

REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATRIZES E SISTEMAS LINEARES

**Janecler Aparecida Amorin Colombo (1); Pollyane
Casagrande (2) & Valéria Costa (3)**

(1) Professora da disciplina Prática de Ensino I e II da UTFPR –Campus Pato Branco, doutoranda em Educação Científica e Tecnológica na UFSC; (2) Licenciada em Matemática, aluna de disciplinas para enriquecimento curricular nos Cursos de Tecnologia de Sistemas de Informação e Licenciatura em Matemática da UTFPR; (3) Licenciada em Matemática, aluna de disciplinas para enriquecimento curricular nos Cursos de Tecnologia de Sistemas de Informação e Licenciatura em Matemática da UTFPR.

jaac@pb.cefetpr.br; luccky_girl@yahoo.com.br; yava_costa@yahoo.com.br;

Resumo – O presente estudo tem por objetivo apresentar o relato de uma experiência ocorrida na realização do estágio supervisionado no Ensino Médio. No referido estágio abordou-se o ensino-aprendizagem de Matrizes e Sistemas Lineares, por meio da metodologia do ensino da Matemática via Resolução de Problemas. Pode-se observar que a metodologia foi adequada, pois os alunos se envolviam no processo ensino-aprendizagem, mostrando interesse, curiosidade, e questionando as situações-problema apresentadas no decorrer da busca pela solução.

Palavras-Chave – Resolução de Problemas, Metodologia de Ensino da Matemática, Matrizes e Sistemas Lineares

REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE MATRIZES E SISTEMAS LINEARES

1. INTRODUÇÃO

Ancorando-se numa perspectiva histórico-crítica do conhecimento matemático, entendido como um saber vivo e dinâmico que vem sendo construído historicamente, acreditamos que a metodologia de ensino da Matemática via Resolução de Problemas, por ser vista “como um meio importante para se fazer matemática” (STANDARDS 2000 apud ALLEVATO & ONUCHIC, 2004, p. 222).

Neste sentido é que utilizamos para o trabalho com Matrizes e Sistemas Lineares na segunda série do Ensino Médio da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, duas grandes tendências da Educação Matemática na atualidade, a Resolução de Problemas, que desde a década de 80 vêm ganhando força nas pesquisas na academia, e no ensino nas salas de aula, bem como a noção teórica dos Registros de Representação Semiótica, proposta por Raymond Duval, e difundida no Brasil a partir da década de 90. Essa prática se deu quando da realização do Estágio Supervisionado obrigatório para conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática no ano de 2005.

Para Duval (1996), aprender matemática não é o mesmo que aprender outras disciplinas, requerendo uma atividade cognitiva diversa daquela requerida em outros domínios do conhecimento. Nesse sentido, discute a importância e a variedade das representações semióticas utilizadas em matemática, uma vez que o objeto matemático só seria acessível ao conhecimento a partir de suas representações semióticas.

Em uma visão tradicional de ensino, os problemas têm por intuito fixar um determinado conceito apresentado anteriormente. O aluno é estimulado a aplicar algoritmos mecanicamente para resolver um “problema”. Os Parâmetros Curriculares Nacional -

PCN's -apontam que essa prática tem se mostrado ineficaz, devido ao aluno ter aprendido "a reproduzir alguns procedimentos mecânicos, mas não apreendeu o conteúdo e não sabe utilizá-lo em outros contextos" (BRASIL, 1998, p.37). É necessário compreender que no processo ensino-aprendizagem, a motivação, o desenvolvimento da autonomia do aluno, é fundamental para que o aluno se torne um sujeito pensante, crítico, que ao se deparar com novas situações ou problemas, saiba utilizar os vários conhecimentos e informações que possui para escolher um caminho adequado à solução(es) que se possam encontrar almejada(s).

