram propor uma estratégia de resolução do problema. Constatou-se que a maioria dos alunos apresentou compreensão da relação entre o ponto central das estratégias e o conceito de logaritmo. Concluímos que o EAMvRP, o qual seguimos para introduzir logaritmos, teve potencial para suscitar o uso de conhecimentos prévios de equações exponenciais, mobilizar estratégias e tecer a articulação da situação de Matemática com o conteúdo. Porém, a continuidade do ensino é necessária para ampliar a compreensão de logaritmos.

**PALAVRAS-CHAVE:** Estratégias. Logaritmos. Educação Matemática.

**Renato Rodrigues dos Santos**

[renato.santos@ifpr.edu.br](mailto:renato.santos@ifpr.edu.br)

[orcid.org/0000-0003-0901-6052](https://orcid.org/0000-0003-0901-6052)

Instituto Federal do Paraná (IFPR),  
Paranavai, Paraná, Brasil

**Caleb da Silva Araujo Campelo**

[caleb.campelo@uemasul.edu.br](mailto:caleb.campelo@uemasul.edu.br)

[orcid.org/0000-0001-5328-0825](https://orcid.org/0000-0001-5328-0825)

Universidade Estadual da Região  
Tocantina do Maranhão (UEMASUL),  
Imperatriz, Maranhão, Brasil

**Marcelo Carlos de Proença**

[mcproenca@uem.br](mailto:mcproenca@uem.br)

[orcid.org/0000-0002-6496-4912](https://orcid.org/0000-0002-6496-4912)

Universidade Estadual de Maringá (UEM),  
Maringá, Paraná, Brasil

## INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) indica nas unidades temáticas de Números e Álgebra (BRASIL, 2018) que o aluno deve ser capaz de analisar e estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos de exponencial e logaritmo. Algumas pesquisas realizadas em sala de aula têm apontado diferentes modos de abordar o ensino de logaritmos (KARRER; MAGINA, 2000; ROSSI, 2010; ALMOLOUD, 2011; PEREIRA; RESENDE, 2021; AILING; BIN, 2016) e, ao analisar tais pesquisas, verifica-se que o ensino pouco relacionava os conhecimentos prévios dos alunos para a construção do conceito de logaritmo, por vezes sendo mostrado diretamente o conceito.

Nos estudos de Rossi (2010), Almouloud (2011) e Ailing e Bin (2016), os autores propuseram abordar o conceito de logaritmo fazendo articulação com os conteúdos de progressão aritmética e geométrica, não havendo assim uma articulação entre os conteúdos de exponencial e logaritmo, conforme é indicado na BNCC. Das pesquisas apontadas, apenas a de Almouloud (2011) aponta como fragilidade da pesquisa a falta de abordagem dos logaritmos de bases diferente de 10 e a necessidade de estudar a relação existente entre logaritmo e exponencial.

A BNCC sinaliza que os alunos da Educação Básica sejam levados a desenvolver competências e habilidades em conteúdo da matemática escolar, dentre as quais temos muitas habilidades associadas à Resolução de Problemas (PROENÇA; CAMPELO; SANTOS, 2022), uma vez que o processo matemático de Resolução de Problemas (RP) é citado como uma das formas privilegiadas da atividade matemática. A RP tem ajudado professores a oportunizar a seus alunos a capacidade de aprender e pensar matematicamente, bem como a desenvolverem habilidades matemáticas (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2011; TAMBUNAN, 2019; PROENÇA, 2022). Essa abordagem foi e tem sido interesse de muitos pesquisadores (POLYA, 1994; KRUTETSKII, 1976; PROENÇA, 2018, 2021), uma vez que a RP deve fazer parte dos currículos de matemática (NCTM, 1989; BRASIL, 2018).

Ferreira, Martins e Pereira (2022) realizaram um levantamento de teses e dissertações que tinha como objetivo utilizar a RP no ensino de logaritmo, encontrando sete trabalhos com foco no processo de ensino-aprendizagem. Desses trabalhos, apenas Pereira (2020) implementou uma proposta de ensino, utilizando o problema como ponto de partida para a construção do conceito de logaritmo. Sobre o uso do problema como ponto de partida, Proença (2018) apresenta o Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP) como uma abordagem que pode contribuir para levar o aluno a construir o conceito de logaritmo.

Nesse artigo, apresentamos uma proposta de ensino de logaritmos que articula os conhecimentos sobre equações exponenciais e logaritmos, fundamentada no EAMvRP. O objetivo é analisar a compreensão de alunos de ensino médio sobre logaritmos na abordagem do EAMvRP e segue estruturado da seguinte forma: primeiramente apresentamos aspectos da Resolução de

Problemas e do EAMvRP, posteriormente descrevemos os procedimentos metodológicos, os resultados e discussões e, por fim, as considerações finais.

## RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E O EAMvRP

O pesquisador Stephen Krulik, Professor Emérito de Educação Matemática na *Temple University* na Filadélfia, Pensilvânia, no prefácio da obra *Problem solving in school mathematics*, de 1980, expressa que a “resolução de problemas é a própria razão do ensino de matemática” (KRULIK; REYS, 2010, n.p.). Como área de especialidade de Krulik, podemos citar a História da Matemática, o ensino da RP e os métodos de ensino da Matemática.

Assim como Krulik, muitos outros pesquisadores discutem a RP e, nesse movimento, ela é perspectivada em dois princípios teóricos, a saber: o que se entende por problema e o que significa o processo de resolução de problemas.

A compreensão do que é problema tem sido discutida por vários pesquisadores (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977; MAYER, 1985; ECHEVERRIA, 1998; STENBERG, 2000; PROENÇA, 2018). Para Proença (2018), “[...] uma situação de Matemática se torna um problema quando a pessoa precisa mobilizar conceitos, princípios e procedimentos aprendidos anteriormente para chegar em uma resposta” (PROENÇA, 2018, p. 17).

Com base nos estudos de Brito (2006), Proença (2018) apresenta uma compreensão sobre as etapas de RP e os respectivos conhecimentos. Deste modo, são destacadas as quatro etapas de RP: representação, planejamento, execução e monitoramento.

A etapa de representação envolve a compreensão do problema por parte do aluno e, conforme é apontado por Proença (2018), tal compreensão depende do uso de três conhecimentos: o conhecimento linguístico, que corresponde às palavras e expressões próprias da língua materna da situação de Matemática; o conhecimento semântico, que corresponde aos termos matemáticos ou palavras e expressões que implicam conhecimentos matemáticos que estão na situação de Matemática; e o conhecimento esquemático, que se refere à natureza matemática da situação de Matemática, ou seja, ao tipo de conteúdo matemático envolvido.

