DINÂMICA POPULACIONAL APLICADA A POPULAÇÃO DO BOLSÃO SUL MATOGROSSENSE

Janaino Soares Vieira de Atahide[1], Marco Aparecido Queiroz Duarte [2]

1-Acadêmico do curso de Licenciatura em Matemática da UEMS; 2-Professor do curso de Licenciatura em Matemática.

Resumo O presente trabalho foi elaborado em cima de dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, para a população das cidades que compõe a região conhecida como região do Bolsão sul mato-grossense. Foi feito uma comparação entre os dados reais e os dados obtidos através de modelos matemáticos para o cálculo de populações isoladas. Os modelos usados foram o de Malthus e o de Verhurst, também conhecido como modelo logístico. Após a comparação dos dados obtidos, conclui-se que os modelos têm comportamentos diferentes quando o tempo varia. Para o de Malthus quanto menor o tempo maior a precisão. E, se o tempo para o qual se está estimando a população for muito longo a diferença é absurda. Já para o de Verhurst, se o intervalo de tempo for curto a margem de erro é muito grande, mas, quando o tempo varia em um intervalo maior a precisão do modelo se torna melhor. Independente da precisão, os modelos de dinâmica populacional servem para que se possam fazer estimativas futuras sobre a população para que investimentos em áreas como saúde, segurança e infra-estrutura sejam feitos.

Palavras-Chave: Malthus; Verhurst; Matemática.

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho foi elaborado em cima de dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, para a população das cidades que compõe a região conhecida como Bolsão sul mato-grossense. Foi feita uma comparação entre os dados reais e os dados obtidos através de modelos matemáticos para o cálculo de populações isoladas. Os modelos usados foram o de Malthus e o de Verhurst, também conhecido como modelo logístico. O modelo de Malthus foi criado em 1978 e gerou uma acirrada controvérsia no começo do século XIX, pois Malthus afirmava que a população mundial crescia em proporção geométrica, enquanto os meios de sobrevivência cresciam apenas em proporção aritmética. Portanto, com o passar do tempo, a população seria controlada por fome, miséria e muitas outras coisas da natureza. Já o modelo de Verhurst foi apresentado em 1837 e propõe que o crescimento da população é limitado por um fator logístico que é a capacidade de sustentação do meio ambiente. O modelo de Verhurst supõe que uma população, vivendo num determinado meio, crescerá até um limite sustentável, ou seja, ela tenderá a uma estabilidade. A equação incorpora a queda do crescimento da população que está sujeita a um fator inibidor. Apesar de suas diferenças, os dois modelos são úteis para o estudo do crescimento de populações, ou seja, qualquer palavra c que recebamos certamente estará em algum disco. Este trabalho apresenta alguns parâmetros para códigos perfeitos, e apresenta resultados que mostram a não existência de códigos perfeitos desconhecidos para os demais parâmetros sobre corpos finitos.

Modelo de Malthus

O modelo de Malthus é a forma mais simples de se representar o processo da dinâmica populacional. Este modelo assume que a probabilidade de uma população aumentar ou diminuir permanece constante com o passar do tempo. O modelo de Malthus, para uma população com N habitantes, é definido da seguinte forma [1]:

$$\frac{dN}{dt} = (\alpha - \beta)N(t) \quad (1)$$

Sendo; α a taxa e natalidade e β a taxa de mortalidade.

Resolvendo a equação (1), obtém-se [1;2] :

$$N(t) = N_0 e^{(\alpha-\beta)t} \quad (2)$$

Na equação (2) é fácil observar que:

1- se $\alpha>\beta$ então $\lim_{t\to\infty} N(t) = \infty$;

2- se $\alpha=\beta$ então $\lim_{t\to\infty} N(t) = P_0$;

3- se $\alpha<\beta$ então $\lim_{t\to\infty} N(t) = 0$.

A Figura 1 ilustra o comportamento da curva de crescimento da população *N*, em função do tempo, para cada um dos casos anteriores; (a) $\alpha>\beta$, (b) $\alpha=\beta$ e (c) $\alpha<\beta$.

(a)

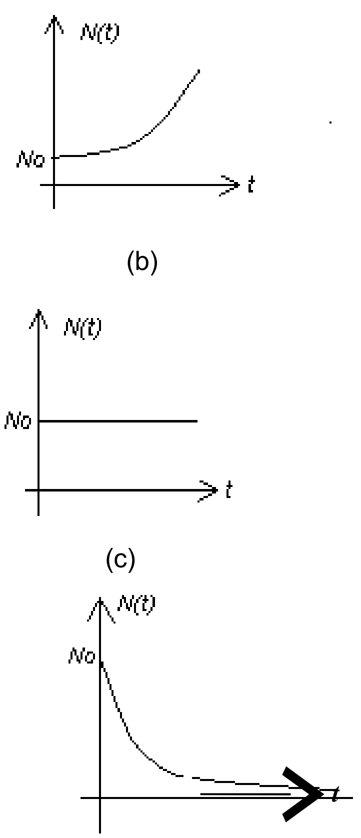

Figura 1 – Crescimento populacional, segundo o modelo de Malthus.

