

ACELERADOR DE PARTÍCULAS CIRCULAR: UMA ANÁLISE CLÁSSICA E RELATIVÍSTICA PARA O ENSINO DE ENGENHARIAS

CIRCULAR PARTICLE ACCELERATOR: A CLASSICAL AND RELATIVISM ANALYSIS FOR ENGINEERING TEACHING

Gustavo Lobato Campos

Doutorando no Departamento de Engenharia Nuclear, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte – Minas Gerais, UFMG

Professor no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de Minas Gerais, Formiga – Minas Gerais, IFMG

gustavo.lobato@ifmg.edu.br

Tarcísio Passos Ribeiro de Campos

Professor no Departamento de Engenharia Nuclear, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte – Minas Gerais – UFMG

tprcampos@pq.cnpq.br

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar um equipamento com funcionamento baseado com as áreas de eletromagnetismo e relatividade, ambas tão importantes, mas também tão temerosas para estudantes de engenharias nos dias atuais. Neste trabalho serão apresentados os conceitos fundamentais relacionados a um acelerador de partículas circular, mais conhecido por Cíclotron. Serão apresentados a conceituação teórica deste equipamento, assim como alguns de seus principais elementos. Também é foco deste trabalho apresentar análise não relativística e relativística para aceleração de partículas carregadas pelo Cíclotron. Por fim destaca-se elaboração de rotina no *software* MATLAB® para trabalhar com as equações características deste equipamento e obter valores para algumas de suas grandezas, considerando uma estrutura de aceleração simplificada, assim como avaliar o comportamento não relativístico e relativístico da partícula.

Palavras-chave: Eletromagnetismo; Acelerador de partículas; Cíclotron.

ABSTRACT

This article brings to light an equipment with operation based on the areas of electromagnetism, and relativity, both so important, but so fearful for engineering students today. The main objective of this paper is to present the fundamental concepts related to a circular particle accelerator, known by Cyclotron. The theoretical conceptualization of this equipment, as well as some of its elements will be presented. Also is focus of this work present a non relativistic and relativistic analysis for acceleration of charged particles by the Cyclotron. Finally, routine development stands in MATLAB® software to work with the characteristic equations of this equipment and get values for some of their greatness, considering a simplified acceleration structure, as well evaluate the non relativistic and relativistic behavior of the particle.

Keywords: Electromagnetism; Particle accelerator; Cyclotron.

1 INTRODUÇÃO

Originalmente também chamado de “*magnetic resonance accelerator*”, ou como é mais conhecido, Cíclotron, trata-se de um acelerador de partículas carregadas concebido pelos físicos Lawrence e Livingston (KAPLAN, 1978). O primeiro modelo deste equipamento foi construído

em 1930, com a comprovação de sua eficiência na aceleração de partículas carregadas ocorrendo em 1931 (CYCLOTRON PRODUCED RADIONUCLIDES, 2009).

Pode-se dizer que umas das principais características de um Cíclotron é manter as partículas a serem aceleradas em uma trajetória circular provendo ganho de energia fracionado a essas partículas, conforme será apresentado neste trabalho, inclusive mediante simulação de rotina computacional.

Os Cíclotrons são os equipamentos mais empregados para a aceleração de partículas carregadas a energias suficientes que propiciem uma requerida reação nuclear (CYCLOTRON PRODUCED RADIONUCLIDES, 2008). Embora os equipamentos modernos sejam subdivididos em diversos tipos, seu princípio básico e fundamental ainda segue o proposto por Lawrence e Livingston.

Grande parte da aplicação dos Cíclotrons atualmente está na medicina nuclear, com foco na produção de radioisótopos. Destacam-se pesquisas recentes para seu emprego, principalmente, para produção de radioisótopos de meia vida curta, ou seja, com menor tempo de decaimento (CAMPOS; CAMPOS, 2015). Mas tais aceleradores também são empregados em áreas da física de partículas e industrial.

Assim este trabalho tem por objetivo, apresentar alguns conceitos fundamentais, o princípio básico de funcionamento, assim como avaliar, via rotina computacional, as diferenças entre uma análise não relativística e relativística para alguns parâmetros do Cíclotron. A estrutura aqui apresentada tem também como objetivo uma avaliação mais próxima com aplicações práticas de áreas como eletromagnetismo e relativismo, hoje desanimadoras para estudantes de engenharias.