A etapa do planejamento envolve utilizar estratégias para resolver a situação de Matemática. Nessa etapa, o aluno deve apresentar sua(s) estratégia(s) de resolução da situação de Matemática, o que demanda a mobilização do conhecimento estratégico. O conhecimento estratégico é algo particular de quem resolve uma situação de Matemática e ajuda a organizar a representação da situação, planejando um caminho para obter uma resposta.

A etapa de execução é aquela em que o aluno precisa executar a(s) estratégia(s) por ele definida(s). Nessa etapa, o aluno deve mobilizar o conhecimento procedimental, ou seja, deve ser capaz de executar a estratégia proposta, o que implica realizar cálculos mentais e utilizar os elementos visopictóricos (desenhos, diagramas, esquemas, entre outros).

Na etapa de monitoramento, o aluno precisa avaliar a resposta encontrada, isto é, deve verificar se a resposta é coerente com a situação de Matemática,

bem como ao seu contexto. Ele deve demonstrar a habilidade matemática para apresentar a racionalidade de uma resposta encontrada. Essa etapa não envolve um conhecimento específico, mas, do ponto de vista cognitivo, pode revelar se o caminho trilhado pelo aluno merece ser revisto, caso seja identificado algum equívoco no caminho trilhado, que pode não ter sido percebido no início do processo de resolução.

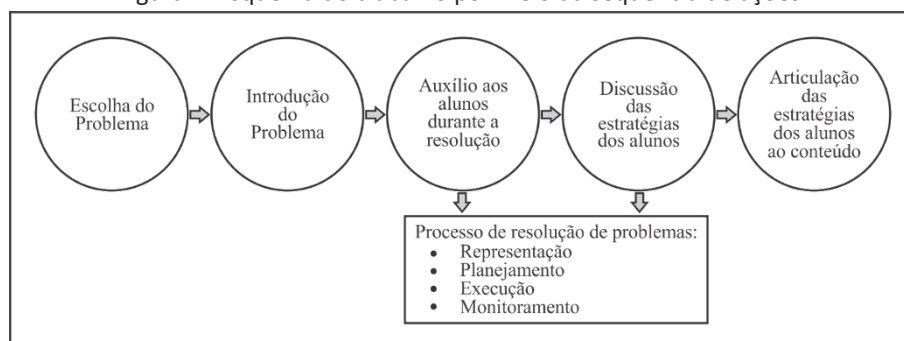
Por conseguinte, o segundo movimento é pensar a abordagem de ensino. Nessa direção, o estudo de Schroeder e Lester Junior (1989) aponta três compreensões sobre como a RP era abordada nos anos 1980, com a publicação de *An agenda for action: recommendations for school mathematics*, pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), que tinha por objetivo consolidar a RP no ensino de matemática nos Estados Unidos da América.

De acordo com Schroeder e Lester Junior (1989), na década de 1980 a RP vinha sendo ensinada em três distintas vertentes: ensinar sobre RP, ensinar para RP e ensinar via RP. O primeiro estava baseado em o aluno aprender sobre etapas de como resolver problemas, como foi defendido por George Polya, no que ele compreendia por quatro fases de RP – compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e retrospecto. No que se refere ao ensino para a RP, o foco é pensar em caminhos de resolução, no qual entende-se que o que se aprende nas aulas de matemática seja aplicado em problemas e exercícios, com o propósito de obter a resposta (correta), denotando uma perspectiva utilitária da matemática.

Na terceira vertente, sobre o ensino via RP, entende-se que a utilização de um problema é um momento privilegiado para aprender matemática, ou seja, o problema deve ser o ponto de partida na atividade de ensino. Nas compreensões de Schroeder e Lester Junior (1989), o ensino via RP é o mais coerente, pois é um momento em que os alunos compreendem conceitos, processos e técnicas matemáticas.

No Brasil, com relação ao ensino via RP e ao processo de RP e seu uso no ensino, Proença (2018) estruturou uma sequência de ensino a qual denominou de Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), que foi organizada em cinco ações (Figura 1). Nessa perspectiva, algumas pesquisas envolvendo o EAMvRP têm revelado as potencialidades dessa organização de ensino (MATSUDA, 2017; OLIVEIRA, 2022; ROZARIO, 2022; MENDES, 2023; TRAVASSOS, 2023).

Figura 1: Esquema do trabalho por meio da sequência de ações.



Fonte: Proença (2018).

**Escolha do Problema** – Na primeira ação, o professor deverá escolher uma situação de Matemática, podendo ser elaborada, reelaborada ou escolhida na íntegra. Na escolha da situação de Matemática (possível problema), Proença (2018) destaca que esta deve permitir que os alunos possam pensar em diferentes estratégias, utilizando seus conhecimentos prévios, de modo que possam contribuir para a formação de novos conhecimentos. É importante que o professor tenha pensado diferentes estratégias/caminhos para obter uma resposta para a situação por ele definida.

**Introdução do Problema** – É nessa ação que se tem um momento privilegiado de contato professor-aluno, visando apresentar a situação de Matemática escolhida/elaborada e que será o ponto de partida para o ensino do conteúdo matemático. Proença (2018) sugere, para esse momento, a organização dos alunos em grupos, de modo que possam interagir uns com os outros, trocar experiências e mobilizar os conhecimentos prévios que poderão auxiliar na construção de novos conhecimentos na busca por estratégias que ajudem a obter uma resposta para a situação proposta. Essa forma de organizar a sala de aula também pode ajudar o professor a acompanhar, inferir e contribuir na discussão (pelos alunos) das estratégias pensadas por eles. É nessa ação que a situação de Matemática pode se configurar como um problema para os alunos.

**Auxílio aos alunos durante a resolução** – Nesse momento o professor deve acompanhar as estratégias que estão sendo pensadas pelos alunos e auxiliá-los. Os diferentes grupos podem apresentar dúvidas diversas, como o desconhecimento de termos matemáticos ou mesmo o uso incorreto de termos conhecidos por eles e que podem gerar interpretações errôneas. É um momento em que o professor pode fazer questionamentos sobre a coerência das respostas encontradas pelos grupos. O professor assume aqui um papel de observador atento, que direciona e contribui para a aprendizagem dos alunos, motivando e dando maior confiança nesse processo de obter uma resposta. Proença (2018) destaca que caso o professor identifique algum grupo que não consegue estabelecer uma estratégia para obter uma resposta, mesmo com orientações e estímulos/incentivos, pode sugerir uma estratégia previamente pensada por ele, de modo que esses alunos possam participar ativamente do processo de resolução do problema.