Acreditamos, desta forma, que aliar a metodologia da Resolução de Problemas aos estudos de Duval, pode contribuir na superação de um ensino centrado no professor para um ensino centrado nos alunos e nos processos cognitivos de sua aprendizagem, na medida em que o professor assume o papel de mediador da passagem do conhecimento prévio do aluno para um novo saber escolar e científico. Para isso o professor faz uso de situações-problema que direcionem uma situação de produção de novos saberes matemáticos pelos alunos para sua própria compreensão. Dentro desse contexto, é necessário que o professor seja também um observador e um incentivador do processo, para que o aluno supere os obstáculos no raciocínio para formalização de novos conceitos matemáticos.

A perspectiva do trânsito entre diversas representações semióticas do mesmo objeto matemático em estudo, no trabalho com as situações-problema, pode direcionar à uma situação de produção de novos saberes matemáticos pelos alunos. Em síntese, o que se pretende com o ensino apoiado na Resolução de Problemas e nas representações semióticas, é levar o aluno a questionar mais suas respostas, ser capaz de formular novos problemas, interpretar, saber manipular os dados contidos nos problemas e converter essas informações nos diferentes registros de representação semiótica.

Antes de refletir a situação vivenciada, buscamos em poucas linhas, delinear um resgate histórico acerca do ensino da

Matemática via Resolução de Problemas, baseando-se no levantamento realizado nos trabalhos por Onuchic.

2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA

No início do século XX o ensino da matemática dava ênfase à repetição, assim os exercícios eram utilizados como forma de treinamento para os alunos memorizarem os conteúdos.

Mudando a ênfase do ensino da matemática, com o decorrer dos anos, para compreensão passou-se a pensar em resolução de problemas como uma forma para aprender matemática. Mas na realidade escolar continua o treinamento de técnicas operatórias na resolução de problemas padrão, devido a falta de capacitação dos professores aos ideais desta reforma no ensino.

Nos anos 60 a Educação Matemática começa a investir nas pesquisas quanto ao ensino de Resolução de Problemas, inspirados nas idéias de Polya. Surge nos finais dos anos 70 nos Estados Unidos recomendações do ensino da Resolução de Problemas como uma estratégia de progresso do ensino da matemática.

As pesquisas persistem no decorrer dos anos 70 discutindo as implicações da Resolução de Problemas no currículo escolar para o progresso do Ensino da Matemática. Apoiando-se nestas pesquisas, nos Estados Unidos, o NCTM - National Council of Teachers of Mathematics - recomendou que o foco do ensino da matemática para os anos 80 deveria ser a Resolução de Problemas. Diversos materiais foram desenvolvidos pelos pesquisadores do mundo inteiro no decorrer da década de 80 como recursos para o professor trabalhar em sala de aula.

Onuchic reflete e destaca as três concepções de ensinar Resolução de Problemas apresentadas por Schroeder & Lester (1999, p. 206): ensinar sobre resolução de problemas, ensinar a resolver problemas e ensinar matemática através da resolução de problemas. Esta última passa a ser o foco dos pesquisadores nos anos 90, na qual a Resolução de Problemas é vista como uma metodologia de ensino.

Ao ver a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino de Matemática, é importante ter uma noção do que é um problema. Destacamos que para Van de Walle citado por (ALLEVATO & ONUCHIC, 2004, p.221) “um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta”. Para Decon et al (2002, p.55), “um verdadeiro problema pode ser considerada como uma situação que é nova, inusitada para o individuo, o que imprime a necessidade de inventar, de criar, de conjecturar, de elaborar estratégias e produzir significados”. Isso significa que um problema matemático não terá uma solução pronta, levando o aluno a elaborar diversas estratégias, podendo estas ser diferentes de seus colegas, e a cada novo problema novas estratégias. Ainda há aqueles que interpretam um problema “como uma série de exercícios aplicados pelo professor, que necessitam da aplicação rotineira de um procedimento já estabelecido” (ibid, p.54).

Tendo em vista as idéias de Polya, sendo estas um dos pilares da metodologia de resolução de problemas, entendemos que resolver um problema implica em “encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados” (POLYA apud GOMES, 2004, p.2). Compreende-se assim, conforme definido por Dante, que propor problemas aos alunos é propor situações que os instiguem a pensar, e não situações que exijam apenas a aplicação direta de fórmulas sem compreensão.