2 DESENSOLVIMENTO

1.1 Princípio Básico

O ponto de partida para qualquer problema que seja está associado à sua correta compreensão. Assim, um Cíclotron é um acelerador de partículas carregadas que aplica os princípios básicos apresentados pela Equação de Lorentz, Eq. (1), ou seja, trata-se de um equipamento que mantém a partícula carregada, q , em uma trajetória circular aplicando sob a mesma um campo magnético, B , e provém um gradiente de energia, a está mesma partícula via campo elétrico, E . Destaca-se ainda que no Cíclotron o período do movimento da partícula

carregada é independente da sua velocidade, v , uma vez que se trabalha com campo magnético uniforme.

$$\vec{F} = q[\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})] \quad (1)$$

As partículas carregadas têm sua trajetória em duas cavidades de material metálico semicirculares, que devido a sua forma são denominadas “dês”. Entre os “dês” se aplica uma diferença de potencial alternado, com período igual ao de revolução da partícula carregada. É justamente a diferença de potencial nesta condição que irá produzir o campo elétrico na região entre os “dês”, campo este responsável por prover ganho de energia à partícula carregada. Destaca-se a presença do campo elétrico somente na região de separação entre os “dês”, uma vez que devido as condições de contorno, não é permitido a existência de campo elétrico no interior das cavidades metálicas. Presente ainda neste sistema, tem-se um campo magnético perpendicular ao plano dos “dês”, campo este responsável pela trajetória circular da partícula carregada. Observa-se desta forma a aplicação da equação de força de Lorentz, fundamental no eletromagnetismo, na caracterização do funcionamento básico do Cíclotron. Importante salientar que todo este sistema está submetido a um ambiente de vácuo, para assim garantir que as partículas carregadas não percam energia em colisões com moléculas de ar. Uma representação da estrutura simplificada do Cíclotron é apresentada na Figura 1, sendo está presente na requisição de patente do equipamento.

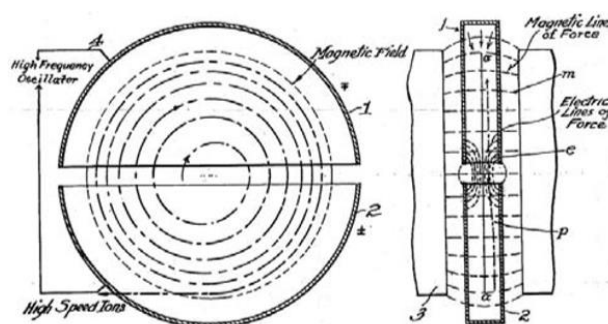


Figura 1: Representação do Cíclotron (PATENTS, 2015).

Considerando a Figura 1, resumidamente as partículas carregadas são injetadas na região central do primeiro “dê”, via uma fonte de íons, com uma determinada velocidade. Pela ação do campo magnético uniforme as partículas se movem em uma trajetória semicircular neste primeiro “dê” até chegar a região de separação dos “dês”, em um intervalo de meio

período do Cíclotron. A frequência do Cíclotron, ou a frequência de oscilação do potencial é ajustada para que neste instante o potencial na extremidade do primeiro “dê” seja superior ao potencial na extremidade do segundo “dê”, para que assim a partícula carregada sofra ação de um campo elétrico na região de separação entre os dois “dês”, e desta forma ganhe energia, ou seja, aumente sua velocidade. Como ao entrar no segundo “dê” a partícula carregada apresenta uma velocidade superior à no primeiro “dê”, esta partícula desenvolverá uma trajetória semicircular com raio também superior à apresentada no primeiro “dê”. Agora, após mais meio período do Cíclotron, a partícula encontra a extremidade do segundo “dê”, onde novamente na região de separação entre os “dês” a partícula será acelerada. A polaridade presente nas extremidades dos “dês” deve ser o inverso da anteriormente apresentada, e assim o potencial do segundo “dê” deve ser superior à do primeiro “dê”.