**Discussão das estratégias dos alunos** – Uma vez observadas as estratégias pensadas pelos grupos, é importante que sejam apresentadas para os demais grupos, momento que Proença (2018) chama de socialização. Essa socialização pode ocorrer de diferentes modos, um deles é a exposição das estratégias na lousa/quadro. Nesse momento, deve-se aproveitar para fazer uma avaliação dos caminhos e ideias apresentadas, em que o professor pode explorar as dificuldades ou incoerências cometidas no processo de resolução. Aqui podem aparecer situações como: dificuldades na compreensão de significados de palavras/termos, falta de conhecimento de conceitos matemáticos, incoerência nos procedimentos matemáticos realizados ou mesmo falta de avaliação sobre a pertinência da resposta obtida, de modo a não avaliar se ela faz sentido ou não, dado o contexto do problema.

**Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo** – Aqui o professor deve utilizar as estratégias, caminhos, raciocínios desenvolvidos pelos alunos de modo a articular esses elementos ao conteúdo matemático que se quer ensinar. O

docente deve ser capaz de captar pontos essenciais dessas estratégias pensadas e relacioná-las ao conceito ou expressão matemática que se objetiva ensinar. Caso as estratégias pensadas pelos alunos não apresentem elementos que ajude nessa tarefa, o professor, em último caso, pode apresentar a resolução do problema de forma direta aos alunos.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Caracterizada como uma pesquisa de abordagem qualitativa, o presente estudo procura compreender o comportamento dos sujeitos em seu ambiente natural, elaborando um registro escrito e sistemático a partir de observações do pesquisador e registros escolares dos alunos. Há maior ênfase no processo do que nos resultados, sendo a análise dos dados realizada de forma indutiva, ou seja, novas hipóteses são construídas à medida que os dados emergem da pesquisa (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Participaram da pesquisa 29 alunos de uma turma do segundo ano do ensino médio de uma instituição pública de ensino do interior do Paraná. A escolha por esses alunos se deu levando em consideração que já haviam estudado o conteúdo de equações exponenciais, pré-requisito necessário para o desenvolvimento das aulas. Foi elaborada e implementada uma proposta de ensino baseada nas cinco ações do EAMvRP de Proença (2018), realizada no primeiro semestre de 2023, em três encontros, sendo o primeiro deles com duas horas/aula e os demais com uma hora/aula cada. Em todos os momentos, a professora regente permaneceu em sala, intervindo minimamente, ficando a cargo dos pesquisadores a regência da turma. A proposta de ensino foi organizada e conduzida conforme segue.

A **escolha do problema** considerou a possibilidade da articulação de estratégias de resolução ao conceito de logaritmo. A situação de Matemática escolhida (possível problema) foi obtida na íntegra, conforme mostra o Quadro 1. Ela envolve um contexto que pode ser ampliado pelo professor, por meio de questionamentos sobre o texto, e ainda permite que os alunos mobilizem conhecimentos prévios que são relevantes para a construção desse conceito.

Quadro 1 – Situação de Matemática

**Como o organismo reage às diferenças de altitude**

Aumento da frequência cardíaca, falta de apetite, dor de cabeça, náusea, vômitos, dificuldade para respirar, sangramento do nariz. Parecem sintomas de algum filme de ficção sobre zumbis, mas são efeitos possíveis em pessoas que viajam de altitudes baixas para lugares montanhosos. Tais sintomas também são chamados de *mal da montanha*.

Figura 2: Pico da Neblina



Fonte: Portal da Amazônia (Marcos Amend/ICMBio)

Disponível em

[https://d1c51fywilmmrx.cloudfront.net/images/p/32755/b2ap3\\_large\\_image.jpeg](https://d1c51fywilmmrx.cloudfront.net/images/p/32755/b2ap3_large_image.jpeg). Acesso em 28/05/2021

Mas você sabe porque isso ocorre?

Uma das causas está relacionada à densidade do ar, que não é constante, mas diminui com a altitude. Quanto maior a altitude, menor a pressão atmosférica e consequentemente, mais distantes estão as moléculas que compõe os gases da atmosfera terrestre e assim, o ar que respiramos torna-se cada vez mais rarefeito, causando os sintomas acima citados.

Todas essas sensações surgem apenas em locais em que a pressão atmosférica está abaixo de 0,76 atm, aproximadamente. Quanto mais alto, pior: alpinistas profissionais, correm o risco de sofrer edemas (pulmonar ou cerebral) ao tentarem escalar o Everest, por exemplo, que tem quase 9 mil metros de altitude. Os sintomas geralmente começam 4 horas depois de ficarem expostos em local onde a pressão atmosférica é inferior a 0,76 atm. O coração se acelera à toa, sinal de que o organismo está fazendo um esforço extra para continuar captando o oxigênio que sempre esteve acostumado a absorver.

(Texto adaptado de Clique Ciência: Como o organismo reage às diferenças de altitude? Disponível em: <https://www.uol.com.br/tilt/ultimas-noticias/redacao/2013/07/09/clique-ciencia-como-o-organismo-reage-as-diferencas-de-altitude.htm>. Acesso em 28/05/2021.)

Um modelo matemático que fornece uma estimativa para a pressão atmosférica  $P$  em função da altitude  $h$ , foi proposto por Reichardt (1990):

$$P(h) = e^{\frac{-h}{8,4}}, \text{ em que } P(\text{atm}) \text{ e } h(\text{km}).$$

Essa expressão pode ser simplificada, uma vez que  $e \cong 2,71828\dots$  é uma constante, logo

$$P(h) = e^{\frac{-h}{8,4}} = \left( e^{\frac{-1}{8,4}} \right)^h \\ \Rightarrow P(h) \cong 0,89^h$$

Considerando o modelo proposto por Reichardt, responda as questões a seguir:

- 1) Uma pessoa que permanece por mais de quatro horas no topo do Pico da Neblina, que possui altitude aproximada de 2995 m, pode sofrer de *mal da montanha*?
- 2) E em Campos do Jordão, que se encontra na Serra da Mantiqueira, com 1639 m de altitude, sendo a cidade mais alta do Brasil?
- 3) A partir de qual altitude, aproximadamente, a pressão atmosférica fica abaixo de 0,76 atm, podendo provocar o *mal da montanha*?

Fonte: Santos e Proença (2022).



No primeiro encontro, com duração de duas aulas de 50 minutos, a professora regente nos apresentou à turma e nos deixou à vontade para conduzir a aula. Explicamos aos alunos que as atividades que seriam desenvolvidas faziam parte de nossa pesquisa de doutorado e que abordaríamos conteúdos que faziam parte da ementa da disciplina. Deste modo, solicitamos que participassem da aula espontaneamente.

Na ação de **introdução do problema**, pedimos que se organizassem em grupos de no máximo quatro alunos e entregamos a situação de Matemática. Propomos que resolvessem utilizando os conhecimentos que possuíam, podendo fazer uso de calculadora científica, e que cada grupo nos entregaria uma única resolução.

