

A MÁQUINA DE DIÁLISE: UM CONTEXTO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E DA DIFUSÃO NA LICENCIATURA E BACHARELADO EM QUÍMICA

Cleonis Viater Figueira¹ & Patricia Teixeira Marques²

1-Mestre em Matemática, professora da UTFPR - Campus Pato Branco. 2-Doutora em Química, professora da UTFPR - Campus Pato Branco.

Resumo - O presente artigo é fruto da tentativa de um trabalho interdisciplinar entre as áreas de química e matemática, dentro do curso dentro do curso de licenciatura e bacharelado em química. Traz uma proposta de discussão de alguns dos conceitos químicos e matemáticos envolvidos na descrição e funcionamento de uma máquina de diálise. Abordam-se no âmbito da matemática a teoria das equações diferenciais e no âmbito da química os conceitos de difusão e potencial químico.

Palavras-Chave: difusão, diálise, equação diferencial de primeira ordem.

THE MACHINERY OF DIALYSIS: A CONTEXT OF DIFFERENTIAL EQUATIONS AND DIFUSION AND THE DEGREE IN CHEMISTRY

Abstract- This article is the result of an attempt to interdisciplinary work between the areas of chemistry and mathematics, within the course within the course of graduate and bachelor's degree in chemistry. It brings a proposal for discussion of some of the concepts involved in chemical and mathematical description and operation of a machine for dialysis. It addresses as part of the mathematical theory of differential equations and under the concepts of chemistry and potential spread of chemicals.

KeyWord: difusion, dialysis, differential equation of the first order.

1. INTRODUÇÃO

A contextualização de assuntos trabalhados em sala de aula tanto em Química quanto de Matemática é facilitada quando são abordados temas do dia-a dia do aluno. Isto pode ser feito mostrando como estas ciências básicas fazem parte do desenvolvimento e aplicação em novas tecnologias. Este enfoque é percebido em publicações recentes de livros didáticos para o ensino das Equações Diferenciais. Como em STEWART (2007) e SIMMONS e KRANTZ (2008).

Um exemplo deste contexto é a utilização da teoria das equações diferenciais no entendimento do funcionamento de uma máquina de diálise, utilizada por pacientes que tenham problemas renais. Esta abordagem pode ser tratada tanto em química com os conceitos de difusão quanto na matemática com os conceitos de função, taxa de variação e, conseqüentemente, de derivada e de integral.

O conhecimento específico em apenas uma ciência, seja Química ou Matemática, não é suficiente para o entendimento do mundo físico que nos cerca. Uma postura interdisciplinar, no processo de aprendizagem torna-se importante visto que auxilia na construção constante do conhecimento, estimulando o aluno a raciocinar e usar a ciência como parte da interpretação e, também, na intervenção da realidade.

O objetivo deste trabalho é discutir a aplicação das equações diferenciais junto com o conceito de difusão. Para aplicar estes conceitos químicos e matemáticos será abordado o princípio de funcionamento de uma máquina de diálise.

2. PROCESSO DE DIFUSÃO NA MÁQUINA DE DIÁLISE

O processo de diálise visa separar substâncias (solutos) de soluções utilizando membranas finas.

Estes solutos difundem para uma região de baixa concentração que depende do tamanho das partículas e do índice de difusão. O fluxo do soluto é proporcional à diferença de concentração NETZ e ORTEGA (2002).

Em uma máquina de diálise o sangue escoo do corpo do paciente para a máquina, entrando em contato com um fluido de limpeza chamado dialisato que escoo na direção oposta ao sangue (Figura 1a). O processo de difusão é regido pela lei de Fick. Seu enunciado diz que a quantidade de material que passa através de uma membrana é proporcional ao gradiente de concentração. A membrana que separa o dialisato do sangue permite que apenas as substâncias residuais (solutos) passem através dela da região de alta concentração de resíduos para a de baixa concentração de resíduos BROWN e LERNAY (2005).

Para as análises que serão feitas a seguir, a capacidade do dialisador e a permeabilidade da membrana serão consideradas constantes fixas. Também é considerado que a difusão molecular seja unidirecional. A análise será focalizada na dependência da taxa de remoção dos resíduos com a vazão, em uma pequena seção transversal onde está o dialisato, conforme ilustrado na Figura 1b.