Destaca-se aqui que a energia cinética ganha pela partícula carregada cada vez que ela passa pela região de separação dos “dês” é da ordem de $q\Delta V$, ou seja, sua carga multiplicada pela diferença de potencial aplicada entre os “dês”. Logo a partícula carregada terá trajetórias com raios cada vez maiores, devido a sua crescente velocidade, e deve-se extrair a mesma antes de não mais estar submetida ao campo magnético do equipamento.

1.2 Formalismo Matemático

O passo seguinte, com o conhecimento do problema, está no equacionamento do mesmo. O formalismo apresentado neste trabalho já é consolidado na literatura da área, como presente, por exemplo, em Kaplan (1978), e todo ele parte da Eq. (1), Equação de Força de Lorentz. Esta equação pode ser escrita em suas componentes relativos ao campo elétrico, E , e ao campo magnético, B :

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \quad (2)$$

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad (3)$$

Sabendo que a partícula carregada de carga, q , de massa, m , dentro do “dê” possui velocidade, v , constante e está sob ação de um campo magnético uniforme, B , temos as duas forças, elétrica e magnética, atuando sobre a partícula carregada em equilíbrio, assim:

$$q |\vec{v} \times \vec{B}| = \frac{mv^2}{r} \quad (4)$$

Pode-se assim determinar o raio, r , da partícula carregada, e verificar que o mesmo é dependente do campo magnético aplicado:

$$r = \frac{mv}{qB} \quad (5)$$

Pode-se também determinar o período, T , assim como a frequência, f , do Cíclotron, a partir das equações conhecidas em conjunto com outras clássicas como:

$$T = \frac{1}{f} \quad (6)$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{v}{r} \quad (7)$$

$$f = \frac{v}{2\pi r} \quad (8)$$

$$f = \frac{v}{2\pi \frac{mv}{qB}} \quad (9)$$

$$f = \frac{qB}{2\pi m} \quad (10)$$

Já a energia da partícula carregada ao deixar o Cíclotron pode ser calculada ao considerar o raio máximo da mesma, tomando por base a Eq. (5):

$$r_{\max} = \frac{mv}{qB} \quad (11)$$

$$v = \frac{qBr}{m} \quad (12)$$

Destaca-se ainda que a velocidade da partícula pode ser calculada pelo seu momento linear, p :

$$v = \frac{p}{m} \quad (13)$$

Substituindo a Eq. (12) na fórmula da energia cinética, tem-se:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{qBr}{m}\right)^2 = \frac{q^2B^2r^2}{2m} \quad (14)$$

Com o formalismo apresentado observa-se na Eq. (14) que a energia cinética final da partícula acelerada em um Cíclotron é independente do campo elétrico, mas sim do campo magnético. Contudo a energia da partícula carregada após ser acelerada é calculada segundo Kaplan (1978) como:

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \quad (15)$$

Onde, V , é a diferença de potencial através do qual a partícula é acelerada. Ao se substituir a velocidade na Eq. (15) pela Eq. (12), determina-se a diferença de potencial a ser aplicado ao Cíclotron para acelerar determinada partícula carregada:

$$V = \frac{1}{2}B^2r^2 \frac{q}{m} \quad (16)$$

1.3 Relativismo

Um ponto fundamental quando se acelera partículas carregadas está na questão relativística associada. As equações apresentadas até o momento são baseadas e fundamentadas na mecânica clássica, logo correções fazem-se necessárias ao se trabalhar com velocidades elevadas, próximas à velocidade da luz. Usualmente tais efeitos são desconsiderados, mas neste trabalho ambas as condições, clássica e relativística, serão objetos de análise.

Os efeitos relativísticos estão associados ao aumento de massa da partícula carregada ao se trabalhar em velocidades próximas a da luz, sendo agora denominada de massa relativística, e em destaque na Eq. (20). Algumas das equações fundamentais ao se trabalhar nessa condição são apresentadas a seguir (KAPLAN, 1978):

$$\beta = \frac{v}{c} \quad (17)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (18)$$

$$E = mc^2 \quad (19)$$

$$m = m_0\gamma \quad (20)$$

Onde a relação entre a velocidade, v , da partícula, e a velocidade da luz, c , é expressa por β . Deve-se ainda definir, m_0 , como a massa em repouso da partícula, e m , a sua massa relativística, e γ a relação entre ambas.