Ao longo da ação de **auxílio aos alunos durante a resolução**, questionamos aos alunos se havia dúvidas relacionadas ao texto da situação de Matemática. Termos como “pressão”, “altitude” e “densidade” poderiam suscitar alguma dúvida. De início, fomos questionados sobre o número de Euler ( $e$ ) que, aparentemente, os alunos não conheciam. Nesse momento, explicamos que se tratava de um número irracional, assim como o número  $\pi$ , e optamos por explanar na lousa sua representação por meio da Série de Taylor, readequando a linguagem sem o uso da simbologia de somatório e fatorial, a fim de que isso não fosse um impedimento para o aprendizado do conteúdo pretendido, no caso, logaritmos.

Ao prestar auxílio durante a resolução, notamos que alguns alunos tentavam responder às questões utilizando a expressão  $P(h) = e^{\frac{-h}{3,4}}$ . Foi necessário explicar que a expressão anterior e  $P(h) \cong 0,89^h$  são equivalentes. Fizemos uma comparação com o número  $\pi$ , que costumeiramente é substituído por 3,14 durante a resolução de situações de Matemática ou de Física.

Faltando 25 minutos para o término da aula, recolhemos uma folha por grupo que continha suas resoluções e direcionamos para a ação de **discussão das estratégias dos alunos**. Então, propomos a discussão de suas estratégias, buscando promover a socialização. Acerca das Questões 1 e 2, não houve maiores dificuldades durante a resolução, o que já era previsto, uma vez que o objetivo dessas questões era apenas mobilizar os conhecimentos prévios acerca de Equações Exponenciais. Assim, fizemos apenas uma breve discussão e não houve dúvidas ou questionamentos.

No que tange à Questão 3, notamos que a maioria dos grupos havia utilizado a mesma estratégia, de “tentativa e erro”, embora tenham organizado e executado de formas diferentes. Apenas um grupo apresentou uma estratégia que não resolveria a Questão 3. No entanto, naquele momento, não havíamos feito essa constatação. Notamos que dois grupos pensaram em utilizar inequações exponenciais para obter a solução da Questão 3, o que seria bastante coerente levando em conta que a expressão “a partir de”, presente no enunciado, remete a esse conteúdo. Expomos uma resolução no quadro e notamos que havia certa preocupação de alguns alunos em obter uma resposta exata ou uma fórmula/algoritmo que permitisse obter a solução de forma mais simples.



Ao término da aula, não tivemos tempo hábil para realizar a articulação com o conteúdo, ficando para o próximo encontro. Nesse momento, um aluno nos questionou se haveria uma forma mais fácil para resolver a Questão 3, enquanto outros estavam ansiosos pela “resposta correta”. Dissemos que seria possível resolvê-la utilizando logaritmos, e daí teríamos uma resposta mais precisa, no entanto ficaria para a próxima aula.

No segundo encontro, com duração de uma aula (50 min), focamos na ação de **articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo** de logaritmos. A partir das resoluções dos alunos, identificamos que a maior parte dos grupos resolveu a Questão 3 por “tentativa e erro”, sendo que alguns desses grupos organizaram suas respostas em tabelas. Partindo dessas resoluções, escolhemos algumas e mostramos que há outra forma de expressá-las: a forma logarítmica. Mostramos mais alguns exemplos e definimos formalmente o conteúdo.

Nesse momento, retornamos à Questão 3 e a resolvemos utilizando as propriedades operatórias dos logaritmos. Afirmamos que, embora ainda não tivessem visto tais propriedades, seria assunto para a próxima aula. Terminamos a aula deixando um exercício envolvendo cálculo de logaritmos e, nos itens desse exercício, exigia-se abordar as propriedades decorrentes da definição de logaritmo, por exemplo, o cálculo do logaritmo do número um em uma base qualquer.

No terceiro e último encontro, com duração de uma aula (50 min), devido ao mau tempo e a um evento externo à instituição, estiveram presentes apenas 24 alunos. Convidamo-los a responder um questionário com cinco perguntas acerca das atividades que realizaram.

Diante do contexto da proposta de ensino realizada em sala de aula, para a coleta de dados da nossa pesquisa, utilizamos: a) a situação de Matemática (Quadro 1) voltada a obter as resoluções dos grupos; b) um questionário, o qual permitiu, de forma direta ou indireta, obter respostas comparáveis objetivando-se compreender as razões do comportamento e as concepções dos entrevistados acerca da questão que está sendo examinada (FLICK, 2013); c) das notas de campo dos pesquisadores, que compreenderam um registro detalhado do que ocorreu na sala de aula, permitindo obter informações relevantes para uma análise mais completa do problema (LÜDKE; ANDRÉ, 1986).

Os dados obtidos foram organizados em três eixos para evidenciar a evolução da compreensão dos alunos e foram analisados de acordo com a Análise de Conteúdo, seguindo as três etapas propostas por Bardin (2011): Pré-análise, que consistiu na leitura e exploração das produções escritas dos alunos; Exploração do material, que permitiu a construção das categorias de análise a partir dos dados da pesquisa; Tratamento dos resultados, que consistiu das inferências teóricas e das discussões com outros estudos.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, com relação ao primeiro eixo, **sobre os conhecimentos prévios de exponenciais**, no que tange à resolução das Questões 1 e 2, nossa análise mostrou que todos os grupos utilizaram a mesma estratégia de resolução (segundo a fórmula fornecida) e obtiveram êxito na sua execução. Dessa forma,

podemos notar que apresentaram conhecimentos prévios procedimentais relacionados às potências e exponenciais. No entanto, os grupos 3 e 5, embora tenham calculado corretamente o valor da pressão atmosférica, forneceram respostas equivocadas à Questão 2, como se pode observar na resposta do Grupo 3 (Figura 3).

Figura 3: Resposta da Questão 2

$$p(h) \approx 0,89^h \rightarrow p(h) \approx 0,89^{1,633} = 0,826133476$$

*sim é considerada alta com a temperatura mais baixa comparada com outras regiões do país.*

Fonte: Registro do grupo 3 (2023).

O Grupo 3 respondeu que a cidade de Campos do Jordão “é considerada alta com temperatura mais baixa comparada com outras regiões do país”. Já o Grupo 5 respondeu que “a altitude é aproximadamente 0,8 atm”, valor referente à pressão atmosférica. As duas respostas indicam uma falha no processo de monitoramento, uma vez que executaram corretamente a resolução, mas não verificaram a racionalidade de suas respostas. Ao retomarem a leitura da questão, poderiam ter notado a relação existente entre as questões 1 e 2, ou seja, o fato de ter que verificar se nessas duas altitudes uma pessoa poderia sofrer ou não do mal da montanha, a depender da pressão atmosférica.