O ensino de Matemática através da Resolução de Problemas não significa simplesmente entregar um problema ao aluno para ele resolver, se faz necessário por parte do professor a motivação, empenho para que esta aula transcorra da melhor forma possível e havendo a partir disto uma aprendizagem significativa. Podemos notar isso nas palavras de Van de Walle apud ALEVATTO & ONUCHIC (2004, p.221) “ensinar Matemática através da Resolução de Problemas não significa simplesmente,

apresentar um problema, sentar-se e esperar que uma mágica aconteça. O professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante em que a aula deve transcorrer”.

Em síntese, o que se pretende com o ensino apoiado na Resolução de Problemas é levar o aluno a questionar mais suas respostas, ser capaz de formular novos problemas, interpretar e saber manipular com dados contidos nos problemas.

Nesse sentido, vê-se a resolução de problemas como “eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem Matemática” (BRASIL, 1998, p.40), não se constituindo numa atividade “desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas” (ibid, p.41). Deste modo, os alunos interagem com um problema, de modo que o conhecimento será produzido “através da atividade desenvolvida pelo aluno com vista à compreensão dos princípios subjacentes ao problema, à natureza do problema e particularmente à sua resolução” (...).

Concordamos com a posição de Dante (1998), ao afirmar que, é mais interessante ao aluno uma aula em que ele, motivado e orientado pelo professor, se aventure a encontrar soluções para os desafios propostos, a ficar repetindo o que foi explicado por exercícios rotineiros.

3. A SITUAÇÃO VIVENCIADA—REFLETINDO A PRÁTICA

Tendo os pressupostos destacados anteriormente com base para uma prática pedagógica diferenciada, buscamos apresentar situações-problema aos alunos, que os desafiassem, os motivassem a querer resolvê-los, suscitando a curiosidade e desencadeando um comportamento de pesquisa.

Neste direcionamento, para o ensino-aprendizagem de Matrizes e Sistemas Lineares, utilizamos problemas não apenas para a fixação dos conteúdos, mas sim, num processo mais amplo, como foco de partida para a aprendizagem da matemática escolar

(Onuchic, 1999), objetivando tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras, com o pensar produtivo do aluno, o desenvolvimento do raciocínio, formar cidadãos alfabetizados matematicamente, que saibam lidar com diversas situações problemas que poderá enfrentar.

Procuramos sempre iniciar os conteúdos de forma contextualizada, envolvendo situações que acreditávamos serem familiares aos alunos, tendo em vista uma aprendizagem significativa. A formalização dos conceitos em linguagem simbólica era feita após a construção dos conceitos que se davam mediante a resolução de problemas pelos alunos, visando uma melhor compreensão no processo de construção do saber. Para isso trabalhamos com a conversão entre os vários registros de representação envolvidos nos problemas, linguagem natural, linguagem algébrica, matriz e tabela.

Com vista a metodologia Resolução de Problemas, direcionávamos nossas aulas propondo situações-problema aos alunos, deixando um tempo para que eles pudessem elaborar estratégias para solução com os conhecimentos que possuíam. Em decorrência abríamos um diálogo com os alunos sobre as estratégias utilizadas por eles na resolução da situação problema. A partir disso, resolvíamos a situação-problema juntamente com todos os alunos utilizando o conteúdo proposto, fazendo em seguida as sínteses necessárias dos conceitos que envolveram a solução do problema. Os alunos participavam, e se interessavam na busca de soluções para as situações apresentadas.

Destacamos como um momento produtivo das nossas aulas, quando desenvolvemos o conceito de multiplicação de Matrizes, na qual apresentamos primeiramente uma situação-problema para cada aluno tentar resolver com as ferramentas que possuíam até então. Os alunos se empenhavam em buscar resolver, e surgiram diversas formas de resolução. As situações apresentadas os instigavam a pensar, deixando-os inquietos e curiosos para resolver. Após esse momento procuramos formalizar as idéias que os alunos construíram, mostrando a necessidade desse processo. A oportunidade dada aos alunos para pensarem, e juntamente construir novos conceitos matemáticos,

compreendendo assim o processo de construção, e não simplesmente receber uma definição pronta e acabada, foi de grande valia no processo ensino-aprendizagem.