Desta forma pode-se retirar as equações relativísticas para o raio, assim como para a velocidade da partícula acelerada, sendo p_r o momento linear relativístico, já aplicando os efeitos sobre a massa da partícula.

$$r_{\max} = \frac{p_r}{qB} \quad (21)$$

$$v = \frac{p_r c}{\sqrt{m_0^2 c^2 + p_r^2}} \quad (22)$$

1.4 Componentes Básicos

Com o conhecimento do princípio fundamental para operação de um Cíclotron, assim como das equações que governam o mesmo, pode-se identificar, resumidamente, os subcomponentes principais de um Cíclotron (TODA, 1983):

a. *Magneto*

Trata-se do imã, fonte do campo magnético, responsável por manter as partículas carregadas na trajetória circular. Tem relação direta com o maior raio descrito pela partícula carregada a ser acelerada.

b. *Sistema de aceleração*

É o sistema responsável por aplicar a diferença de potencial entre os “dês” do Cíclotron. Também conhecido por sistema de aceleração RF, “*radio frequency*”, embora as frequências mais aplicadas a este equipamento sejam da ordem de micro-ondas.

c. Sistema de Extração

Consiste de refletores, ou defletores eletrostáticos, responsáveis por desviar o feixe de partículas carregadas, já acelerado, ou seja, com maior potencial energético para fora da região do Magneto.

d. Fonte de íons

É o sistema responsável por gerar a partícula carregada a ser acelerada, ou no caso, o feixe de partículas a ser acelerado. Usualmente é acoplado a um sistema de injeção, sendo este o responsável pela formação da “bolha” de partículas carregadas a ser acelerada.

e. Sistema de vácuo

É um sistema de bombas mecânicas responsável por manter a estrutura em uma condição de vácuo, para assim evitar perda de energia das partículas em colisões com partículas do ar.

1.5 Simulação Computacional e Resultados

Com o recurso do *software* MATLAB®, decidiu-se trabalhar em duas linhas de análise, a primeira com objetivo de validar o formalismo matemático apresentado neste trabalho, empregando valores fixos conforme presentes na referência (RABELO; CAMPOS, 2012). Em seguida se trabalhou com faixas de valores energéticos, para assim verificar o comportamento do acelerador circular.

a. Simulação 1

Foi simulada uma estrutura representativa de um acelerador de partículas circular, a partir da base teórica apresentada neste trabalho, ou seja, considerando as equações da mecânica clássica, ou não relativística assim como da mecânica relativística. A simulação computacional é fundamentada em uma estrutura simplificada de um acelerador de partículas circular, ao considerar uma região de aceleração e outra de circulação. Na região de aceleração é aplicada a diferença de potencial, ou o campo elétrico, que irá prover ganho de energia à partícula a ser acelerada, enquanto que na região de circulação, a partícula é submetida ao campo magnético, para assim retornar à região de aceleração para novo ganho de potencial energético.

Na rotina computacional trabalhou-se com as constantes apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1. Grandezas constantes aplicadas na rotina em MATLAB®.

Velocidade da luz (m/s)	3×10^8
Massa do próton (kg)	$1,6 \times 10^{-27}$
Carga do próton (C)	$1,6 \times 10^{-19}$
Energia inicial da partícula (MeV)	15

Para a rotina computacional desenvolvida em MATLAB®, adotou-se a diferença de potencial entre os eletrodos do acelerador de partículas circular, assim como o nível do campo magnético aplicado ao mesmo como as variáveis de entrada do processo. Ao inserir nessas variáveis de entrada, respectivamente, 200 kV e 3 T, determinou-se as grandezas de saída, para a condição não relativística e relativística, conforme apresentado respectivamente nas Tabelas 2 e 3, com destaque ainda a comparação com os valores presentes na referência empregada.

Tabela 2. Resultados analíticos “clássicos” de acordo com o algoritmo desenvolvido em comparação como a referência (RABELO; CAMPOS, 2012).

Variável em análise	Resultado MATLAB®	Resultado Referência
Energia final da partícula (MeV)	64	64
Velocidade inicial da partícula (m/s)	$5,36 \times 10^7$	$5,36 \times 10^7$
Velocidade final da partícula (m/s)	$11,0 \times 10^7$	$11,0 \times 10^7$
Raio (m)	0,38	0,38

Tabela 3. Resultados analíticos “relativísticos” de acordo com o algoritmo desenvolvido em comparação como a referência (RABELO; CAMPOS, 2012).