Buscando evidenciar a compreensão de cada aluno sobre os conhecimentos prévios mobilizados na resolução dessas questões, propomos a seguinte pergunta: I) Quais conteúdos matemáticos você identificou ao resolver as Questões 1 e 2? Elaboramos o Quadro 2, com a síntese de suas respostas à essa pergunta.

Quadro 2 – Resposta dos alunos à Pergunta I

Conteúdos Matemáticos Identificados nas questões 1 e 2	Alunos	Quant. de Alunos
Somente Potenciação	A1, A11, A13, A17, A24	5
Somente Funções/Equações Exponenciais	A6, A8, A9, A10, A14, A18, A19, A22	8
Potenciação e Função/Equações Exponenciais	A2, A12, A20	3
Identificou incorretamente	A3, A4, A5, A7, A21, A23	6
Não respondeu	A15, A16	2

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Examinando as respostas dos alunos a essa pergunta, podemos observar que, dos 24 presentes, 16 alunos conseguiram identificar conteúdos matemáticos relacionados à potenciação e/ou equações exponenciais e/ou funções exponenciais, enquanto oito alunos não responderam ou não identificaram corretamente os conteúdos matemáticos empregados na Questão 1. Diante disso, pode-se afirmar que a resolução das Questões 1 e 2 favoreceu a mobilização de conhecimentos prévios que são indispensáveis para a construção do conceito de logaritmo.

Sobre o segundo eixo, referente às **estratégias empregadas pelos alunos e dificuldades enfrentadas**, para a análise das estratégias empregadas pelos grupos de alunos na resolução da Questão 3, elaboramos o Quadro 3.

Quadro 3 – Estratégias de resolução empregadas na Questão 3

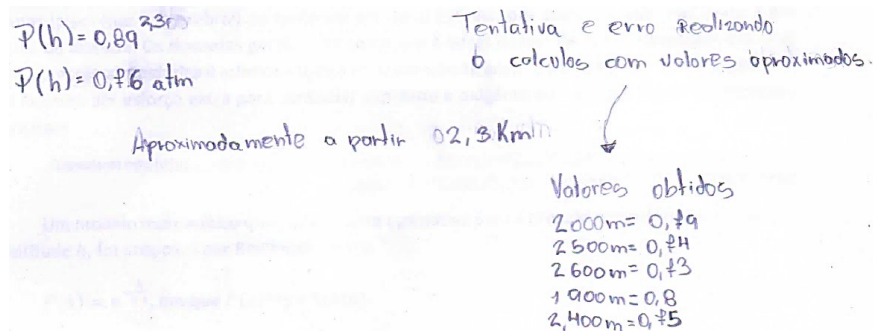
Estratégias de Resolução	Grupos
Tentativa e erro, utilizando-se de apenas uma casa decimal.	5, 6 e 8
Tentativa e erro, utilizando-se de duas ou mais casas decimais.	1, 3, 4 e 7
Uso inapropriado da média aritmética.	2

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Ao analisarmos suas resoluções, constatamos que sete, dos oito grupos, utilizaram a mesma estratégia de resolução, supor e testar (tentativa e erro). Porém, obtiveram resultados aproximados com maior ou menor grau de precisão.

Três grupos (5, 6 e 8) restringiram-se a utilizar de uma única casa decimal para a altitude (em km), no cálculo da pressão atmosférica, como pode ser observado na resolução do Grupo 6 (Figura 4).

Figura 4 – Resolução da Questão 3 pelo Grupo 6



Fonte: Registro do Grupo 6 (2023).

Observamos que o Grupo 6 testou valores entre 1,9 km e 2,6 km, concluindo que a melhor aproximação seria de 2,3 km. Justificaram sua estratégia de resolução como "tentativa e erro realizando cálculos com valores aproximados" e, por mais que os pesquisadores não tenham nomeado esse tipo de estratégia, pareceu que lhes era familiar.

Quatro grupos (1, 3, 4 e 7) utilizaram de duas ou mais casas decimais para a altitude (em km) no cálculo da pressão atmosférica, como pode ser visto na resolução do Grupo 1 (Figura 5).

Figura 5 – Resolução da Questão 3 pelo Grupo 1

Quanto maior a altitude menor é a pressão  
 $p = 0,76 \text{ atm}$   
 $p(h) \cong 0,89 h$   
 $0,76 \cong 0,89 h$   
 $1,639 < h < 2,995$   
 $h \cong 2,35489 \text{ km}$

h	p	h	p
1,998	0,749	2,354	0,76008
1,812	0,80	2,355	0,75999
1,888	0,8025	2,35489	0,760009
1,905	0,80091		
1,722	0,818		
2,300	0,7648		
2,210	0,7667		
2,350	0,7604		

Fonte: Registro do grupo 1 (2023).

Observamos ainda que o Grupo 1 percebeu que, a partir da resolução das questões 1 e 2, a altitude  $h$ , a ser obtida, deveria ser um valor entre 1,639 km e 2,995 km e, com isso, utilizou esses valores como limitantes de suas tentativas, realizadas com aproximação de até quatro casas decimais para a altitude (em km) e organizadas em uma tabela. Oliveira e Proença (2022) consideram que o uso de tabelas é uma estratégia que permite explorar a visualização das resoluções obtidas por parte dos demais integrantes do grupo e, no caso da resolução do Grupo 1, permitiu obter aproximações mais precisas.

O Grupo 2 foi o único que escolheu uma estratégia equivocada, o uso da média aritmética (Figura 6).

Figura 6 – Resolução da Questão 3 pelo Grupo 2

$p(h) = 0,89 h$   
 $p_1 - p_2 = p \Delta$   
 $p \Delta = 0,118$   
 $0,89 h = 0,118$   
 $h = 0,132584$

→ dividir os dados para trabalhar apenas com um representante.

Resultado está no intervalo entre 2,4 e 2,5 → utilizar o enunciado da pergunta 1 negar o enunciado da pergunta 2 e dividir por 2 a altitude 2,454

Fonte: Registro do grupo 2 (2023).

Ao resolver as questões 1 e 2, também notou que a altitude  $h$ , a ser obtida, deveria ser um valor entre 1,639 km e 2,995 km. Com isso, calculou, equivocadamente, a média aritmética entre as altitudes informadas nas questões 1 e 2. Além disso, cometeu um erro procedimental ao multiplicar 2,995 km por 1,639 km, pois o correto seria somá-los e depois dividi-los por 2. Esse tipo de erro cometido pelo Grupo 2 pode ser proveniente da deficiência de conhecimentos esquemáticos (MAYER, 1992; PROENÇA, 2018) acerca das funções exponenciais, uma vez que a proporcionalidade não é válida para esse tipo de função.