Modelo logístico ou modelo de Verhurst

O modelo de Verhurst ou modelo logístico parte do pressuposto em que uma população de certa espécie, vivendo em um determinado meio, atinja um limite máximo sustentável [1]. Seja *N=N(t)*, a população num instante *t* logo esse limite máximo sustentável (ou capacidade do ambiente) é dado por;

$$\lim_{t\to\infty} N(t) = k$$

ou seja, *k* é o fator inibidor da população.

O modelo de Verhurst é dado por

$$\frac{dN}{dt} = \alpha\left(1 - \frac{N(t)}{k}\right)N(t) \qquad (3)$$

Cuja solução é [2;3]

$$N(t) = \frac{N_0 k}{N_0 + (K - N_0)e^{-\alpha t}} \qquad (4)$$

Supondo $\alpha>0$, tem-se:

1- se $N_0 > k$, *P(t)* decresce lentamente para *k*;

2- se $N_0 < k$, *P(t)* cresce lentamente para *k*.

o que pode ser observado na Figura 2.

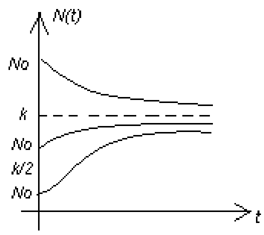

Figura 2- Crescimento populacional segundo o modelo de Verhurst.

Este modelo é bastante utilizado para projetar populações futuras, caso não haja nenhuma fatalidade provocada por guerras epidemias ou coisa s desse tipo.

Uma das limitações do modelo de Verhurst consiste no fato de que o ponto de inflexão da curva é sempre o mesmo, logo o intervalo de inflexão será sempre o mesmo, independente do tamanho da população, mesmo que o valor suporte do ambiente mude.

Este modelo, apesar da sua simplicidade é confiável, sua margem de erro é aceitável, mas, ele é muito contestado pela sua simplicidade, pois, alguns pesquisadores contestam que um modelo simples como este, não atende todos os fenômenos a que a população está sujeita. Um exemplo é que toda a população esta sujeita a alterações em suas taxas de natalidade e mortalidade. Pois, como foi considerado por T Malthus em seu modelo e Verhurst também assim o faz, considera a taxa de natalidade e mortalidade e proporcional ao número habitante. Mas, podemos observar que quando uma população aumenta, a taxa de natalidade e de mortalidade continua a mesma, pois leva um tempo para que os indivíduos entrem no período de reprodução, como podemos constatar este fato nos seres humanos.

O modelo de Verhurst, geralmente, é usado como base para outros, devido a sua confiabilidade. Para isto basta acrescentar algumas variáveis. Este acréscimo de variáveis vai proporcionar um aumento na confiabilidade do modelo, pois o acréscimo será feito exatamente na parte onde o modelo falha.

2- Aplicação dos Modelos de Crescimento Populacional na População da Região do Bolsão Sul Mato-grossense

Os modelos de Malthus e Verhurst foram aplicados à população da região do Bolsão Sul mato-grossense. Região esta que é composta por 12 municípios, Aparecida do Taboado, Bataguassu, Brasilândia, Cassilândia, Chapadão do Sul, Costa Rica, Inocência, Paranaíba, Água Clara, Santa Rita do Pardo, Selviria e Três Lagoas. Os dados usados para esta comparação foram adquiridos no escritório do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), na cidade de Três Lagoas e no site o IBGE [4]. Os cálculos são feitos até o ano de 2010 sobre a população total da região e, em particular, sobre a população de Cassilândia, onde funciona um Campus da Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul. Na tabela 1 são apresentados os valores das populações de Cassilândia e do Bolsão segundo dados oficiais do IBGE.

Tabela 1 Populações de Cassilândia e do Bolsão fornecidas pelo IBGE

Ano	Cassilândia	Bolsão
1960	9221	86176
1970	12476	139824
1980	17040	153595
1991	17861	197784
1996	19570	210315
2000	20087	216362
2007	20916	265010

Os dados apresentados na tabela 1 serão usados para as comparações entre os modelos mesmos dados usados na seção anterior serão usados a comparação entre os modelos. No caso do Município de Cassilândia, a população inicial será a de 1970 e para a Região do Bolsão a população inicial será a de 1960. Essas considerações são feitas para os dois modelos.

Os valores obtidos usando os dois modelos são apresentados na Tabela 2, para a população de Cassilândia, e na Tabela 3, para a população do Bolsão. Para uma análise gráfica das curvas de crescimento real e dos modelos de Malthus e Verhurst, as Figuras 1 e 2 ilustram as aplicações para os dois casos, Cassilândia e Bolsão, respectivamente.