Variável em análise	Resultado MATLAB®	Resultado Referência
Energia final da partícula (MeV)	64	64
Velocidade inicial da partícula (m/s)	$5,29 \times 10^7$	$5,29 \times 10^7$
Velocidade final da partícula (m/s)	$10,5 \times 10^7$	$10,5 \times 10^7$
Raio (m)	0,38	0,38

Observam-se que os resultados apresentados em ambas as tabelas estão em conformidade com os valores presentes na referência adotada.

b. Simulação 2

A mesma estrutura simulada, descrita no item *a*, foi agora analisada considerando um range de energia, para assim empregar os recursos gráficos disponibilizados pelo MATLAB® na análise e compreensão do problema do acelerador circular. Optou-se também por elevar a energia final da partícula, de 64 MeV para 250 MeV, nível este que o tornaria apto a viabilizar um grande número de reações nucleares, assim como facilita identificar seu comportamento relativístico.

Na Figura 2, apresentam-se os perfis de velocidade do próton em função da energia cinética, seguindo um comportamento não relativístico e relativístico, tomando por base respectivamente Eqs. (13) e (22).

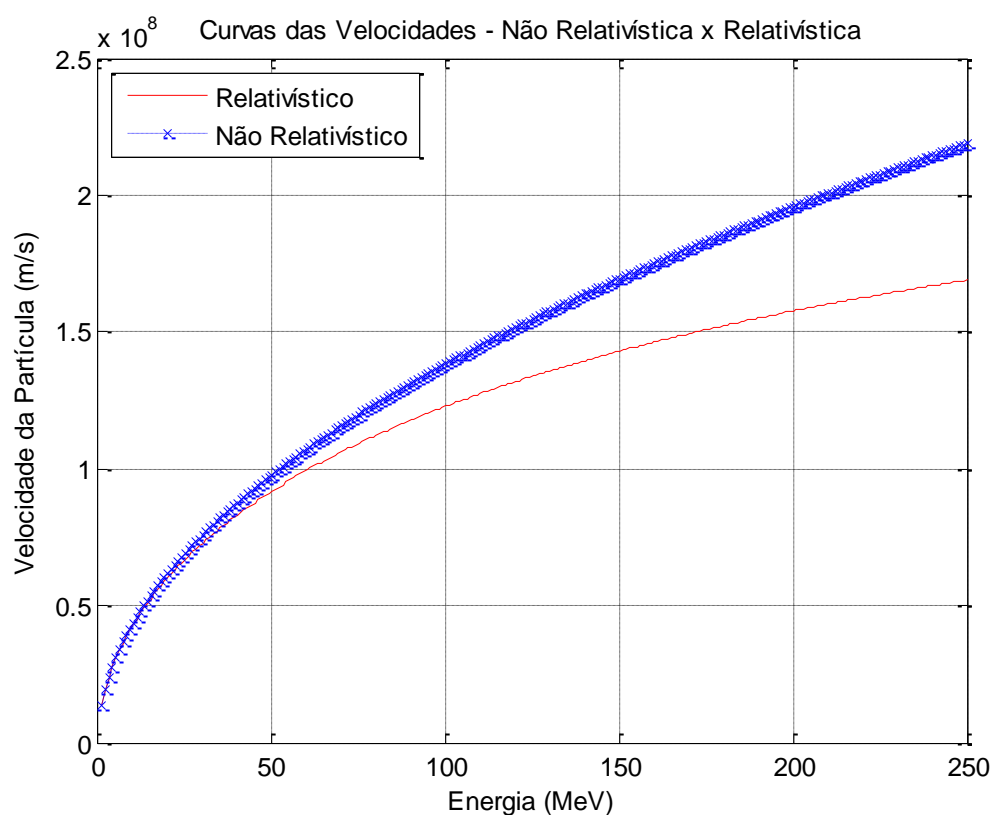


Figura 2: Velocidade do próton em função da energia aplicada ao mesmo, para o caso não relativístico e relativístico, de acordo com a rotina computacional desenvolvida em MATLAB®.