Objetivando entender as compreensões pessoais de cada aluno acerca das estratégias empregadas pelo seu grupo, fizemos a seguinte pergunta: II) Explique a estratégia que seu grupo utilizou para obter a resposta da Questão 3 e, caso tenha ocorrido, aponte as possíveis dificuldades nesse processo de resolução. Elaboramos o Quadro 4, sistematizando os dados obtidos.

Quadro 4 – Estratégias apontadas pelos alunos na resolução da Questão 3

Estratégia Utilizada	Alunos	Quant. de Alunos
Tentativa e erro	A2, A3, A4, A5, A7, A8, A9, A10, A11, A13, A16, A17, A18, A20, A21, A22, A23, A24	18
Não soube explicar	A1, A6	2
Não respondeu	A12, A14, A15, A19	4

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Embora poucos alunos tenham apresentado uma explicação detalhada acerca das estratégias que utilizaram, pudemos observar que 18 alunos nomearam a estratégia utilizada por “tentativa e erro”, enquanto três alunos não souberam explicar a estratégia que utilizaram e quatro alunos não responderam.

Quanto às dificuldades enfrentadas no processo de resolução, pudemos verificar durante a ação de **auxílio aos alunos durante a resolução** que os alunos perceberam a impossibilidade de resolver a equação exponencial utilizando o algoritmo que conheciam, como exposto na resposta do aluno A9 (Figura 7).

Figura 7 – Resposta do aluno A9 à Pergunta II

Fonte: Registro do aluno A9 (2023).

A9 relatou a tentativa de seu grupo em igualar as bases das potências para então resolver a equação exponencial. Isso demonstra que possuíam os conhecimentos esquemáticos inerentes à resolução desse tipo de equação. Diante da impossibilidade de fazê-lo, optaram pela estratégia de “tentativa e erro”.

A busca pela exatidão na resposta esteve presente nas indagações e diálogos dos alunos, e também se manifestou na resposta do aluno A21 (Figura 8), que relata dificuldade em obter “um resultado exato”.

Figura 8 – Resposta do aluno A21 à Pergunta II

Fonte: Registro do aluno A21 (2023).

Ainda, salientamos a resposta do aluno A24 (Figura 9), que relata terem compreendido que as grandezas pressão e altitude são inversamente proporcionais e, diante da impossibilidade da resolução da equação exponencial pelo algoritmo que conheciam, optaram por resolvê-la por “tentativa e erro”, considerando esse processo de resolução demorado.

Figura 9 – Resposta do aluno A24 à Pergunta II

Nosso grupo atravessou o exercício 1 e o percebemos que a pressão é inversamente proporcional em relação a altura, então nós utilizamos tentativa e erro.  
As dificuldades foram que nós não conseguimos resolver a questão por questão de potência, sendo um processo demorado por tentativa e erro.

Fonte: Registro do aluno A24 (2023).

Nossos resultados vão ao encontro de outras pesquisas, como a de Karrer e Magina (2000), que propuseram às alunas uma situação que culminava com a resolução da equação  $0,9^t = 0,5$ , similar à apresentada em nossa proposta, com o objetivo de introduzir o conceito de logaritmo. As autoras narraram que suas alunas também se depararam com a impossibilidade de se obter bases iguais em ambos os membros da igualdade. Diferentemente da nossa proposta, não estimularam as alunas a resolver a situação com os seus conhecimentos prévios, ao invés disso, partiram para a formalização do conceito de logaritmo.

Pereira (2020) propôs o que chamou de problema, um exercício que consistia na resolução de sete equações exponenciais, e, dentre essas, três não possuíam solução racional, a exemplo de  $2^x = 5$ . O autor relatou que instigou os alunos a tentarem encontrar uma solução apenas para que percebessem que, no caso do exemplo, seria um valor entre 2 e 3. Embora não tenha ficado explícito em seu trabalho, entendemos que as tentativas foram restritas a expoentes inteiros.

Retornando à nossa pesquisa, dois alunos não souberam explicar a estratégia utilizada pelo seu grupo na resolução da Questão 3, como se pode observar pela resposta do aluno A6 (Figura 10).

Figura 10 – Resposta do aluno A6 à Pergunta II

ocorrido, as possíveis dificuldades nesse processo de resolução.

A estratégia utilizada por nosso grupo na obtenção do resultado da Questão 3 da atividade foi na soma dos resultados da 1ª e 2ª Questão e dividindo pela altura mas por meios de tentativa e erro.

Fonte: Registro do aluno A6 (2023).

A6 não soube explicar claramente a estratégia utilizada pelo seu grupo na resolução da Questão 3, demonstrando não ter domínio dos conhecimentos esquemáticos, no caso relacionados à média aritmética, que utilizaram equivocadamente na resolução da Questão 3.

No terceiro eixo de organização de nossos dados, sobre a **compreensão do ponto comum da sua estratégia com a forma do logaritmo**, buscando entender a percepção dos alunos acerca do emprego da forma logaritmo na resolução da Questão 3, fizemos a seguinte pergunta: III) Sobre a Questão 3, você considera a resolução utilizando logaritmos (proposta pelo professor) mais difícil ou mais fácil que a forma que você utilizou para resolvê-la? Justifique sua resposta. No Quadro 5, apresentamos as impressões dos alunos quanto à estratégia de resolução que utilizaram na Questão 3 e à resolução apresentada por meio de logaritmos.



Quadro 5 – Impressões dos alunos acerca da resolução da Questão 3

Estratégia Utilizada	Alunos	Quant. de Alunos
Considera mais fácil a resolução apresentada pelo seu grupo	A1, A5, A7, A8, A10, A11, A22, A23	8
Considera mais fácil a resolução por meio dos logaritmos	A2, A3, A4, A6, A9, A12, A13, A17, A18, A20, A21, A24	12
Considera que a dificuldade é a mesma	A16	1
Não respondeu	A14, A15, A19	3

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

Observamos que oito alunos consideram mais fácil a resolução apresentada pelo seu grupo, enquanto 12 alunos consideram mais fácil a resolução apresentada pelo professor. Um único aluno considera que a dificuldade é a mesma e três alunos não responderam a essa pergunta.

Já as justificativas são bem diversas. Destacamos a resposta do aluno A3 (Figura 11), que considera mais fácil a resolução por logaritmos, pois é mais precisa.

Figura 11 – Resposta do aluno A3 à Pergunta III

*mais facil pois é algo mais preciso do que tentativa e erro.*

Fonte: Registro do aluno A3 (2023).

Os alunos A8 e A22 consideraram a resolução por logaritmos mais difícil, no entanto compreenderam que resultou em um valor com maior precisão, como se pode observar pela resposta de A22 (Figura 12).