O processo de questionamento e troca de idéias com todos os alunos nem sempre foi possível no decorrer das aulas, devido ao curto espaço de tempo que nos foi oportunizado pelo estágio. Gostaríamos de ter deixado os alunos por mais tempo questionando e discutindo as soluções encontradas com o restante do grupo, para podermos explorar melhor as idéias das situações-problema.

Percebemos neste breve espaço de tempo o progresso de aprendizagem dos alunos. Muitos alunos que acostumavam ir mal nas avaliações e que demonstravam não ter habilidades ou interesse pela matemática, se deram bem no decorrer do estágio, por começarem a se interessar nas aulas, a procurar tirar as dúvidas.

As situações-problema que selecionamos para o desenvolvimento dos conteúdos de Matrizes e Sistemas Lineares foram os seguintes:

Suponhamos, para facilidade de cálculo e entendimento, que uma loja venda 4 tipos diferentes de mercadoria (a, b, c, d) e que o programa de controle de estoque dessa loja seja matricial.

Que matriz quadrada E_i representa o estoque mensal inicial, sabendo que no dia 1º do mês havia 80 unidades de a, 50 unidades de b, 35 unidades de c e 50 unidades de d?

Que matriz quadrada V representaria a venda mensal, supondo que naquele mês o movimento foi 70 de a, 60 de b, 20 de c e 35 de d?

Que matriz quadrada C representaria as compras mensais para reposição de estoque, supondo que naquele mês as compras foram 90 de a, 50 de b, 20 de c e 45 de d?

Que matriz E_f representaria o estoque de mercadorias no final desse mês? (Monte a equação matricial e calcule os elementos dessa matriz.)

$$\text{Adote: } E = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Nesta situação-problema o aluno desenvolve o conceito de adição de matrizes, ficando mais fácil à visualização que para adicionar duas matrizes adiciona-se seus elementos correspondentes.

Uma empresa produz soda cáustica (hidróxido de sódio – NaOH) pelo processo chamado eletrólise (lise – quebra; eletro – eletricidade) do cloreto de sódio (NaCl) em água. Os subprodutos desse processo, também vendidos pela empresa, são os gases cloro (CL₂) e hidrogênio (H₂). Suponhamos que essa empresa tenha 2 unidades produtoras e que a unidade I produza mensalmente 80 t de NaOH, 70 t de CL₂ e 1 t de H₂ e a unidade II produza 60 t de NaOH, 54 t de CL₂ e 0,8 de H₂.

Construa a matriz unidade produtora x quantidade de produtos.

Se a empresa comprasse novos equipamentos e a produção de suas unidades aumentasse em 40%, qual seria o valor esperado para cada um dos elementos?

A partir deste problema os alunos conseguem observar como se dá à multiplicação de um número pela matriz.

Um empresário oferece mensalmente alimentos a dois orfanatos. Para o 1º orfanato são doados 25 kg de arroz, 20 kg de feijão, 30 kg de farinha e 32 kg de batata. Para o 2º orfanato são doados 28 kg de arroz, 24 kg de feijão, 35 kg de farinha e 38 kg de batata.

O empresário fez a cotação de preços em dois supermercados. Veja a cotação atual, em reais:

PRODUTO (1kg)	SUPERMERCADO Center-Centro	SUPERMERCADO Patão
Arroz	R\$ 1,29	R\$ 1,27
Feijão	R\$ 1,96	R\$ 1,98
Farinha	R\$ 1,25	R\$ 1,20
Batata	R\$ 1,25	R\$ 1,99

Determine o gasto mensal desse empresário, por orfanato, supondo que todos os produtos sejam adquiridos no mesmo estabelecimento e que represente a melhor opção de compra.

Os registros de representação semiótica utilizados na resolução desse problema foram: a língua natural (o enunciado do problema); a tabela, a linguagem simbólica (os dados numéricos) e a representação matricial.