Já na Figura 3 apresenta-se a diferença entre as velocidades não relativística e relativística em função da energia cinética, diferença essa observada na Figura 2, no espaçamento entre as curvas com o aumento da energia, e agora em destaque.

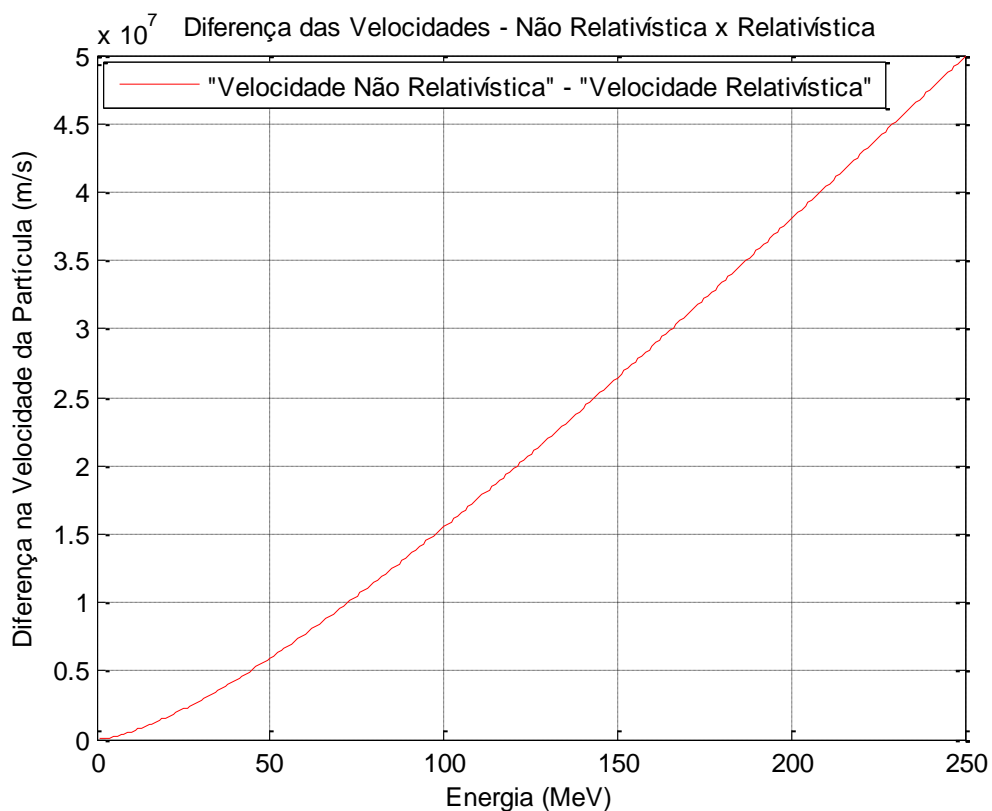


Figura 3: Diferença entre a velocidade não relativístico e relativístico, para o próton, de acordo com a rotina computacional desenvolvida em MATLAB®.

A velocidade do próton relativístico é inferior à uma análise não relativística, em função do aumento da energia da partícula, de acordo com a Figura 2. Observa-se também variação da massa relativística do próton com o aumento da energia cinética, na condição não relativística e relativística, conforme evidenciado pela Figura 4.