Figura 12 – Resposta do aluno A22 à Pergunta III

*Eu considero mais difícil, porém a resposta certa e confiável.*

Fonte: Registro do aluno A22 (2023).

Para os alunos A18 e A21, a resolução por logaritmos é mais fácil, porém ainda não estão seguros em relação ao conteúdo, pelo fato de terem tido apenas um primeiro contato com o conteúdo, como se pode notar pela resposta do aluno A21 (Figura 13).

Figura 13 – Resposta do aluno A21 à Pergunta III

*Inicialmente mais difícil porém o desenvolver se demonstrou menos difícil, pois ~~se~~ foi o primeiro encontro com logaritmos*

Fonte: Registro do aluno A21 (2023).

Neste eixo, buscamos, ainda, analisar a compreensão dos alunos acerca da relação entre os logaritmos e a estratégia que utilizaram na resolução da Questão 3, e, para isso, propomos as perguntas IV e V, a seguir: IV) Como se relaciona a



estratégia que seu grupo utilizou para resolver a Questão 3 com o conteúdo Logaritmos? Justifique sua resposta; V) Na resolução da Questão 3 por logaritmo, explique o que você entende do expoente  $h$  da equação  $0,76=0,89^h$ . No Quadro 6, apresentamos uma síntese das relações estabelecidas pelos alunos.

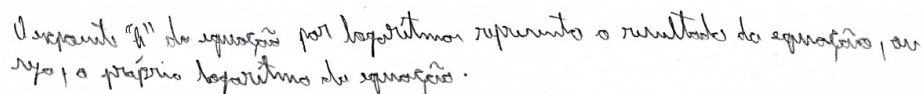
Quadro 6 – Compreensão dos alunos acerca da relação entre os logaritmos e a estratégia que utilizaram na resolução da Questão 3

Relação estabelecida	Alunos	Quant. de Alunos
Compreendeu que há uma relação entre potenciação/exponencial e logaritmo	A2, A3, A4, A5, A6, A8, A9, A10, A13, A17, A18, A20, A21, A22 e A24	15
Não expressou compreensão acerca da relação existente	A1, A7, A11, A12, A14, A15, A16, A19 e A23	9

Fonte: Dados da pesquisa (2023).

O Quadro 6 mostra que 15 alunos perceberam que há uma relação entre a potenciação e logaritmos, como se pode observar na resposta do aluno A9 (Figura 14).

Figura 14 – Resposta do aluno A9.



Fonte: Registro do aluno A9 (2023).

O aluno A9, compreendeu que o expoente de uma equação exponencial é o logaritmo dessa equação, quando expressa na forma logarítmica. A compreensão dessa relação é considerada por Ailing e Bin (2016) como o ponto chave para a compreensão do conceito de logaritmo.

Ao contrário disso, nove alunos não expressaram uma compreensão da relação existente. Desse modo, suas respostas apontaram que não compreenderam a relação ou que não havia relação existente, sendo que tivemos alunos que não responderam. Possivelmente, esses alunos pouco assimilaram o ponto central de suas estratégias (tentativa e erro), que era compreender as aproximações sucessivas, no sentido de se ter aproximações mais pertinentes, o que se relaciona à ideia do logaritmo.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou analisar a compreensão de alunos de ensino médio acerca dos logaritmos na abordagem do EAMvRP. Para tanto, elaboramos uma situação de Matemática que foi implementada nessa perspectiva, na turma em questão, e analisamos as resoluções realizadas em grupo, as respostas dadas a um questionário individual e as notas de campo dos pesquisadores.

Nas resoluções dos alunos, foi possível perceber que a situação de Matemática elaborada na perspectiva do EAMvRP favoreceu aos alunos o uso de conhecimentos prévios, referentes à potenciação e/ou exponenciais, que são indispensáveis para a construção do conceito de logaritmo. Isso fica evidente

tanto nas resoluções da situação proposta quanto nas respostas dos alunos à Pergunta I (Quadro 2).

A percepção da impossibilidade de resolução da equação exponencial obtida durante a resolução da Questão 3, utilizando o algoritmo que já conheciam, permitiu que os alunos elaborassem outras estratégias de resolução. Além disso, suscitou uma reflexão acerca de uma forma ou conceito matemático, que pudesse resultar em uma resposta mais exata e precisa, tornando o ambiente propício para a articulação com os logaritmos.

Contudo, na abordagem do EAMvRP, a forma matemática do logaritmo foi articulada com as estratégias elaboradas pelos alunos, estabelecendo relações com as potências obtidas durante a resolução. Dessa forma, a compreensão dessa articulação ficou evidente nas respostas de 15 alunos aos nossos questionamentos e apenas nove alunos não conseguiram expressar essa compreensão. No entanto, quando pedimos que julgassem a resolução por logaritmos em relação a que fizeram, apenas três alunos não apresentaram uma resposta, o que nos leva a crer que, embora não tenham estabelecido uma relação formal, apresentavam algum entendimento que lhes permitiu emitir tal opinião, pois trata-se de um “primeiro encontro com logaritmos”, conforme argumentou o aluno A21, o que é próprio dessa abordagem.

Por fim, nosso estudo contribui por buscar ampliar a investigação da compreensão do conceito de logaritmo associado a estratégias de Resolução de Problemas, uma vez que os estudos acerca do assunto pouco se debruçaram sobre o tema. A princípio, os resultados de nosso estudo evidenciam uma complexidade nessa compreensão, de modo que é importante realizar um ensino na abordagem do EAMvRP, dando continuidade ao estudo desse conteúdo. Portanto, em estudos futuros, sugerimos a implementação da proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos, organizados em quatro etapas de Proença (2021), que pode contribuir para ampliar a compreensão dos conceitos e procedimentos matemáticos relacionados aos logaritmos, na perspectiva da Resolução de Problemas.

## Teaching logarithms via problem solving in high school

### ABSTRACT

This article presents the results of a qualitative research, which aims to analyze students' understanding of logarithms in the Teaching-Learning approach of Mathematics via Problem Solving (TLMvPS). The research was carried out in three meetings, lasting four hours/classes, with the participation of 29 students from a second-year high school class at a Federal Institute of Education in the northern region of Paraná. For data collection, the researchers used records of groups of students about a math situation, an individual questionnaire and the researcher's field diary. The data obtained were analyzed according to Content Analysis. The results show that the students mobilized exponential equations and proposed a strategy for solving the problem. It was found that most students understood the relationship between the central point of the strategies and the logarithm concept. We conclude that the TLMvPS, which we followed to introduce logarithms, had the potential to encourage the use of prior knowledge of exponential equations. It could also mobilize the strategies and weave the articulation of the Mathematics situation with the content. However, continuity of teaching is necessary to broaden logarithm understanding.