Os alunos resolveram esta situação-problema de acordo com seus conhecimentos anteriores, chegando resposta correta. Alguns tentaram resolver por meio de multiplicação e soma de números Reais, ou por idéias construídas anteriormente de matrizes. Percebemos que alguns deles usaram intuitivamente a idéia de multiplicação de matrizes. Após a troca de idéias com os alunos sobre os diversos caminhos para resolver o problema, buscou-se mostrar a importância da formalização do conceito de a multiplicação de matrizes.

Consideremos uma situação na qual uma pessoa esteja fazendo regime (Sob orientação médica). No período da tarde pode ingerir unicamente líquidos. Dentre os recomendados estão o leite e o suco de laranja, com seus valores nutricionais tabelados a seguir:

	Energia (calorias)	Proteínas (em gramas)
200 ml de leite	160	9
200 ml de suco	100	2

Quanto essa pessoa deve tomar de cada líquido durante a tarde para que o total de energia e o total de proteínas ingeridas seja de, respectivamente, 620 cal e 24 g?

“Cada copo de vinho de alta qualidade custa 7 moedas; cada copo de vinho comum custa 3 moedas; e 3

copos de restos de vinho custam 1 moeda. Se 10 moedas são usadas para comprar 10 copos, quantos copos de cada tipo de vinho foram comprados?"

(U.F.CEARÁ) Para uma festinha foram encomendados 90 refrigerantes, 230 salgados e 120 doces. Os convidados foram divididos em 3 faixas: crianças, senhores e senhoras. Cada criança deverá consumir exatamente 2 refrigerantes, 8 salgados e 4 doces; cada senhor deverá consumir exatamente 3 refrigerantes, 5 salgados e 3 doces; cada senhora deverá consumir exatamente 3 refrigerantes, 6 salgados e 3 doces. Qual deverá ser o total de convidados para que não sobrem e nem faltem refrigerantes, salgados e doces?

Um comerciante está levando arroz, trigo e pão para três fregueses. Para o primeiro freguês ele deixa arroz, trigo e pão, num total de 12 sacos. Para o segundo ele entrega o dobro de arroz, o triplo de trigo e o quádruplo de pão do primeiro freguês, num total de 40 sacos. E para o terceiro ele entrega 52 sacos, sendo o triplo de arroz, o quádruplo de trigo e o quádruplo de pão do primeiro freguês. Quantos sacos de arroz, trigo e pão o primeiro freguês comprou, se ele comprou mais sacos de trigo do que de pão e mais sacos de pão do que de arroz?"

Através destas situações-problema foi possível construir e identificar equações lineares e sistemas lineares, resolver problemas expressos por sistemas de equações, resolver problemas que envolvam sistemas de equação com infinitas soluções, distinguir e resolver sistemas de equações envolvendo essas três situações (determinado, indeterminado ou impossível), analisando e interpretando a solução geral para finalmente encontrar a resposta (ou respostas) que o problema está exigindo.

4. CONCLUSÕES

Através destas situações-problema foi possível construir e identificar equações lineares e sistemas lineares, resolver problemas expressos por sistemas de equações, resolver problemas que envolvam sistemas de equação com infinitas

soluções, distinguir e resolver sistemas de equações envolvendo essas três situações (determinado, indeterminado ou impossível), analisando e interpretando a solução geral para finalmente encontrar a resposta (ou respostas) que o problema está exigindo.

5. REFERÊNCIAS

ALLEVATTO, N. S. G.; ONUCHIC, L. D. L. R. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DECON, M. J., et al. Metodologia de ensino de Matemática. Florianópolis: UFSC/LED, 2002.

DANTE, L.R. Didática da resolução de problemas da Matemática. Porto Alegre: Artmed, 1998.

GOMES, M.G.; MORETTI, M.T. A solução de problemas como uma estratégia para identificação dos obstáculos epistemológicos na formação do professor. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2004, Recife. Anais...Recife: SBEM, 2004. p. 1-11.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M.A.V. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo:Unesp, 1999. p. 199-220.