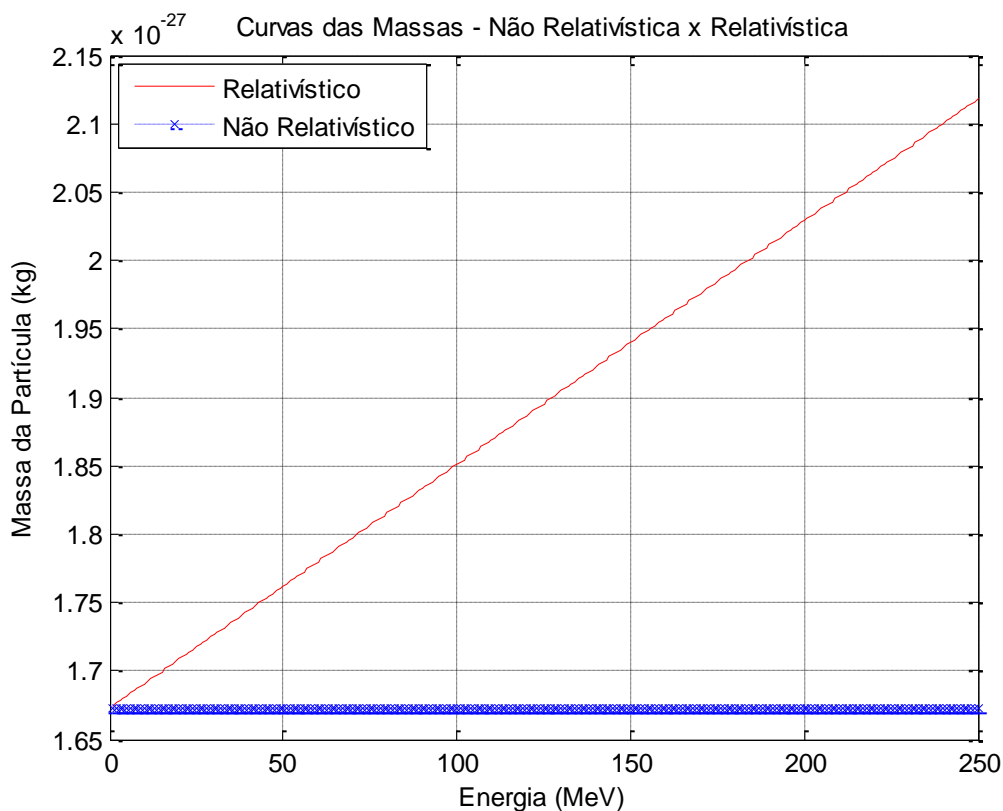


Figura 4: Variação da massa do próton com o aumento da energia aplicada ao mesmo, para o caso não relativístico e relativístico, de acordo com a rotina computacional desenvolvida em MATLAB®.

Verifica-se que a massa não relativística se mantém constante, enquanto a massa relativística aumenta com o aumento da energia da partícula, no caso o próton. Dessa forma é de se esperar uma menor velocidade para a partícula em comportamento relativístico, e consequentemente um menor raio de circulação, produzindo um percurso menor do que o esperado em um ciclotron. Tal comportamento leva a perda de sincronismo com o campo elétrico na cavidade de aceleração.

Na Figura 5 apresenta-se o comportamento da energia da partícula, e o raio necessário para prover tal energia. Destaca-se que aqui tomou-se por base Eqs. (11) e (21).