Tabela 2 – População de Cassilândia real, segundo Malthus e Verhurst, entre 1970 e 2010

Ano	IBGE	Malthus	Verhurst
1970	12476	12476	12476
1980	17040	17038	16264
1991	17861	24005	19339
1996	19570	28056	20403
2000	20087	31781	21040
2007	20916	39531	21859
2010		43406	22118

Na tabela 2 verifica-se que os valores obtidos pelos dois modelos. Porém, os valores obtidos pelo modelo de Verhurst, embora maiores, estão mais próximos dos dados oficiais do IBGE.

As curvas de crescimento da população de Cassilândia segundo os dados oficiais do IBGE e os dois modelos são apresentadas na Figura 1.

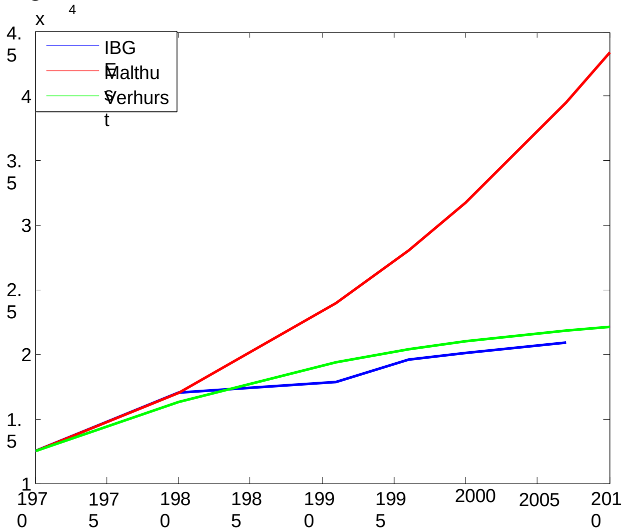

Tabela 3 – População do Bolsão Sul Mato-Grossense entre 1960 e 2010

Ano	IBGE	Malthus	Verhurst
[illegible]	86176	86176	86176
[illegible]	139824	139685	118277
1980	153595	226420	155660
1991	197784	385172	199470
1996	210315	490385	219042
2000	216362	594899	234114
2007	265010	834215	258643
2010		964289	268284

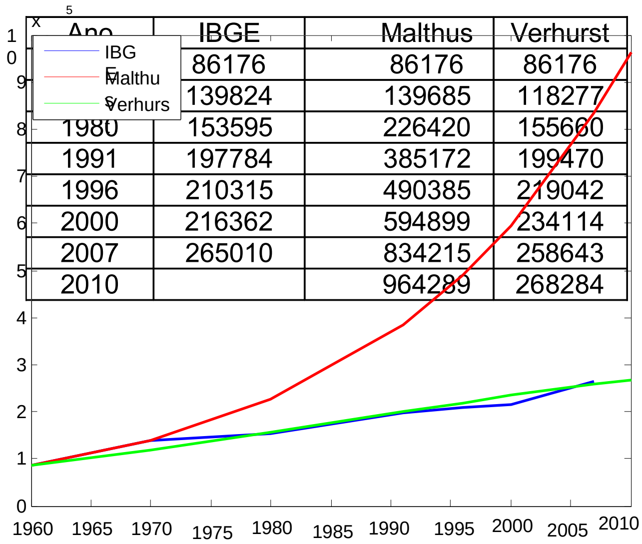

Figura 2- Curvas de crescimento da população do Bolsão

Tanto para a população de Cassilândia quanto para a do Bolsão, o modelo de Malthus apresentou um erro muito grande, conforme se pode observas nas Tabelas 2 e 3 e se confirma nas Figuras 3 e 4. Isto se justifica devido o fato de se tratar de um modelo exponencial e também pelo fato das observações da população ter acontecido em intervalos de tempo relativamente grandes. Já com o modelo de Verhurst o erro é aceitável, pois suas proximidades com os dados reais foram dentro do esperado para uma estimativa da população.

4. CONCLUSÕES

Após a comparação dos dados obtidos, conclui-se que os modelos têm comportamentos diferentes quando o tempo varia. Para o de Malthus quanto menor o tempo maior a precisão. E, se o tempo para o qual se está estimando a população for muito longo a diferença é absurda. Já para o de Verhurst, se o intervalo de tempo for curto a margem de erro é muito grande, mas, quando o tempo varia em um intervalo maior a precisão do modelo se torna melhor. Independente da precisão, os modelos de dinâmica populacional servem para que se possam fazer estimativas futuras sobre a população para que investimentos em áreas como saúde, segurança e infra-estrutura sejam feitos.

REFERÊNCIAS

[1] R. C. BASSANEZI, "*Ensino-aprendizagem com modelagem matemática, uma nova estratégia";* São Paulo, Contexto, 2002

[2] R. BRONSON, "Moderna Introdução às Equações Diferenciais", McGraw-Hill do Brasil, São Paulo, 1976.

[3] D. G. *FIGUEIREDO*, A. F. NEVES, "Equações Diferenciais Aplicadas", IMPA, Rio de Janeiro, 2002

[4] IBGE, http://www.ibge.gov.br (acesso no dia 24/ outubro/ 2008 às 9h).