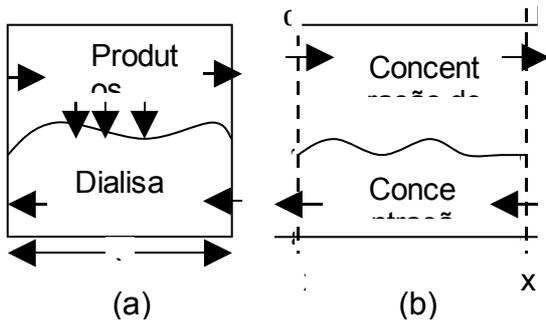


Figura 1 - Esquema ilustrativo do fluxo dos produtos residuais do sangue para o dialisato (a); concentração de sangue que percorre uma determinada distância $x+\epsilon x$ no dialisador.

3. O MODELO MATEMÁTICO

A análise da Figura 1b, é feita para apresentar um modelo que descreva as mudanças de concentrações envolvidas. Primeiramente, faz-se uma análise do escoamento do sangue.

As variáveis envolvidas na descrição são a concentração de resíduos no sangue, $p(x)$, e a concentração de resíduos no dialisador, $q(x)$, a diferença de concentração através de Δx é $p(x)-q(x)$; e, portanto, a transferência de massa residual através de uma seção da membrana de largura 1 e comprimento Δx da solução de sangue para a solução dialisada é aproximadamente

$$k \cdot (p(x) - q(x)) \cdot \Delta x,$$

onde a constante de proporcionalidade k independe de x .

Denota-se por F_b a taxa constante de escoamento de sangue através do dialisador. Pode-se expressar o fato de que a massa que escoo através de Δx é equivalente à soma das massas que passam através da membrana Δx e através de Δx . Define-se F_b a taxa constante de escoamento de sangue através do dialisador, e assim, matematicamente, tem-se

$$F_b \cdot p(x) = k \cdot (p(x) - q(x)) \cdot \Delta x + F_b \cdot p(x + \Delta x), \tag{1}$$

que pode ser organizada de forma a obter-se

$$F_b \cdot ((p(x + \Delta x) - p(x)) / \Delta x) = -k \cdot (p(x) - q(x)). \tag{2}$$

Assume-se que Δx tenda a zero, para se obter a equação diferencial

$$F_b \cdot (dp/dx) = k \cdot (p - q). \tag{3}$$

Refaz-se o mesmo argumento para o escoamento do dialisato, com taxa F_d , e ressalta-se a presença do sinal de menos visto que o sangue escoo na direção oposta ao dialisato, resultando em

$$-F_d \cdot (dp/dx) = k \cdot (p - q). \tag{4}$$

Somando-se as equações (3) e (4), obtém-se

$$(dp/dx) - (dp/dx) = -(k/F_b) \cdot (p - q) + (k/F_b) \cdot (p - q). \tag{5}$$

Resolvendo-se a equação (5) e, considerando as condições iniciais do problema: o sangue tenha uma concentração inicial $p(x_0)$ de resíduos em $x=0$ e o dialisato tenha concentração inicial nula em $x=L$, resultando em

$$p(x) = p(x_0) \cdot ((e^{-(k \cdot x)/F_b} - e^{-(k \cdot L)/F_b}) / (e^{-(k \cdot x)/F_b} - 1/F_d)) \tag{6}$$

$$q(x) = p(x_0) \cdot ((e^{-(k \cdot x)/F_b} - e^{-(k \cdot x)/F_b}) / (e^{-(k \cdot L)/F_b} - 1/F_d)). \tag{7}$$

As equações (6) e (7) permitem que seja realizada uma análise das concentrações de resíduos e partículas no sangue e no dialisato e, desta forma, pode-se definir eficiência da máquina de diálise no sentido de quanto ela é capaz de "limpar" o sangue, ou seja, substituir a função do rim no corpo humano. Para o modelo matemático desta questão recomenda-se SIMMONS E KRANTS (2008).

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho busca enfatizar a idéia de que o conhecimento científico não é isolado portanto uma postura interdisciplinar na abordagem dos conceitos matemáticos dentro das demais áreas de formação pode propiciar uma melhor entendimento dos conceitos estudados. Como ações futuras, pretende-se buscar metodologias para abordar estes temas em sala de aula.

REFERÊNCIAS

BROWN, T.L.; LERNAY, E. **Química a ciência**

central. 9 ed. Pearson Education, São Paulo, 2005

NETZ, P. A.; ORTEGA, G. G. **Fundamentos de física química**: uma abordagem conceitual para as ciências farmacêuticas. Porto Alegre: Artmed, 2002.

SIMMONS, G.F.; KRANTZ, S.G. **Equações Diferenciais** – teoria, técnica e prática. McGraw-

Hill: São Paulo, 2008.

STEWART, J. **Cálculo**. 5. ed. Thomson Learning: São Paulo: 2007.

ZILL, D. G.; CULLEN, M.R. **Equações diferenciais**. 3. ed. Pearson Makron Books: São Paulo, 2007.