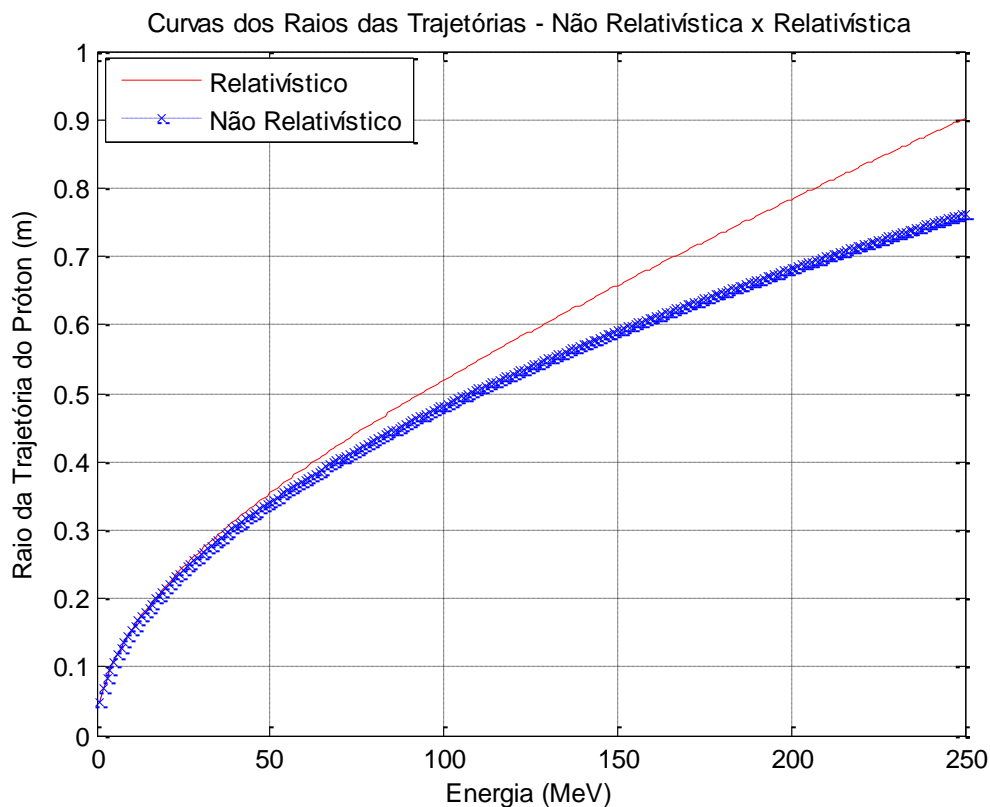


Figura 5: Raio do próton em função da energia aplicada ao mesmo, para o caso não relativístico e relativístico, de acordo com a rotina computacional desenvolvida em MATLAB®.

Ao interpretar a Fig.5 observa-se que para uma mesma energia cinética partículas não relativísticas e relativísticas apresentam uma convolução com raios diferentes, ainda quando submetidos a um mesmo campo magnético. Em condição relativística, este raio é maior, conforme pode ser compreendido pela análise da Eq. 11, assim como pela interpretação das Figuras 2 e 4 em conjunto.

Pode-se destacar que aplicando um mesmo campo magnético a uma mesma partícula, e ao definir um determinado raio para análise, a partícula não relativística, nesse raio, terá uma velocidade superior à partícula relativística, isso por que esta última terá uma massa relativística superior a primeira, sendo, por conseguinte mais difícil sua aceleração.

CONCLUSÃO

Foi pontuado neste trabalho que as características construtivas podem afetar algumas das principais grandezas eletromagnéticas envolvidas no processo de aceleração da partícula carregada em um Cíclotron.

Um aspecto de destaque foi elucidar o comportamento não relativístico e relativístico da partícula em um acelerador circular. Verifica-se a importância da análise relativística para avaliar os parâmetros do Cíclotron, principalmente quando se desenvolve um acelerador circular que entregue grande energia à partícula carregada. Se o aspecto relativístico não for levado em consideração todo o projeto estará em falha por falta de sincronismo, uma vez que a base do sucesso da aceleração de uma partícula carregada é aplicar a mesma uma diferença de potencial em um determinado instante específico. Se a partícula “perder” este momento, ou seja, esse sincronismo não for alcançado, o processo cíclico de aceleração não terá sucesso.

Acredita-se ainda que este trabalho tenha demonstrado a importância de determinadas áreas da engenharia que muitas das vezes são deixadas de lado, pela sua grande complexidade. Porém uma alternativa pode ser a aplicação com enfoque prático, conforme foi aqui apresentado.

REFERÊNCIAS

KAPLAN, I., Física Nuclear, 2 ed. Ed. Guanabara Dois, 1978. 636 p.

Cyclotron Produced Radionuclides (2009) Physical characteristics and production methods. International Atomic Energy Agency, Vienna.

Cyclotron Produced Radionuclides (2008) Principles and practice. International Atomic Energy Agency, Vienna.

CAMPOS, Gustavo L.; CAMPOS, Tarcísio. P. R.(2015) J Radioanal Nucl Chem DOI 10.1007/s10967-015-4383-z.

PATENTS. Disponível em: <<http://www.google.tl/patents/US1948384>>. Acesso em: 18 maio 2015.

TODA, Y., et. al. JSW'S BABY CYCLOTRON. IEEE Transactions on Nuclear Science. Vol. NS-30, n. 2, April 1983.

RABELO, L. A.; CAMPOS, T. P. R.. PARÂMETROS FÍSICOS DE UM PROJETO DE ACELERADOR CIRCULAR DE PRÓTONS PARA FINS DE TELETERAPIA OCULAR. In: COLAOB - Congresso Latino Americano de Órgãos Artificiais e Biomateriais, 2012, Natal. COLAOB - Congresso Latino Americano de Órgãos Artificiais e Biomateriais, 2012.