**KEYWORDS:** Strategies. Logarithms. Mathematics Education.

## REFERÊNCIAS

- AILING, W.; BIN, X. Logarithm concept teaching in teaching “present reasons”. **International Journal of Research in Education Methodology**, Shanghai – China, v. 7, n. 4, p. 1302 – 1308, fev. 2016.
- ALMOULOUD, S. A. As transformações do saber científico ao saber ensinado: o caso do logaritmo. **Educar em Revista**, Curitiba, n. Especial 1/2011, p. 191-210, 2011.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto editora, 1994.
- BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (Orgs.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas, Alínea, 2006, 280p., p. 13-53
- ECHEVERRÍA, M. D. P. P. A solução de problemas em matemática. In: POZO, J. I. (Org.) **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p.13-42.
- FERREIRA, N.S.; MARTINS, E. R.; PEREIRA, J. C. S. Os desafios de se ensinar Logaritmo através da Resolução de Problemas. **Com a Palavra o Professor**, Vitória da Conquista – BA, v.7, n.18, 2022.
- FLICK, U. **Introdução à metodologia científica**: um guia para iniciantes. Porto Alegre: Penso, 2013.
- KARRER, M., MAGINA, S. Uma Sequência de Ensino para a Introdução de Logaritmo: Estudo exploratório usando a calculadora. **Bolema**, Rio Claro - SP, v. 13, n. 14, 2000.
- KLAUSMEIER, H. J.; GOODWIN, W. **Manual de psicologia educacional**: aprendizagens e capacidades humanas. Tradução de M. C. T. A. Abreu. São Paulo: Herper & Row, 1977.
- KRULIK, S.; REYS, E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de Higino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual, 2010.
- KRUTETSKII, V. A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**. Tradução de Joan Teller, do russo para o inglês. Chicago: University of Chicago Press, 1976.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MAYER, R. E. Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. In: SILVER, E. A. (Ed.). **Teaching and learning mathematical problem solving: multiple research perspectives**. Hillsdale: LEA, 1985. p.123-138.

MAYER, R. E. **Thinking, problem solving, cognition**. 2. Ed. New York: WH Freeman and Company, 1992.

MATSUDA, F. F. de S. **Um ensino de equação de 1.º grau com uma incógnita via resolução de problemas**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2017.

MENDES, L. O. R. **O processo formativo para o ensino-aprendizagem de matemática via resolução de problemas: análise da compreensão de futuros professores**. 223f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, 2023.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. **Successful K-12 STEM education: Identifying effective approaches in science, technology, engineering, and mathematics**. National Academies Press, 2011.

NCTM. **Curriculum and evaluation standards for school mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

OLIVEIRA, A. B. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução de problemas na formação Inicial de professores: um olhar para os conteúdos algébricos**. 134f. Dissertação (em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, 2022.

OLIVEIRA, A. B.; PROENÇA; M. C. A estratégia da ‘tabela’ na resolução de problemas: possibilidades e limitações apontadas por licenciandos em Matemática. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 13, n. 2, p. 1-22, 2022.

PEREIRA, D. G; RESENDE, M. R. Ensino de Logaritmos: um Diagnóstico da Apropriação do Conceito Discutido à Luz da Teoria Histórico-Cultural. **Perspectivas da Educação Matemática**, INMA/UFMS – v. 14, n. 34, 2021.

PEREIRA, J. C. S. **Resolução de problemas como uma estratégia para o ensino aprendizagem de logaritmos e função logarítmica**. 176f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) - Instituto Federal de Goiás, Campus Jataí, 2020.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo enfoque do método matemático**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

PROENÇA, M. C. **Resolução de problemas: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula**. Maringá: EdUEM, 2018.

PROENÇA, M. C. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 18, p. e021008, 2021.

PROENÇA, M. C.; CAMPELO, C. S. A.; SANTOS, R. R. Problem Solving in BNCC: reflections for its insertion in the curriculum and in Mathematics teaching at Elementary School. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, [S. l.], v. 13, n. 6, p. 1-19, 2022.

PROENÇA, M. C. Habilidades Matemáticas na Resolução de Problemas: análise da compreensão de futuros professores. **Bolema**, v. 36, n. 74, p. 1135–1157, set. 2022.

REICHARDT, K. **A água em sistemas agrícolas**. São Paulo: Manole, 1987.

ROSSI, P. R. S. **Logaritmos no ensino médio**: construindo uma aprendizagem significativa através de uma sequência didática. 219f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Exatas) – Universidade Federal de São Carlos, 2010.

ROZARIO, T. A. **Ensino-aprendizagem de áreas de triângulo via resolução de problemas**: Análise sob o enfoque do modelo dos campos semânticos. 135f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, 2022.

SANTOS, R.R.; PROENÇA, M.C. Uma trajetória hipotética de aprendizagem para o ensino de logaritmos via Resolução de Problemas. *In: XVI ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA*. Foz do Iguaçu, 2022. **Anais eletrônicos [...]**. Foz do Iguaçu, 2022.

SCHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. Developing understanding in Mathematics via Problem Solving. *In: TRAFTON, Paul R.; SHULTE, Albert P. (Ed.) New directions for elementary school Mathematics*. Reston: NCTM, 1989, p. 31-42.

STERNBERG, R. J. **Psicologia cognitiva**. Tradução de Maria Regina Borges Osório. Porto Alegre: ArtMed, 2000.

TAMBUNAN, H. The effectiveness of the problem-solving strategy and the scientific approach to students' mathematical capabilities in high order thinking skills. **International Electronic Journal of Mathematics Education**, 14(2), 293–302, 2019.

TRAVASSOS, W. B. **A aprendizagem de inequação polinomial de 1º grau de uma turma de 7º ano do ensino fundamental**: análise no contexto de uma sequência didática via resolução de problemas. 281f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, 2023.

**Recebido:** 13 set. 2023

**Aprovado:** 07 nov. 2023

**DOI:** 10.3895/actio.v8n3.17577

**Como citar:**

SANTOS, Renato Rodrigues dos; CAMPELO, Caleb da Silva Araujo; PROENÇA, Marcelo Carlos de. O ensino de logaritmos via resolução de problemas no ensino médio. **ACTIO**, Curitiba, v. 8, n. 3, p. 1-22, set./dez. 2023. Disponível em: <<https://periodicos.utfpr.edu.br/actio>>. Acesso em: XXX

**Correspondência:**

Renato Rodrigues dos Santos

Av. José Felipe Tequinha, 1400, Jardim das Nações, Paranavaí, PR, CEP 87.703-536.

**Direito autoral:** Este artigo está licenciado sob os termos da Licença Creative Commons-Atribuição 4.0 Internacional.

